한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드

300391

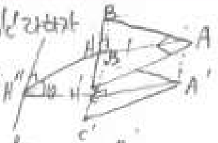
지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:030401)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

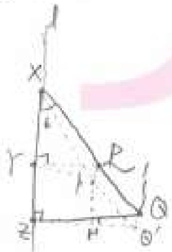
1. 삼각형 ABC의 평면 β로의 정사영을 삼각형 $A'B'C'$라 하자
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자



$\overline{BC}$와 직선 l이 평행하므로,
제시문에 의해 $\angle AH'A' = \theta$이다

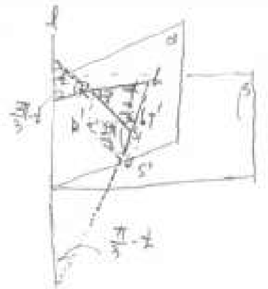
이때, $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$이고 $\angle A$는 직각이므로,
$\overline{BC} = \sqrt{2}$, $\overline{AH} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\overline{B'C'} = \overline{BC} = \sqrt{2}$
$\therefore \overline{A'H'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \cos\theta$
$\overline{BC}$와 직선 l이 평행하고 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로,
$\overline{B'A'} = \overline{C'A'}$이다.
$\therefore \overline{B'H'} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\overline{A'H'} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta$이므로
$$\overline{A'B'} = \sqrt{(\overline{B'H'})^2 + (\overline{A'H'})^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\cos^2\theta + 1}$$

2. 직선 PQ의 연장선이 직선 l과 만나는 점을 X,
점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발을 Y,
점 Q에서 직선 l에 내린 수선의 발을 Z,
점 P, Q의 평면 β로의 정사영을 P', Q'라 하자.



$\overline{PQ} = 1$이므로 $\overline{YZ} = \cos t$이다
$\overline{PX} = a$라 하면, $\overline{XY} = a\cos t$, $\overline{PY} = a\sin t$, $\overline{P'Y} = a\sin t\cos\theta$
$\overline{ZQ} = (a+1)\sin t$, $\overline{ZQ'} = (a+1)\sin t\cos\theta$
점 P'에서 선분 ZQ'에 내린 수선의 발을 H라 하면,
$\overline{YZ} = \overline{P'H} = \cos t$, $\overline{HQ'} = \overline{ZQ'} - \overline{ZH} = \overline{ZQ'} - \overline{P'Y}$
$= (a+1)\sin t\cos\theta - a\sin t\cos\theta$
$= \sin t\cos\theta$
$\therefore \overline{P'Q'} = \sqrt{\overline{P'H}^2 + \overline{HQ'}^2} = \sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t\cos^2\theta}$

3. 선분 RS, 선분 ST, 선분 RT 중 점의 선분이 직선 l과 이루는 각의 크기를 t라 하자



그림에 의해,
$\triangle RST$가 정삼각형이므로
세 선분이 직선 l과 이루는 각의 크기는
t, $\frac{\pi}{3} - t$, $\frac{2\pi}{3} - t$이다

이때, 2에서 직선 l과 이루는 각의 크기가 t일때 정사영의 길이를 구했고, $\overline{RS} = \overline{RT} = \overline{ST} = 1$이므로,

$$\overline{R'S'}^2 + \overline{S'T'}^2 + \overline{T'R'}^2 = \cos^2 t + \sin^2 t\cos^2\theta + \cos^2\left(\tfrac{\pi}{3} - t\right) + \sin^2\left(\tfrac{\pi}{3} - t\right)\cos^2\theta + \cos^2\left(\tfrac{2\pi}{3} - t\right) + \sin^2\left(\tfrac{2\pi}{3} - t\right)\cos^2\theta$$

이때,
$\cos\left(\frac{\pi}{3} - t\right) = \frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin t$ $\quad \sin\left(\frac{\pi}{3} - t\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t - \frac{1}{2}\sin t$
$\cos\left(\frac{2\pi}{3} - t\right) = -\frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin t$ $\quad \sin\left(\frac{2\pi}{3} - t\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t$ 이므로

