

수학 영역 (나형)

시간 : 100분

점수 : 100점



5지선다형

1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15

2. $2^{-2} \times (-2)^0$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - (\frac{1}{2})^n}{2n + (\frac{1}{2})^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $f(x) = 4x + 3$ 에 대하여 $(f \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35
- ④ 37 ⑤ 39

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(B^c) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

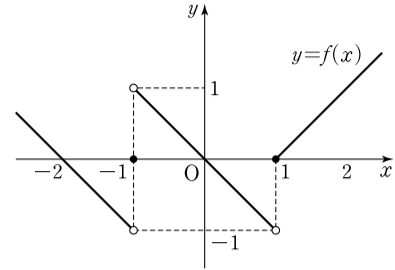
일 때, $P(A|B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

6. $(\log 4 \times \log 25) \left(\frac{1}{\log 2} + \frac{1}{\log 5} \right)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(-1) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

8. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ 의 극댓값은?

[3점]

- ① -26 ② -10 ③ 6
 ④ 22 ⑤ 38

10. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x - a| < 3$$

$q: x$ 는 음수이다.

가 있다. p 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

9. $\int_{-a}^a (x^3 + 3x^2) dx = 54$ 를 만족시키는 실수 a 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

11. 어느 자동차 타이어 회사에서 생산하는 타이어의 수명은 평균이 36개월, 표준편차가 4개월인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 타이어 중 임의로 1개를 선택할 때, 타이어의 수명이 30개월 이상 38개월 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[3점]

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

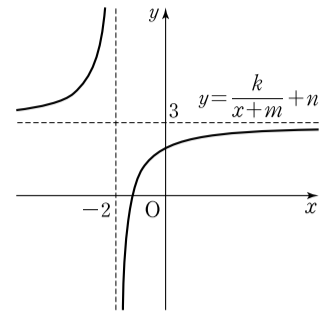
12. 곡선 $y=3x^2-2$ 와 직선 $y=10$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28
 ④ 32 ⑤ 36

13. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 1$ 에 대하여 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점 중 x 좌표가 -1 인 점에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

14. 유리함수 $y = \frac{k}{x+m} + n$ 의 그래프가 그림과 같다.



다음 중 무리함수 $y = k\sqrt{mx+n}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은? (단, 점선은 점근선이고, m, n, k 는 모두 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

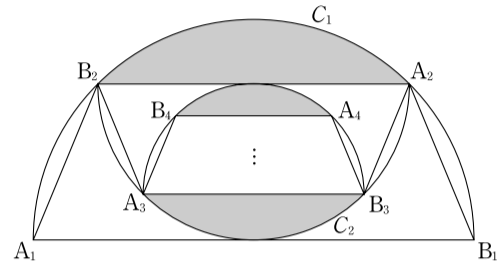
15. A, B, C 세 명을 포함한 9명의 학생이 임의로 3명씩 세 조로 나누어 봉사활동을 하려고 한다. A, B, C 중 2명만이 같은 조에 속할 확률은? [4점]

- ① $\frac{15}{28}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{17}{28}$
- ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{19}{28}$

16. 길이가 2인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원 C_1 이 있다. 그림과 같이 모든 자연수 n 에 대하여 선분 A_nB_n 을 지름으로 하는 반원 C_n 위에 있는 두 점 A_{n+1}, B_{n+1} 이 다음 조건을 만족시키도록 정한다.

- (가) 사각형 $A_nB_nA_{n+1}B_{n+1}$ 은 등변사다리꼴이다.
- (나) 선분 $A_{n+1}B_{n+1}$ 을 지름으로 하는 반원은 선분 A_nB_n 과 접한다.

반원 C_n 의 호와 선분 $A_{n+1}B_{n+1}$ 로 둘러싸인 부분(어두운 부분)의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi-1}{4}$ ② $\frac{\pi-2}{2}$ ③ $\frac{\pi-1}{2}$
- ④ $\pi-1$ ⑤ $\pi-2$

17. 숫자 2, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적힌 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 공을 한 개 꺼내어 그 공에 적힌 수를 종이에 적고, 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣는 시행을 반복할 때, 종이에 적힌 모든 수의 합이 처음으로 9 이상이 될 때까지 주머니에서 공을 꺼낸 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 의 값을 구하는 과정이다.

