



자이스토리 수학을 심플하고 쉽게! 시리즈미 스토리



[해설편]



자이스토리 · 수경골판사 수험생 여러분께
안녕하세요.

심플 자이스토리 스토리 빠른 정답

I 제곱근과 실수

A 제곱근

[개념 이해]

- 01 제곱근, 제곱근 02 $\sqrt{a}, -\sqrt{a}$
 03 ① a, a ② a, a 04 \times 05 \times 06 \circ
 07 \times 08 \times 09 \circ

[개념 연산 훈련]

- 10 해설 참조 11 0 12 없다. 13 ± 3
 14 ± 4 15 ± 13 16 ± 15 17 $\pm \frac{1}{11}$ 18 $\pm \frac{5}{8}$
 19 ± 0.3 20 ± 0.05 21 $\sqrt{3}$ 22 $-\sqrt{3}$ 23 $\pm\sqrt{3}$
 24 $\sqrt{3}$ 25 2 26 -5 27 ± 8 28 0.3
 29 3 30 6 31 $-\frac{2}{5}$ 32 -13 33 7
 34 11 35 $-\frac{4}{7}$ 36 -2.5

[개념 필수 유형 잡기]

- 37 ① 38 ③ 39 ⑤ 40 ③ 41 49
 42 ① 43 ⑤ 44 ③ 45 ④ 46 $\sqrt{30}$ cm
 47 ④ 48 ② 49 $\text{㉠}, \text{㉡}, \text{㉢}$ 50 ⑤
 51 ④ 52 ④ 53 ⑤ 54 8 55 ③
 56 ⑤ 57 -1 58 ③ 59 ② 60 ②
 61 ④

B 제곱근의 성질의 활용

[개념 이해]

- 01 $a, -a$ 02 $a-b, -a+b$ 03 ① $<, >$ ② $<$
 04 $<, <$ 05 \circ 06 \times 07 \times 08 \circ
 09 \circ

[개념 연산 훈련]

- 10 $2a$ 11 $-2a$ 12 $2a$ 13 $-2a$ 14 $a-2$
 15 $-a+2$ 16 11 17 5 18 6 19 30
 20 7 21 $>$ 22 $>$ 23 $<$ 24 $<$
 25 $<$ 26 $>$ 27 $<$ 28 $>$ 29 1, 2, 3
 30 7, 8, 9, 10 31 5, 6, 7, 8

[개념 필수 유형 잡기]

- 32 ②, ③ 33 ② 34 $-\sqrt{b^2}$ 35 ③ 36 ⑤
 37 $10x+6y$ 38 ① 39 $-2x+14$
 40 $2x-3$ 41 ④ 42 ① 43 4개 44 ③
 45 ① 46 ② 47 1010 48 3 49 ⑤
 50 42 51 12 52 ② 53 90 54 ④
 55 $-\sqrt{2}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\frac{1}{2}, 0, \sqrt{\frac{1}{9}}, \sqrt{0.4}, 1$ 56 ③
 57 4개 58 ② 59 ③ 60 ③ 61 17
 62 ②



내신 대비 연습 문제 A~B

- 01 ④ 02 ⑤ 03 ⑤ 04 ③ 05 ④
 06 3개 07 $-3x$ 08 ③ 09 ⑤ 10 ④
 11 ③ 12 ① 13 (1) -1 (2) ± 3 (3) 4
 14 ② 15 ③ 16 12

C 무리수와 실수

[개념 이해]

- 01 (위에서부터 차례로) 0, 정수가 아닌 유리수, 무리수
 02 $\sqrt{2}$ 03 \times 04 \circ 05 \circ 06 \circ
 07 \times

[개념 연산 훈련]

- 08 무 09 유 10 무 11 유 12 유
 13 4, $\sqrt{144}$ 14 -2, 4, $-\sqrt{100}, \sqrt{144}$
 15 -2, 4, 0.41, $-\sqrt{100}, \sqrt{144}$
 16 $\pi, \frac{\sqrt{6}}{3}, 2-\sqrt{3}, \sqrt{7.1}$
 17 $\pi, -2, \frac{\sqrt{6}}{3}, 4, 0.41, -\sqrt{100}, 2-\sqrt{3}, \sqrt{7.1}, \sqrt{144}$
 18 $P(-\sqrt{2}), Q(\sqrt{2})$ 19 $P(-\sqrt{5}), Q(\sqrt{5})$
 20 $>$ 21 $>$ 22 $<$ 23 $>$

[개념 필수 유형 잡기]

- 24 ②, ④ 25 2개 26 ④ 27 ④ 28 ⑤
 29 ④ 30 ④, ⑤ 31 ③ 32 ③ 33 2개
 34 ③ 35 (1) 1,732 (2) 1,792 (3) 1,772 (4) 1,822



- 36 2973 37 ④ 38 2,198 m 39 5
 40 $1+\sqrt{2}$ 41 $2-\sqrt{2}$ 42 ③ 43 ③ 44 ①
 45 ㉠, ㉡ 46 ④ 47 2개 48 ③, ④ 49 ④
 50 ② 51 ④ 52 ㉠, ㉡, ㉢ 53 ⑤
 54 (1) $A < B$ (2) $A > C$ (3) $C < A < B$ 55 ③
 56 ③ 57 ③ 58 B, D, F 59 ⑤
 60 ④ 61 ③ 62 12개
 63 $\sqrt{5}, -1+\sqrt{5}, 2-\sqrt{5}$

- 61 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 62 ③ 63 ① 64 ① 65 ③
 66 $2\sqrt{15}$ 67 $7\sqrt{2}$ cm

E 제곱근의 덧셈과 뺄셈

[개념 이해]

- 01 $m+n-l$ 02 소인수분해 03 c, ab
 04 분배법칙 05 \times 06 \circ 07 \circ
 08 \times

[개념 연산 훈련]

- 09 $8\sqrt{2}$ 10 $5\sqrt{5}$ 11 $3\sqrt{7}$ 12 $-\sqrt{5}+3\sqrt{7}$
 13 $5\sqrt{11}-4\sqrt{13}$ 14 $\sqrt{6}$ 15 $\frac{\sqrt{10}}{4}$ 16 $9\sqrt{3}$
 17 $-2\sqrt{5}$ 18 $3\sqrt{6}$ 19 $\sqrt{7}$ 20 $3+\sqrt{15}$
 21 $2\sqrt{14}-6\sqrt{3}$ 22 $-5\sqrt{2}+5$
 23 $6\sqrt{30}+12\sqrt{10}$ 24 $1+\frac{\sqrt{6}}{3}$ 25 $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{10}}{8}$
 26 $\sqrt{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}$ 27 $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 28 $\sqrt{14}-4\sqrt{3}$
 29 -5

