

2019학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열 II)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

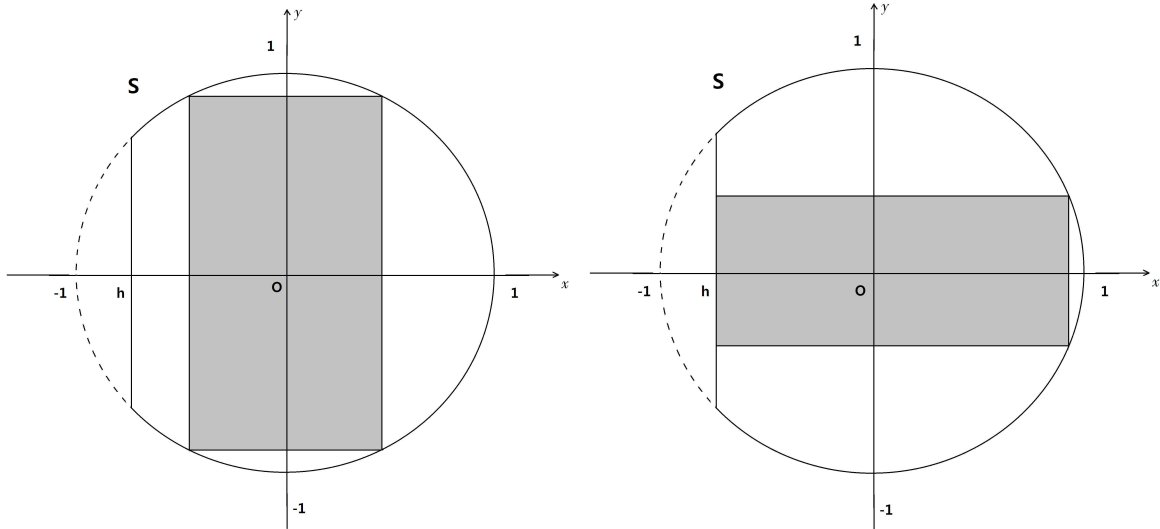
감독확인



이화여자대학교

1 도형 S 는 좌표평면에서 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원을 직선 $x = h$ ($-1 \leq h \leq 1$)으로 왼쪽 부분을 자른 도형이다. 도형 S 의 내부에 있고 가로는 x 축에 평행하고 세로는 y 축에 평행한 직사각형에 대하여 다음 물음에 답하시오. [40점]

- (1) $h = -1$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.
- (2) $h = -\frac{3}{4}$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.
- (3) $h = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.



2 양의 실수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 아래의 조건을 만족시킨다.

$$f'(x) = \frac{1}{1+ax^2} \left(1 - \frac{2ax^2}{1+ax^2} \right), \quad f(0) = 0$$

다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 함수 $f(x)$ 를 구하시오.
- (2) 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 $M(a)$ 라고 할 때, $M(a)$ 를 구하시오.
- (3) 문제 (2)에서 구한 최댓값 $M(a)$ 에 대하여 다음의 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[M(n) \sum_{k=1}^n \{M(n) - M(n+k)\} \right]$$

3 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 있다. 모든 음이 아닌 정수 n 에서 $f(n)$ 이 정수가 되는 실수 a, b, c 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 삼차함수 $f(x)$ 가 위의 조건을 만족하는 실수 a, b, c 의 조건을 제시하시오.
- (2) 문제 (1)에서 제시된 실수 a, b, c 의 조건을 이용하여 모든 음이 아닌 정수 n 에서 $f(n)$ 이 정수임을 보이시오.
- (3) 모든 음의 정수 m 에서 $f(m)$ 이 정수임을 보이시오.
- (4) 구간 $[0, k]$ 에 속하는 실수 a, b 에 대하여 모든 정수 n 에서 $f(n)$ 이 정수가 되는 순서쌍 (a, b) 의 개수가 항상 홀수임을 설명하시오. (단, k 는 자연수이다.)