주머니에서 임의로 꺼낸 공에 적힌 수가 2, 3, 4일 확률은 각각 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ 이고, 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5이다.

(i) $X=5$ 인 사건은
공을 4번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 8인 경우뿐이므로 $P(X=5) = \square$ (가)

(ii) $X=4$ 인 사건은
공을 3번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 6이고 네 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 3 이상인 경우,
공을 3번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 7인 경우,
공을 3번 꺼낼 때까지 종이에 적힌 수의 합이 8인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=4) = {}_3C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \square$$

$$+ \left\{ {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + {}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right\}$$

(i), (ii)에서 $P(X=3) = 1 - P(X=5) - P(X=4)$ 이므로 $E(X) = \square$ (다)

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{109}{32}$ ② $\frac{113}{32}$ ③ $\frac{117}{32}$
 ④ $\frac{121}{32}$ ⑤ $\frac{125}{32}$

18. 여학생 3명과 남학생 3명이 모두 의자에 앉아 있다. 이 6명의 학생이 다음 조건을 만족시키도록 일어난다.

- (가) 남학생은 한 번에 한 명씩만 일어난다.
 (나) 여학생은 한 번에 한 명만 일어나거나 두 명만 동시에 일어난다.
 (다) 남학생과 여학생이 동시에 일어날 수는 없다.

6명의 학생이 모두 일어나도록 할 때, 일어나는 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 한 번 일어난 학생은 다시 앉지 않는다.) [4점]

- ① 920 ② 960 ③ 1000
 ④ 1040 ⑤ 1080

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하지 않고, $x \neq 1$ 일 때 $f'(x)=x-1$ 이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$ 의 값이 존재한다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$$

$$(나) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4^n} + \frac{2}{n^2+n} \right) = 4$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k}{a_n}$ 의 값이 항상 자연수가 되도록 하는 자연수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 448 ② 504 ③ 560
 ④ 616 ⑤ 672

21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는? [4점]

(가) $X \cup Y = U$

(나) 함수 f 의 역함수가 존재한다.

(다) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) > x$ 이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

단답형

22. 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{10} = 100$ 일 때, a_1 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 3}{x + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 집합 $A = \{(x, y) \mid ax - by = 12\}$ 에 대하여
 $(6, 2) \in A$, $(-3, -2) \in A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a ,
 b 는 상수이다.) [3점]

25. 자연수 8의 분할 중에서 1과 2를 모두 한 개 이상씩 포함한 자연수
 로 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

26. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t > 0$)에서
 의 위치 $x(t)$ 는

$$x(t) = -4t^3 + 12t^2 + 5t$$

- 이다. 점 P의 가속도가 0이 되는 순간, 점 P의 속도를 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $\log_2 a + \log_2 b = 2$
 (나) $a + b + c + d + e = 8$

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) a_n 이 3의 배수이면 $a_{n+1} = \frac{a_n}{3}$ 이다.
 (나) $a_n + 1$ 이 3의 배수이면 $a_{n+1} = a_n + 3n + 1$ 이다.
 (다) $a_n + 2$ 가 3의 배수이면 $a_{n+1} = a_n + 3n + 2$ 이다.

$a_1 = 1$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 주머니 A에는 1, 2, 3이 각각 하나씩 적힌 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 4, 5, 6, 7, 8이 각각 하나씩 적힌 공 5개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 두 주머니 A, B에서 꺼낸 3개의 공에 적힌 세 수의 곱을 T 라 하자. T 가 짝수일 때, T 가 4의 배수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - x$ 의 그래프 위의 점 $P(t, f(t))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 점 P 를 지나고 y 축에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 R 라 할 때, 함수 $g(t)$ 를 $g(t) = \overline{PR} + \overline{QR}$

로 정의하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=a$ 에서 극대이고 $t=b$ 에서 극소일 때, 등식

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(b+h) - g(b-ph)}{h} = \int_a^b g(t) dt$$

를 만족시키는 양의 상수 p 에 대하여 $108p$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.