[개념 필수 유형 잡기]

- 30 ① 31 ④ 32 $\frac{7}{18}$ 33 ⑤ 34 ①
 35 $\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ 36 ② 37 ④ 38 $2\sqrt{6}$
 39 ② 40 -3 41 $\frac{25}{6}$ 42 ① 43 ⑤
 44 16 45 ④ 46 ② 47 $2-\sqrt{6}$ 48 ⑤
 49 $9+\sqrt{6}$ 50 $\frac{\sqrt{10}}{4}$ 51 $-10+20\sqrt{2}$ 52 ②
 53 ④ 54 ② 55 ① 56 $-2+12\sqrt{2}$
 57 $15+\frac{9\sqrt{5}}{5}$ 58 $\frac{1}{2}$ 59 ④ 60 ③
 61 ④ 62 $1+\sqrt{3}$ 63 ② 64 $18+\sqrt{10}$
 65 ④ 66 $3+5\sqrt{3}$ 67 $26\sqrt{2}$ cm
 68 $4-2\sqrt{2}$ 69 ⑤ 70 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$
 71 ③, ④ 72 ⑤ 73 $A < B < C$

내신 대비 연습 문제 C

- 01 ③ 02 3개 03 ⑤ 04 ⑤ 05 1
 06 ① 07 ⑤ 08 ③ 09 ⑤ 10 ③
 11 $2-\sqrt{3}$ 12 63.5 13 A, C 14 $3+2\pi$

D 제곱근의 곱셈과 나눗셈

[개념 이해]

- 01 7, 21 02 $\sqrt{3}, 15$ 03 5, 10, 20, 30 04 2, 2
 05 $\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{5\sqrt{2}}{4}$ 06 \circ 07 \times 08 \times
 09 \circ

[개념 연산 훈련]

- 10 $\sqrt{15}$ 11 $\sqrt{70}$ 12 $8\sqrt{33}$ 13 $-3\sqrt{6}$ 14 $-\sqrt{\frac{1}{21}}$
 15 2 16 1 17 $-5\sqrt{2}$ 18 $-5\sqrt{3}$ 19 $\sqrt{\frac{1}{10}}$
 20 $5\sqrt{3}$ 21 $7\sqrt{2}$ 22 $-10\sqrt{2}$ 23 $-4\sqrt{5}$ 24 $\sqrt{28}$
 25 $\sqrt{48}$ 26 $-\sqrt{108}$ 27 $-\sqrt{500}$ 28 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 29 $\sqrt{2}$ 30 $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 31 $\frac{\sqrt{42}}{6}$ 32 $-\frac{\sqrt{30}}{3}$ 33 $\frac{\sqrt{6}}{6}$
 34 $-\frac{2\sqrt{55}}{11}$ 35 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

[개념 필수 유형 잡기]

- 36 ③ 37 ④ 38 12 39 $\frac{4}{5}$ 40 ②
 41 6 42 ④ 43 $-\frac{\sqrt{6}}{5}$ 44 ③ 45 ④
 46 ㉠, ㉢ 47 $4\sqrt{2}$ 48 $\frac{4}{5}$ 49 $\frac{3}{2}$ 50 ①, ④
 51 $\sqrt{\frac{27}{100}}$ 52 ④ 53 ② 54 ② 55 ⑤
 56 ② 57 ③ 58 0.314 59 1 60 ②

내신 대비 연습 문제 D~E

- 01 ④ 02 ② 03 ④ 04 ⑤ 05 ③
 06 ④ 07 ④ 08 ② 09 $6-4\sqrt{3}$
 10 ② 11 ④ 12 ⑤ 13 ③
 14 $1-2\sqrt{5}$ 15 35



대단원 총정리 문제 I 제곱근과 실수

- | | | | | |
|--------------------|-------------------|----------------|------|------|
| 01 ④ | 02 ② | 03 ④ | 04 ⑤ | 05 ③ |
| 06 ⑤ | 07 ⑤ | 08 $\sqrt{21}$ | 09 ③ | 10 ② |
| 11 ③, ④ | 12 ④ | 13 ① | 14 ③ | 15 ⑤ |
| 16 ③ | 17 ① | 18 ⑤ | 19 ① | 20 ⑤ |
| 21 ③ | 22 ④ | 23 ② | 24 ③ | 25 ④ |
| 26 $12+2\sqrt{6}$ | 27 ③ | 28 ④ | 29 ② | |
| 30 $60+42\sqrt{6}$ | 31 $24+8\sqrt{2}$ | | | |

II 다항식의 곱셈과 인수분해

F 곱셈 공식

[개념 이해]

- | | | | | |
|--------------------|------------------------|------|------|------|
| 01 분배, 동류항 | 02 $a^2+2ab+b^2$ | | | |
| 03 $a^2-2ab+b^2$ | 04 a^2-b^2 | | | |
| 05 $x^2+(a+b)x+ab$ | 06 $acx^2+(ad+bc)x+bd$ | | | |
| 07 × | 08 × | 09 × | 10 ○ | 11 ○ |
| 12 ○ | | | | |

[개념 연산 훈련]

- | | |
|-------------------|----------------------|
| 13 $ab+3a+2b+6$ | 14 $xy+2x+y+2$ |
| 15 $2ab-a+6b-3$ | 16 $2xy-x+6y-3$ |
| 17 $x^2+2xy+y^2$ | 18 a^2+4a+4 |
| 19 $c^2-2cd+d^2$ | 20 y^2-6y+9 |
| 21 $9a^2+12a+4$ | 22 $25a^2-40a+16$ |
| 23 x^2-4 | 24 $1-4y^2$ |
| 25 $4a^2-25b^2$ | 26 $x^2-\frac{1}{9}$ |
| 27 x^2-x-2 | 28 x^2+5x+6 |
| 29 $x^2-11x+28$ | 30 $6x^2+5x+1$ |
| 31 $12x^2-26x+10$ | 32 $2x^2+x-3$ |

[개념 필수 유형 잡기]

- | | | | | |
|---------------------|------------------------------|------------|---------|------|
| 33 ② | 34 (1) -2 (2) -4 (3) 3 (4) 9 | 35 0 | | |
| 36 ④ | 37 ③ | 38 ㉠, ㉡, ㉢ | 39 ② | |
| 40 ① | 41 $5a^2-8ab+13b^2$ | 42 ③ | 43 ②, ④ | |
| 44 ④ | 45 ⑤ | 46 ⑤ | 47 ① | 48 ① |
| 49 ③ | 50 ② | 51 ⑤ | 52 ③ | 53 ④ |
| 54 ② | 55 ② | 56 2 | 57 ① | 58 ③ |
| 59 $18x^2+4xy-7y^2$ | | | | |

