

2024학년도 논술고사



# 자연계열

지원학과(부)	성명	생년월일 (예: 050512)						수험번호																	
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
		6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
		7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
		9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### 유의사항

1. 시험 시간은 100분입니다.
2. 답안 작성은 검은색 볼펜(연필 사용 불가)으로만 가능합니다.
3. 답안의 정해진 작성 분량을 준수하시기 바랍니다. 답안 영역에 작성한 내용만 인정됩니다.
4. 답안에 자신을 드러내거나 알릴 수 있는 표현 및 표시를 하면 안됩니다.
5. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시기 바랍니다.

## 1. 문제

**문제 1** 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2$  에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 25점]

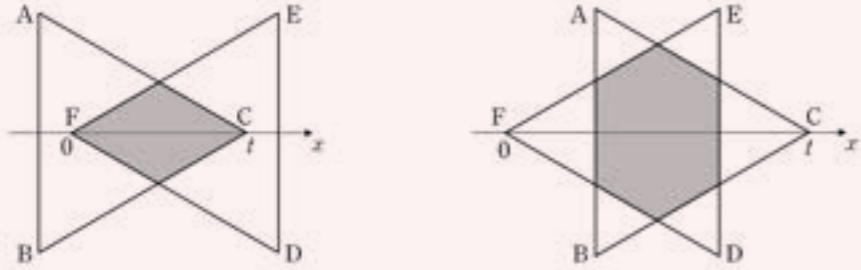
(1)  $x$ 축 위의 점  $(a, 0)$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 에 그을 수 있는 접선의 개수가 1인 실수  $a$ 의 범위를 구하시오. [7점]

(2)  $x$ 축 위의 점  $(a, 0)$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 에 그은 모든 접선에 대하여 접점들의  $x$ 좌표의 합이 1이 되는 실수  $a$ 의 값을 모두 구하시오. [10점]

(3)  $y$ 축 위의 점  $(0, b)$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 에 그을 수 있는 접선의 개수가 3인 실수  $b$ 의 범위를 구하시오. [8점]

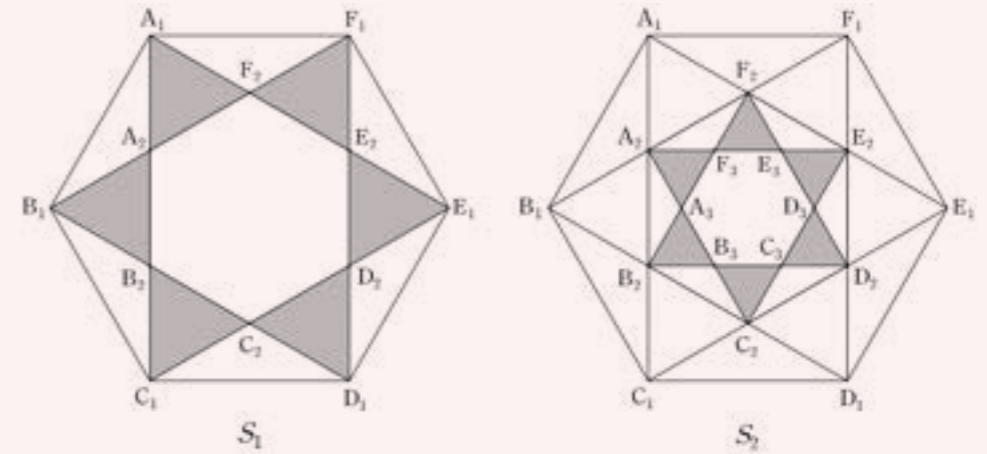
**문제 2** 다음 물음에 답하시오. [총 25점]

(1) 좌표 평면 위에 한 변의 길이가  $\sqrt{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같이 변 AB와 변 DE는  $x$ 축에 수직이고, 꼭짓점 C, F는  $x$ 축 위에 있으며, F의  $x$ 좌표가 0이 되도록 놓여 있다. 실수  $t$ 에 대하여 점 C의  $x$ 좌표를  $t$ 라 할 때, 두 정삼각형의 내부의 공통부분으로 이루어진 도형의 넓이  $f(t)$ 를  $t$ 에 대한 식으로 표현하시오. (단,  $0 < t < 3$ 이다.) [10점]



(2) 위의 (1)에서 구한 식으로부터 함수  $f(t)$ 의 최댓값을 구하고, 함수  $f(t)$ 가 최대일 때 두 정삼각형의 내부의 공통부분으로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 구하시오. [7점]

(3) 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형  $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 에 놓인 두 삼각형  $A_1C_1E_1$ 과  $B_1D_1F_1$ 의 내부로 이루어진 도형에서 이 두 삼각형의 내부의 공통부분인 정육각형  $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 의 내부를 뺀 도형의 넓이를  $S_1$ 이라 하고, 정육각형  $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 에 놓인 두 삼각형  $A_2C_2E_2$ 와  $B_2D_2F_2$ 의 내부로 이루어진 도형에서 이 두 삼각형의 내부의 공통부분인 정육각형  $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$ 의 내부를 뺀 도형의 넓이를  $S_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 도형의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 을 구하시오. [8점]



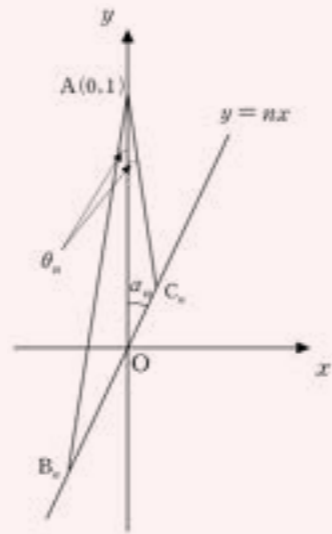
**문제 3** 오른쪽 그림과 같이 자연수  $n$ 과 원점  $O$ , 점  $A(0, 1)$ 에 대하여

직선  $y = nx$  위에  $\overline{OB_n} : \overline{OC_n} = 2 : 1$ 이면서  $\angle OAB_n = \angle OAC_n$ 이

되도록 제3사분면의 점  $B_n$ 과 제1사분면의 점  $C_n$ 을 잡는다.

$\angle OAB_n = \theta_n$ ,  $\angle AOC_n = \alpha_n$ 이라 하자.

$$\left(0 < \theta_n < \frac{\pi}{2}, 0 < \alpha_n < \frac{\pi}{2}\right)$$



다음 물음에 답하시오. [총 25점]

(1)  $\sin \alpha_n$ 과  $\tan \alpha_n$ 을 각각  $n$ 에 대한 식으로 나타내시오. [5점]

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\theta_n}{\alpha_n}$ 을 구하시오. [10점]

(3) 삼각형  $AB_nC_n$ 의 넓이를  $S_n$ 라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n S_{n+1}$ 의 값을 구하시오. [10점]

**문제 4** 함수  $f(x)$ 가 모든 실수에서 미분가능하며,  $f'(x)$ 가 모든 실수에서 연속이고,  $f(x)$ 가

다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) + f(-x) = 4$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x)$

(다)  $\int_0^1 x f'(x) dx = 1$

다음 물음에 답하시오. [총 25점]

(1) 방정식  $f'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근이 열린구간  $(-1, 1)$ 에 두 개 이상 존재함을 보이시오. [7점]

(2) 함수  $h(x) = f(x) - 2$ 에 대하여  $\int_0^1 h(x) dx$ 의 값을 구하시오. [8점]

(3)  $\int_4^9 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [10점]