(구하고자 하는 값) ($\cos\theta = \frac{3}{\pi}$이므로)
$$= \cos^2 t + \sin^2 t \cdot \frac{9}{\pi^2} + \left(\frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin t\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos t - \frac{1}{2}\sin t\right)^2 \cdot \frac{9}{\pi^2} + \left(-\frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin t\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t\right)^2 \cdot \frac{9}{\pi^2}$$
$$= \cos^2 t + \sin^2 t \cdot \frac{9}{\pi^2} + \frac{1}{2}\cos^2 t + \frac{3}{2}\sin^2 t + \left(\frac{3}{2}\cos^2 t + \frac{1}{2}\sin^2 t\right)\frac{9}{\pi^2}$$
$$= \frac{3}{2}(\cos^2 t + \sin^2 t) + \frac{9}{\pi^2}\left(\frac{3}{2}\cos^2 t + \frac{3}{2}\sin^2 t\right)$$
$$= \frac{3}{2} + \frac{9}{\pi^2} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{3}{2} + \frac{27}{2\pi^2}$$

한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드

300160

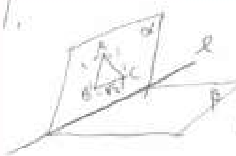
지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:030401)	

수 험 생 유 의 사 항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 새 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1.



이와 같은 상황에서 점 A에서 선분 $\overline{BC}$에 수선의 발을 내리고 그 점을 H라고 하자.

점 A, B, C, H가 평면 β로 정사영 되었을 때의 점을 A', B', C', H'이라고 하자.

$\overline{A'H'} = \overline{AH} \times \cos\theta$ 이고 $\overline{B'H'} = \overline{BH}$ 이다.

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\overline{BH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $\overline{A'H'} \perp \overline{B'H'}$ 이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{A'B'} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}\cos^2\theta + \frac{1}{2}}$ 이다.

2.

이와 같은 상황에서 평면 α를 다시 그려보자

점 P를 지나고 직선 ℓ과 평행인 직선과 점 Q를 지나고 직선 ℓ과 수직인 직선의 교점을 K라고 하자.

문제 1과 같이 정사영 된 점들을 각각 Q', P', K'이라고 하면

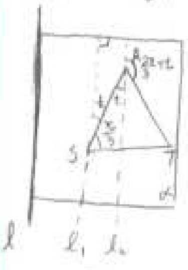
$\overline{KQ} = \sin t$ $\overline{KP} = \cos t$ 이다.

여기서 문제 1과 같이 $\overline{K'Q'} = \overline{KQ} \times \cos\theta$, $\overline{K'P'} = \overline{KP}$ 이고

$\overline{K'Q'} \perp \overline{K'P'}$ 이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PQ}$의 평면 β 위로 정사영의 길이는 $\sqrt{\sin^2 t\cos^2\theta + \cos^2 t}$ 이다.

3. ~~문제 2와 같이~~ 평면 α 위의 정삼각형을 그려보자.



ℓ과 평행하면서 점 S를 지나는 직선을 ℓ_1, ℓ과 평행하면서 점 R을 지나는 직선을 ℓ_2라고 하고 직선 ℓ_1과 선분 SR이 이루는 각의 크기를 t라고 하면

선분 RT가 이루는 각의 크기는 $\frac{2}{3}\pi + t$

선분 ST가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{3} + t$ 이므로

$\overline{R'S'}^2 + \overline{S'T'}^2 + \overline{T'R'}^2$은 문제 1-2에 의하여

$\sin^2 t \times \frac{9}{\pi^2} + \cos^2 t + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}+t\right) \times \frac{9}{\pi^2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{3}+t\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{3}+t\right) \times \frac{9}{\pi^2} + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3}+t\right)$

이다. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 과 삼각함수 덧셈정리에 의해 위의 식을 정리하면

$\left(\frac{9}{\pi^2} - 1\right)\left(\sin^2 t + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}+t\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{3}+t\right)\right) + 3$ 이고

$\sin^2\left(\frac{\pi}{3}+t\right) = \frac{3}{4}\cos^2 t + \frac{1}{4}\sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t \sin t$

$\sin^2\left(\frac{2\pi}{3}+t\right) = \frac{3}{4}\cos^2 t + \frac{1}{4}\sin^2 t - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t \sin t$ 이므로

$$\overline{R'S'}^2 + \overline{S'T'}^2 + \overline{T'R'}^2 = \left(\frac{9}{\pi^2} - 1\right)\left(\sin^2 t + \frac{3}{2}\cos^2 t + \frac{1}{2}\sin^2 t\right) + 3$$

$$= \left(\frac{9}{\pi^2} - 1\right)\left(\frac{3}{2}\right) + 3$$

$$= \frac{27}{2\pi^2} + \frac{3}{2}$$ 이다.

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