G 곱셈 공식의 활용

[개념 이해]

- | | | | | |
|-------------------------------|-------|------|------|------|
| 01 $a^2+2ab+b^2, a^2-2ab+b^2$ | | | | |
| 02 $a^2-b^2, x^2+(a+b)x+ab$ | 03 치환 | | | |
| 04 $(x+y)^2$ | 05 2 | 06 4 | | |
| 07 ○ | 08 ○ | 09 × | 10 ○ | 11 ○ |
| 12 × | | | | |

[개념 연산 훈련]

- | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------|-----------------|-----------------------------------|
| 13 $6+2\sqrt{5}$ | 14 $24-8\sqrt{5}$ | 15 -1 | |
| 16 $8+4\sqrt{5}$ | 17 10404 | 18 38809 | |
| 19 89999 | 20 10403 | 21 $\sqrt{2}+1$ | 22 $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$ |
| 23 $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{15}}{10}$ | 24 $-5-2\sqrt{6}$ | | |
| 25 $a^2-2ab+b^2+2a-2b+1$ | 26 $4a^2-4ab+b^2-c^2$ | | |
| 27 $x^2+2xy+y^2-3x-3y-4$ | 28 (1) 19 (2) 29 | | |
| 29 (1) 10 (2) 16 | 30 (1) 34 (2) 32 | | |
| 31 (1) 7 (2) 9 | | | |

[개념 필수 유형 잡기]

- | | | | | |
|-------------------|------|-------|------------------------|-------|
| 32 ③ | 33 ④ | 34 15 | 35 ④ | 36 10 |
| 37 $19-8\sqrt{2}$ | 38 ⑤ | 39 ② | 40 ① | |
| 41 13 | 42 ④ | 43 ③ | 44 14 | 45 ② |
| 46 ④ | 47 5 | 48 ② | 49 ④ | 50 ① |
| 51 16 | 52 ③ | 53 ⑤ | 54 ① | 55 ④ |
| 56 ④ | 57 8 | 58 ① | 59 $x^4-8x^3+4x^2+48x$ | |
| 60 ② | 61 ② | 62 ④ | 63 $2x^2-x-6$ | |
| 64 ④ | 65 ⑤ | 66 ③ | 67 10 | 68 ① |
| 69 ⑤ | 70 ② | 71 28 | 72 ③ | 73 38 |
| 74 ① | | | | |



내신 대비 연습 문제 F~G

- | | | | | |
|------|-------|------|---------------------|------|
| 01 ① | 02 42 | 03 ④ | 04 $6x^2-11xy+8y^2$ | |
| 05 ④ | 06 6 | 07 ① | 08 ⑤ | 09 ② |
| 10 ③ | 11 ② | 12 ② | 13 ① | 14 ① |
| 15 ③ | 16 18 | | | |



H 인수분해

[개념 이해]

- 01 인수분해 02 b 03 a 04 $a-b$
 05 $\frac{a}{2}, 2$ 06 \times 07 \bigcirc 08 \bigcirc 09 \times
 10 \times

[개념 연산 훈련]

- 11 $4x^2-4x$ 12 $6x^2-11x-10$
 13 $-3x(x-3)$ 14 $xy(x-y)$
 15 $2ab(a+2b+3)$ 16 $-xy(x^2-x+y)$
 17 $(4x+3)^2$ 18 $(x+\frac{1}{2})^2$
 19 $(2x-3)^2$ 20 $(x-\frac{1}{3})^2$
 21 $(5x+4)(5x-4)$ 22 $(2x+\frac{3}{2})(2x-\frac{3}{2})$
 23 $(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y)(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y)$
 24 $(x-4)(x+5)$ 25 $(x+4)(x-6)$
 26 $(x-8)(x-9)$ 27 $(x-2y)(x+5y)$
 28 $(3x-1)(3x-2)$ 29 $(x+1)(5x+3)$
 30 $(x-2)(3x-4)$ 31 $(2x-3y)(4x-y)$

[개념 필수 유형 잡기]

- 32 ③ 33 ③ 34 ② 35 $3xy(2x-y^2+5)$
 36 ① 37 ② 38 ⑤ 39 2 40 ⑤
 41 ④ 42 1 43 ④ 44 ④ 45 ④
 46 ②, ③ 47 $(1+x-2y)(1-x+2y)$ 48 ③
 49 5 50 ② 51 ④ 52 ⑤ 53 ④
 54 ② 55 6 56 ⑤ 57 ② 58 ㉠, ㉡
 59 $2(x+2)(x-5)$ 60 ② 61 $2x-3$ 62 ①

- 12 $(3x+5y)(2z-1)$ 13 $(x+1)(x^2+1)$
 14 $(x+y)(x-y-xy)$ 15 $(a+b-7)(a-b+7)$
 16 $(x-y+3)(x-y-3)$
 17 $(3a+b+5)(3a-b-5)$
 18 $(x+1)(x+3y-3)$
 19 $(b+4)(a-b-4)$ 20 9800 21 3600
 22 10000 23 $60\sqrt{2}$ 24 $\sqrt{30}$ 25 90

[개념 필수 유형 잡기]

- 26 ③ 27 ③ 28 ⑤ 29 ①, ④
 30 $2a+2b-3$ 31 $(a-1)(a+3)(2a^2+4a+1)$
 32 ① 33 ②, ⑤ 34 ② 35 ② 36 ①, ④
 37 ⑤ 38 ② 39 ②, ④ 40 ③ 41 ②
 42 ② 43 $2x-2$ 44 ① 45 ①, ④
 46 $2x-2y-1$ 47 $x+y+1$ 48 ③
 49 ④ 50 ③ 51 ⑤ 52 ① 53 120
 54 ② 55 ⑤ 56 21 57 $8\sqrt{3}$ 58 ⑤
 59 ② 60 ⑤ 61 $x+2$ 62 ⑤
 63 $100\pi \text{ cm}^3$ 64 $\frac{a(a+2b)}{4}\pi$



내신 대비 연습 문제 H~I

- 01 ② 02 ④ 03 ④ 04 ④ 05 ②
 06 ② 07 ④
 08 (1) $xy(x-1)(x+2)$ (2) $(a-2)(x-4)(x+5)$
 09 (1) $(x+y-3)(x+2y-4)$
 (2) $-(x-1)(5x-3)$
 (3) $-2(2x-1)(3x+16)$
 10 ④ 11 $2x+y-1$ 12 ③
 13 (1) 10000 (2) 3000 14 ⑤ 15 ③ 16 ④

I 인수분해 공식의 활용

[개념 이해]

- 01 $A, a+1, a+3$ 02 공통부분 03 \bigcirc
 04 \times 05 \bigcirc

[개념 연산 훈련]

- 06 $2x(2x+1)^2$ 07 $3a(2a+3)(2a-3)$
 08 $x^2(x-1)(x-2)$ 09 $(x-3)^2$
 10 $(3x+1)(x+11)$ 11 $(a+1)(a+8)$



대단원 총정리 문제 II 다항식의 곱셈과 인수분해

- 01 ④ 02 ① 03 ⑤ 04 ②, ⑤ 05 ③
 06 $-64a^2+120ab-50b^2$ 07 ② 08 ①
 09 ② 10 ③ 11 ③ 12 ⑤ 13 ⑤
 14 ⑤ 15 ③ 16 ② 17 ① 18 ④
 19 ② 20 ⑤ 21 ③ 22 ⑤ 23 ③
 24 ⑤ 25 $4a-2b$ 26 ① 27 ⑤
 28 ③ 29 ⑤ 30 $\frac{21}{40}$ 31 ③ 32 ③

III 이차방정식

J 이차방정식

[개념 이해]

- 01 이차방정식 02 해, 근 03 해
04 $A=0, B=0$ 05 × 06 ○ 07 ○
08 ×

[개념 연산 훈련]

- 09 ○ 10 × 11 × 12 × 13 ○
14 $a \neq 0$ 15 $a \neq 2$ 16 $a \neq 1$ 17 2 18 -3
19 5 20 ○ 21 ○ 22 × 23 ×
24 × 25 3 26 -3 27 -8
28 $x=3$ 또는 $x=4$ 29 $x=-2$ 또는 $x=5$
30 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

[개념 필수 유형 잡기]

- 31 ③ 32 ⑤ 33 ⑤ 34 ②, ③ 35 ⑤
36 ③ 37 ④ 38 ② 39 ② 40 ②
41 ④ 42 ④

K 이차방정식의 풀이 (1)

[개념 이해]

- 01 인수분해 02 중근 03 완전제곱식, 제곱근
04 × 05 × 06 ○

[개념 연산 훈련]

- 07 $x=0$ 또는 $x=9$ 08 $x=1$ 또는 $x=2$
09 $x=-5$ 또는 $x=-2$ 10 $x=-6$ 또는 $x=2$
11 $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=1$ 12 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$
13 $x=2$ (중근) 14 $x=-5$ (중근)
15 $x=10$ (중근) 16 $x=\frac{1}{3}$ (중근)
17 $x=-\frac{1}{7}$ (중근) 18 $x=\frac{2}{5}$ (중근)
19 $x=\pm\sqrt{3}$ 20 $x=\pm 2\sqrt{2}$
21 $x=\pm 3\sqrt{3}$ 22 $x=\pm\sqrt{14}$
23 $x=1\pm\sqrt{2}$ 24 $x=-3\pm\sqrt{5}$
25 $x=1\pm\sqrt{6}$ 26 $(x+3)^2=13$

- 27 $(x-5)^2=18$ 28 $(x+4)^2=19$
29 $(x-2)^2=7$ 30 $(x-\frac{3}{2})^2=\frac{1}{4}$

[개념 필수 유형 잡기]

- 31 ④ 32 ③ 33 ⑤ 34 ④ 35 ⑤
36 ⑤ 37 ② 38 ⑤ 39 ⑤ 40 ⑤
41 $\frac{1}{6}$ 42 ③ 43 ④ 44 $x=8$ (중근)
45 ①, ③ 46 ⑤ 47 ④ 48 ② 49 ①, ④
50 ④ 51 ② 52 ② 53 ③ 54 9
55 12

L 이차방정식의 풀이 (2)

[개념 이해]

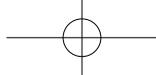
- 01 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 02 $\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$
03 최소공배수 04 거듭제곱 05 ×
06 × 07 ○ 08 ○

[개념 연산 훈련]

- 09 $x=\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 10 $x=-2 \pm \sqrt{7}$
11 $x=\frac{7 \pm \sqrt{65}}{8}$ 12 $x=\frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$
13 $x=\frac{5 \pm \sqrt{85}}{6}$ 14 $x=\frac{-5 \pm 3\sqrt{2}}{2}$
15 $x=-3$ 또는 $x=6$ 16 $x=2$ 또는 $x=5$
17 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$ 18 $x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{5}$
19 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ 20 $x=\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{4}$
21 $x=3$ 또는 $x=4$ 22 $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
23 $x=\frac{-9 \pm \sqrt{33}}{8}$
24 (1) $A^2-2A-8=0$ (2) $A=-2$ 또는 $A=4$
 (3) $x=-1$ 또는 $x=5$
25 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$

[개념 필수 유형 잡기]

- 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30 10
31 ③ 32 ② 33 ④ 34 ⑤ 35 ⑤
36 ① 37 ③ 38 ④ 39 8 40 ②



빠른
정답

- 41 ① 42 ④ 43 ⑤ 44 ② 45 ④
 46 21 47 ③ 48 ③ 49 ① 50 ⑤
 51 ② 52 ④ 53 ③, ⑤ 54 ②



내신 대비 연습 문제 J~L

- 01 ④ 02 ④ 03 -1 04 27 05 ③
 06 ② 07 ④ 08 ⑤ 09 ⑤ 10 ⑤
 11 ③ 12 ④ 13 ① 14 $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$
 15 ③ 16 ⑤

M 이차방정식의 활용 (1)

[개념 이해]

- 01 $b^2 - 4ac$ 02 $b^2 - 4ac \geq 0$
 03 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 04 $p - q\sqrt{m}$
 05 ○ 06 ○ 07 × 08 ×

[개념 연산 훈련]

- 09 2개 10 0개 11 2개 12 0개 13 1개
 14 2개 15 2개 16 0개 17 $m \leq \frac{9}{4}$ 18 $m \leq 1$
 19 $m \geq -\frac{25}{8}$ 20 $x^2 - 7x + 10 = 0$
 21 $2x^2 + 2x = 0$ 22 $6x^2 - x - 1 = 0$
 23 $-5x^2 + 30x - 45 = 0$ 24 $2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0$
 25 $3 - \sqrt{5}$ 26 $-1 + \sqrt{2}$
 27 $4 + 2\sqrt{3}$ 28 $-2\sqrt{5} + 6$

[개념 필수 유형 잡기]

- 29 ③ 30 2개 31 0개 32 ②, ④ 33 ⑤
 34 ③ 35 ② 36 ③ 37 ② 38 ①
 39 $m < 5$ 40 ⑤ 41 ③ 42 ① 43 ②
 44 ④ 45 ② 46 -5 47 ①, ③ 48 ②
 49 ③ 50 ① 51 ③ 52 $3x^2 + 30x + 63 = 0$
 53 ② 54 ② 55 ④ 56 -30 57 ④
 58 ③ 59 ③ 60 3, 10, -3, 7, 18, -18
 61 (1) $x^2 - 2x - 3 = 0$ (2) $x^2 + 7x - 8 = 0$
 (3) $m = -2, n = -8$ (4) $x = -2$ 또는 $x = 4$
 62 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 63 ③ 64 8 65 ①
 66 ④ 67 ② 68 ⑤ 69 ①, ④ 70 ①

N 이차방정식의 활용 (2)

[개념 이해]

- 01 $x+1$ 02 $x-2, x+2$ 03 $x+3$ 04 빗변
 05 ○ 06 × 07 × 08 ○

[개념 연산 훈련]

- 09 $x+1$ 10 $x^2 + x - 56 = 0$ 11 $x = -8$ 또는 $x = 7$
 12 7, 8 13 $(x+2)$ 살 14 $x^2 + 2x - 143 = 0$
 15 $x = -13$ 또는 $x = 11$ 16 11살
 17 $x^2 - 10x = 0$ 18 $x = 0$ 또는 $x = 10$
 19 10초 후 20 $n^2 - 3n - 40 = 0$
 21 $n = -5$ 또는 $n = 8$ 22 팔각형

[개념 필수 유형 잡기]

- 23 11 24 ⑤ 25 10명 26 ③ 27 ②, ⑤
 28 1 29 12 30 ③ 31 210 32 24, 48
 33 ③ 34 ③ 35 ② 36 ② 37 24
 38 ④ 39 ③ 40 ⑤ 41 39쪽 42 ③
 43 ③ 44 ① 45 ④ 46 ⑤ 47 ③
 48 16초 후 49 ⑤ 50 ② 51 ④ 52 ①
 53 9초 54 ③ 55 12 cm 56 ④ 57 7 cm
 58 ② 59 9 cm 60 6 cm 61 ② 62 13 m
 63 2 m 64 3 cm 65 12 cm 66 2 cm



내신 대비 연습 문제 M~N

- 01 ④ 02 ①, ③ 03 -15 04 ⑤ 05 2
 06 ① 07 ② 08 ③ 09 ① 10 50 m
 11 30 12 ④ 13 7월 6일 14 ④
 15 P(3, 1) 16 ③



대단원 총정리 문제 III 이차방정식

- 01 ② 02 ⑤ 03 ④ 04 ① 05 ①
 06 ④ 07 ③ 08 3 09 ①, ④ 10 1
 11 ③ 12 ⑤ 13 ① 14 ⑤
 15 $x = -1$ 16 ③ 17 ④ 18 ①
 19 ⑤ 20 $3x^2 - 13x + 4 = 0$ 21 $1 - \sqrt{5}$ 22 ②
 23 16마리 또는 48마리 24 ③ 25 ③
 26 20 27 16살 28 8 cm 29 ⑤ 30 6

IV 이차함수

○ 이차함수

[개념 이해]

- 01 (0, 0), y 02 아래, 위 03 x
 04 ○ 05 ○ 06 ×

[개념 연산 훈련]

- 07 × 08 ○ 09 × 10 × 11 ○
 12 × 13 $y=x^2+2x$, ○ 14 $y=8x+12$, ×
 15 $y=2x^2$, ○ 16 $y=\pi x^2$, ○
 17 $y=x^3$, × 18 (0, 0) 19 아래 20 증가
 21 y 22 위 23 감소 24 ⊖, ⊕ 25 ⊕
 26 ⊖, ⊕

[개념 필수 유형 잡기]

- 27 ④ 28 ④ 29 ④ 30 ⑤ 31 ②
 32 ③ 33 ⑤ 34 13 35 ④ 36 ②
 37 ⑤ 38 ⊕, ⊖, ⊕, ⊖ 39 ⑤ 40 ⑤
 41 ⑤ 42 ① 43 ③ 44 ③ 45 ③
 46 ② 47 ③ 48 ③ 49 ④ 50 ④
 51 $y=\frac{1}{8}x^2$ 52 ⑤ 53 ⑤ 54 -6

P 이차함수의 그래프 (1)

[개념 이해]

- 01 $y=ax^2+q$ 02 x, p 03 $(p, q), x=p$
 04 × 05 ○ 06 ○

[개념 연산 훈련]

- 07 $y=3x^2+1$ 08 $y=-4x^2-2$
 09 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{2}$
 10 꼭짓점의 좌표 : (0, 3), 축의 방정식 : $x=0$
 11 꼭짓점의 좌표 : (0, -2), 축의 방정식 : $x=0$
 12 꼭짓점의 좌표 : $(0, \frac{2}{3})$, 축의 방정식 : $x=0$
 13 $y=5(x-1)^2$ 14 $y=-2(x+6)^2$
 15 $y=-\frac{1}{2}(x+\frac{1}{4})^2$

- 16 꼭짓점의 좌표 : (1, 0), 축의 방정식 : $x=1$
 17 꼭짓점의 좌표 : (-4, 0), 축의 방정식 : $x=-4$
 18 꼭짓점의 좌표 : (-3, 0), 축의 방정식 : $x=-3$
 19 $y=2(x-1)^2+3$ 20 $y=-3(x-2)^2-1$

21 $y=\frac{3}{2}(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{3}$

- 22 꼭짓점의 좌표 : (1, 4), 축의 방정식 : $x=1$
 23 꼭짓점의 좌표 : (-2, -3), 축의 방정식 : $x=-2$
 24 꼭짓점의 좌표 : (-1, 7), 축의 방정식 : $x=-1$
 25 꼭짓점의 좌표 : $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{5})$, 축의 방정식 : $x=\frac{1}{2}$

[개념 필수 유형 잡기]

- 26 ② 27 ② 28 ⑤ 29 ③ 30 ③
 31 3 32 ④ 33 ② 34 ⑤ 35 ②
 36 ③ 37 ④ 38 ① 39 ③ 40 -3
 41 ② 42 ④ 43 3 44 ② 45 ①
 46 ② 47 ② 48 ③ 49 ① 50 ⑤
 51 -16 52 ② 53 ⑤ 54 ② 55 ⑤
 56 $x>2$ 57 ② 58 ② 59 ③ 60 ③
 61 ⑤ 62 ③, ⑤ 63 ⑤



내신 대비 연습 문제 O~P

- 01 ② 02 3 03 4 04 ⑤ 05 4
 06 $y=\frac{2}{3}x^2$ 07 ② 08 ①, ③ 09 ③
 10 ④ 11 ① 12 27 13 ③ 14 ②
 15 5

Q 이차함수의 그래프 (2)

[개념 이해]

- 01 $x=-\frac{b}{2a}, (0, c)$ 02 >, < 03 >, < 04 ○
 05 ○ 06 ×

[개념 연산 훈련]

- 07 $y=(x+4)^2-20$ 08 $y=3(x-1)^2+4$
 09 $y=-4(x-1)^2+3$ 10 $y=-2(x+3)^2+15$
 11 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$
 12 꼭짓점의 좌표 : (5, 19)
 y 축과의 교점의 좌표 : (0, -6)



I 제곱근과 실수

A 제곱근

01 **답** 제곱근, 제곱근

02 **답** \sqrt{a} , $-\sqrt{a}$

03 **답** ① a , a ② a , a

04 **답** ×
0의 제곱근은 0이다.

05 **답** ×
음수의 제곱근은 없다.

06 **답** ○
양수 a 의 제곱근은 \sqrt{a} , $-\sqrt{a}$ 로 2개이다.

07 **답** ×
음수의 제곱근은 없다.

08 **답** ×
양수의 제곱근은 2개, 0의 제곱근은 1개이고,
음수의 제곱근은 없다.

09 **답** ○
양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개가 있으며 이 두 수
의 절댓값은 서로 같으므로 양수의 두 제곱근의 합은 0
이다.



개념 연산 훈련

10 **답** 해설 참조

$x^2=1$ 인 x 의 값을 모두 구하면

$x=1$ 또는 $x=-1$

$x^2=4$ 인 x 의 값을 모두 구하면

$x=2$ 또는 $x=-2$

$x^2=25$ 인 x 의 값을 모두 구하면

$x=5$ 또는 $x=-5$

$x^2=36$ 인 x 의 값을 모두 구하면

$x=6$ 또는 $x=-6$

x^2	1	4	25	36
x	1, -1	2, -2	5, -5	6, -6

11 **답** 0
0의 제곱근은 0이다.

12 **답** 없다.
음수의 제곱근은 없다.

13 **답** ± 3
 $x^2=9$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=3$ 또는 $x=-3$

14 **답** ± 4
 $x^2=16$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=4$ 또는 $x=-4$

15 **답** ± 13
 $x^2=169$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=13$ 또는 $x=-13$

16 **답** ± 15
 $x^2=225$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=15$ 또는 $x=-15$

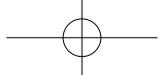
17 **답** $\pm \frac{1}{11}$
 $x^2=\frac{1}{121}$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=\frac{1}{11}$ 또는 $x=-\frac{1}{11}$

18 **답** $\pm \frac{5}{8}$
 $x^2=\frac{25}{64}$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=\frac{5}{8}$ 또는 $x=-\frac{5}{8}$

19 **답** ± 0.3
 $x^2=0.09$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=0.3$ 또는 $x=-0.3$

20 **답** ± 0.05
 $x^2=0.0025$ 인 x 의 값을 모두 구하면
 $x=0.05$ 또는 $x=-0.05$

21 **답** $\sqrt{3}$
3의 양의 제곱근은 $\sqrt{3}$



22 답 $-\sqrt{3}$
3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$

23 답 $\pm\sqrt{3}$
3의 제곱근은 $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$

24 답 $\sqrt{3}$
제곱근 3은 3의 양의 제곱근과 같으므로 $\sqrt{3}$ 이다.

25 답 2
 $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

26 답 -5
 $-\sqrt{25}=-\sqrt{5^2}=-5$

27 답 ± 8
 $\pm\sqrt{64}=\pm\sqrt{8^2}=\pm 8$

28 답 0.3
 $\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$

29 답 3
 $(\sqrt{3})^2=3$

30 답 6
 $(-\sqrt{6})^2=(\sqrt{6})^2=6$

31 답 $-\frac{2}{5}$
 $-\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=-\frac{2}{5}$

32 답 -13
 $-(-\sqrt{13})^2=-(\sqrt{13})^2=-13$

33 답 7
 $\sqrt{7^2}=7$

34 답 11
 $\sqrt{(-11)^2}=\sqrt{11^2}=11$

35 답 $-\frac{4}{7}$
 $-\sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^2}=-\frac{4}{7}$

36 답 -2.5
 $-\sqrt{(-2.5)^2}=-\sqrt{2.5^2}=-2.5$



개념 필수 유형 잡기

37 답 ①
 x 가 양수 a 의 제곱근이므로 $x^2=a$ 이다.

38 답 ③
① 3의 제곱근은 $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ 이다.
② 양수의 제곱근만 항상 2개이다.
④ 음수의 제곱근은 없다.
⑤ 0의 제곱근은 0이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

39 답 ⑤
①, ②, ③, ④ ± 3
⑤ 3
따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

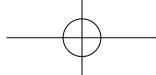
40 답 ③
㉠ 양수의 제곱근은 2개, 0의 제곱근은 1개, 음수의 제곱근은 없다. (거짓)
㉡ $x^2=7$ 이면 $x=\pm\sqrt{7}$ 이다. (참)
㉢ $a>0$ 일 때, a 의 양의 제곱근은 \sqrt{a} , 제곱근 a 도 \sqrt{a} 이므로 a 의 양의 제곱근과 제곱근 a 는 같다. (참)
㉣ $a<0$ 일 때, a 의 제곱근은 없다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢의 2개이다.

41 답 49
15의 제곱근이 a 이므로 $a^2=15$, 64의 제곱근이 b 이므로 $b^2=64$
 $\therefore b^2-a^2=64-15=49$

42 답 ①
 $2^2=4$ 의 양의 제곱근은 2이므로 $A=2$
 $(-4)^2=16$ 의 음의 제곱근은 -4 이므로 $B=-4$
 $\therefore AB=2 \times (-4)=-8$

43 답 ⑤
 $(-6)^2=36$ 의 제곱근은 ± 6 이므로 $a=6$ 또는 $a=-6$
 $(-5)^2=25$ 의 제곱근은 ± 5 이므로 $b=5$ 또는 $b=-5$
따라서 $a=6, b=5$ 일 때, $a+b$ 의 최댓값은 11이다.

44 답 ③
49의 양의 제곱근은 7이므로 $a=7$
81의 음의 제곱근은 -9 이므로 $b=-9$
 $\therefore a-b=7-(-9)=16$



45 [답] ④

넓이가 2 cm^2 인 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라 하면

$$x^2=2 \quad \therefore x=\pm\sqrt{2}$$

그런데 $x>0$ 이므로 $x=\sqrt{2}$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}\text{ cm}$ 이다.

46 [답] $\sqrt{30}\text{ cm}$

$$(\text{삼각형의 넓이})=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30(\text{cm}^2)$$

이때, 구하는 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라 하면

$$x^2=30 \quad \therefore x=\pm\sqrt{30}$$

그런데 $x>0$ 이므로 $x=\sqrt{30}$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}\text{ cm}$ 이다.

47 [답] ④

$$\textcircled{4} \sqrt{\frac{4}{25}}=\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{2}{5}$$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ④이다.

Tip

[순환소수를 분수로 고치는 공식]

(i) 분모에 순환마디의 숫자의 개수만큼 9를 쓰고, 소수점 아래 순환하지 않는 숫자의 개수만큼 0을 쓴다.

(ii) 분자에 다음을 계산하여 쓴다.

(전체의 수)-(순환하지 않는 부분의 수)

48 [답] ②

주어진 수의 제곱근을 구하면 다음과 같다.

$$\textcircled{1} \pm\sqrt{0.04}=\pm\sqrt{0.2^2}=\pm 0.2$$

$$\textcircled{2} \pm\sqrt{0.1}$$

$$\textcircled{3} \pm\sqrt{1.\dot{7}}=\pm\sqrt{\frac{16}{9}}=\pm\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2}=\pm\frac{4}{3}$$

$$\textcircled{4} \pm\sqrt{\frac{121}{36}}=\pm\sqrt{\left(\frac{11}{6}\right)^2}=\pm\frac{11}{6}$$

$$\textcircled{5} \pm\sqrt{49}=\pm 7$$

49 [답] ㉠, ㉡, ㉢

$$\textcircled{㉠} \text{ 제곱근 } 4 \Rightarrow \sqrt{4}=2$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{㉢} 6^2=36 \text{의 음의 제곱근은 } -\sqrt{36}=-6$$

㉣ 구하는 원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\pi \times x^2=14\pi, \quad x^2=14$$

$$\therefore x=\pm\sqrt{14}$$

그런데 $x>0$ 이므로 $x=\sqrt{14}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

50 [답] ⑤

$$\textcircled{5} -(-\sqrt{0.7})^2=-0.7$$

51 [답] ④

$$\textcircled{1} \sqrt{(-0.05)^2}=0.05$$

$$\textcircled{2} \sqrt{\frac{1}{100}}=\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2}=\frac{1}{10}=0.1$$

$$\textcircled{3} (-\sqrt{0.4})^2=0.4$$

$$\textcircled{4} \sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)^2}=\frac{1}{25}=0.04$$

$$\textcircled{5} (\sqrt{0.3})^2=0.3$$

따라서 가장 작은 수는 ④이다.

52 [답] ④

$(-\sqrt{0.36})^2=0.36$ 이므로 0.36의 제곱근은

$$\pm\sqrt{0.36}=\pm\sqrt{0.6^2}=\pm 0.6$$

53 [답] ⑤

$$\textcircled{1} -(\sqrt{8})^2=-8$$

$$\textcircled{2} -\sqrt{(-8)^2}=-\sqrt{8^2}=-8$$

③ 64의 음의 제곱근은 -8 이다.

$$\textcircled{4} -\sqrt{8^2}=-8$$

$$\textcircled{5} (-\sqrt{8})^2=8$$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

54 [답] 8

$\sqrt{(-25)^2}=\sqrt{25^2}=25$ 의 양의 제곱근은 5이므로 $a=5$

$(\sqrt{9})^2=9$ 의 음의 제곱근은 -3 이므로 $b=-3$

$$\therefore a-b=5-(-3)=8$$

55 [답] ③

$$\textcircled{1} (-2)^2=4 \text{의 제곱근} \Rightarrow \pm\sqrt{4}=\pm 2$$

$$\textcircled{2} 10 \text{의 제곱근} \Rightarrow \pm\sqrt{10}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{49}=7 \text{의 제곱근} \Rightarrow \pm\sqrt{7}$$

$$\textcircled{4} \text{제곱근 } \sqrt{(-5)^2} \Rightarrow \text{제곱근 } 5 \Rightarrow \sqrt{5}$$

$$\textcircled{5} 0.\dot{4}=\frac{4}{9} \text{의 양의 제곱근} \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}=0.\dot{6}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

56 [답] ⑤

$$\textcircled{1} (\sqrt{7})^2-(-\sqrt{3})^2=7-3=4$$

$$\textcircled{2} \sqrt{6^2}\div\sqrt{(-2)^2}=6\div 2=3$$

$$\textcircled{3} \sqrt{(-3)^2}-\sqrt{9}=\sqrt{(-3)^2}-\sqrt{3^2}=3-3=0$$

$$\textcircled{4} \sqrt{9}+\sqrt{4}=\sqrt{3^2}+\sqrt{2^2}=3+2=5$$

$$\textcircled{5} \sqrt{25}+\sqrt{49}-(-\sqrt{8})^2=\sqrt{5^2}+\sqrt{7^2}-(\sqrt{8})^2=5+7-8=4$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.



57 답 -1

$$\begin{aligned} & \sqrt{0.25} \div (-\sqrt{0.1^2}) \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 \\ &= \sqrt{0.5^2} \div (-\sqrt{0.1^2}) \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 \\ &= 0.5 \div (-0.1) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \div \left(-\frac{1}{10}\right) \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{2} \times (-10) \times \frac{1}{5} = -1 \end{aligned}$$

58 답 ③

$$\begin{aligned} & \sqrt{144} + \sqrt{(-4)^2} \div \sqrt{\frac{16}{25}} - (-\sqrt{8})^2 \\ &= \sqrt{12^2} + \sqrt{4^2} \div \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} - (\sqrt{8})^2 \\ &= 12 + 4 \div \frac{4}{5} - 8 = 12 + 4 \times \frac{5}{4} - 8 \\ &= 12 + 5 - 8 = 9 \end{aligned}$$

59 답 ②

$$\begin{aligned} A &= (-\sqrt{15})^2 - \sqrt{36} = (\sqrt{15})^2 - \sqrt{6^2} = 15 - 6 = 9 \\ B &= \sqrt{(-9)^2} \div \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 - (-\sqrt{3})^2 \\ &= \sqrt{9^2} \div \frac{3}{2} - (\sqrt{3})^2 = 9 \times \frac{2}{3} - 3 = 6 - 3 = 3 \\ \therefore A+B &= 9+3=12 \end{aligned}$$

60 답 ②

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \sqrt{2^2} + \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2} \\ \textcircled{2} & \sqrt{(-14)^2} - (-\sqrt{7})^2 = 14 - 7 = 7 \\ \textcircled{3} & -(-\sqrt{3})^2 \times \sqrt{0.4} = -3 \times \sqrt{\frac{4}{9}} = -3 \times \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \\ &= -3 \times \frac{2}{3} = -2 \\ \textcircled{4} & \sqrt{0.1^2} \div \left(-\sqrt{\frac{3}{10}}\right)^2 = 0.1 \div \frac{3}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{10}{3} = \frac{1}{3} \\ \textcircled{5} & -\sqrt{36} \div \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = -\sqrt{6^2} \div \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = -6 \div \frac{3}{4} \\ &= -6 \times \frac{4}{3} = -8 \end{aligned}$$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ②이다.

61 답 ④

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{1.69} \times (-\sqrt{10})^2 + \sqrt{3^2} \times \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{(-3)^2} \\ &= \sqrt{1.3^2} \times 10 + 3 \times 2 - 3 = 1.3 \times 10 + 6 - 3 \\ &= 13 + 6 - 3 = 16 \end{aligned}$$

따라서 제곱근 A, 즉 제곱근 16의 값은 $\sqrt{16}=4$ 이다.

B 제곱근의 성질의 활용

I

01 답 a, -a

02 답 a-b, -a+b

03 답 ① <, > ② <

04 답 <, <

05 답 ○

a > 0일 때, -6a < 0이므로
 $\sqrt{(-6a)^2} = -(-6a) = 6a$

06 답 ×

a < 0일 때, 3a < 0이므로 $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

07 답 ×

x > -2일 때, x+2 > 0이므로 $\sqrt{(x+2)^2} = x+2$

08 답 ○

2 < 3에서 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ 이므로 $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$

09 답 ○

x는 자연수이므로 x ≥ 1

또, $\sqrt{x} \leq 2$ 에서 $\sqrt{x} \leq \sqrt{4}$ 이므로 x ≤ 4

∴ 1 ≤ x ≤ 4

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는

1, 2, 3, 4이다.



개념 연산 훈련

10 답 2a

a > 0일 때, 2a > 0이므로 $\sqrt{(2a)^2} = 2a$

11 답 -2a

a < 0일 때, 2a < 0이므로 $\sqrt{(2a)^2} = -2a$

12 답 2a

a > 0일 때, -2a < 0이므로
 $\sqrt{(-2a)^2} = -(-2a) = 2a$

13 답 -2a

a < 0일 때, -2a > 0이므로 $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$



14 [답] $a-2$

$a \geq 2$ 일 때, $a-2 \geq 0$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = a-2$$

15 [답] $-a+2$

$a < 2$ 일 때, $a-2 < 0$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$$

16 [답] 11

$\sqrt{11x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는

$11 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 가장 작은 자연수 x 는

$$x=11$$

17 [답] 5

$\sqrt{3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는

$5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 가장 작은 자연수 x 는

$$x=5$$

18 [답] 6

$\sqrt{24x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는

$2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 가장 작은 자연수 x 는

$$x=2 \times 3=6$$

19 [답] 30

$\sqrt{\frac{2 \times 3 \times 5^3}{x}}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는

$2 \times 3 \times 5^3$ 의 약수이면서 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 가장 작은 자연수 x 는 $x=2 \times 3 \times 5=30$

20 [답] 7

$\sqrt{\frac{175}{x}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는

175의 약수이면서 $7 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 가장 작은 자연수 x 는 $x=7$

21 [답] $>$

$$14 > 13 \text{이므로 } \sqrt{14} > \sqrt{13}$$

22 [답] $>$

$$5 < 7 \text{이므로 } \sqrt{5} < \sqrt{7}$$

$$\therefore -\sqrt{5} > -\sqrt{7}$$

23 [답] $<$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \text{이므로 } \sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore -\sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

24 [답] $<$

$0.1 < 0.11$ 이므로

$$\sqrt{0.1} < \sqrt{0.11}$$

25 [답] $<$

$7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49}$ 이고

$49 < 50$ 이므로 $\sqrt{49} < \sqrt{50}$

$$\therefore 7 < \sqrt{50}$$

26 [답] $>$

$3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$ 이고

$9 < 13$ 이므로 $\sqrt{9} < \sqrt{13}$ 에서 $3 < \sqrt{13}$

$$\therefore -3 > -\sqrt{13}$$

27 [답] $<$

$\frac{2}{5} = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{25}}$ 이고

$\frac{6}{25} > \frac{4}{25}$ 이므로 $\sqrt{\frac{6}{25}} > \sqrt{\frac{4}{25}}$ 에서 $\sqrt{\frac{6}{25}} > \frac{2}{5}$

$$\therefore -\sqrt{\frac{6}{25}} < -\frac{2}{5}$$

28 [답] $>$

$0.2 = \sqrt{0.2^2} = \sqrt{0.04}$ 이고

$0.05 > 0.04$ 이므로 $\sqrt{0.05} > \sqrt{0.04}$

$$\therefore \sqrt{0.05} > 0.2$$

29 [답] 1, 2, 3

$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$ 이고

$\sqrt{x} < 2$ 에서 $\sqrt{x} < \sqrt{4}$ 이므로 $x < 4$

따라서 자연수 x 의 값은 1, 2, 3이다.

30 [답] 7, 8, 9, 10

$\sqrt{6} < \sqrt{x} < \sqrt{11}$ 이므로

$6 < x < 11$

따라서 자연수 x 의 값은 7, 8, 9, 10이다.

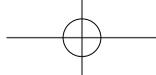
31 [답] 5, 6, 7, 8

$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$, $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$ 이고

$2 < \sqrt{x} < 3$ 에서 $\sqrt{4} < \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로

$4 < x < 9$

따라서 자연수 x 의 값은 5, 6, 7, 8이다.



개념 필수 유형 잡기

32 답 ②, ③

- ① $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$
 ② $a < 0$ 이므로 $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$
 ③ $4a < 0$ 이므로 $\sqrt{(4a)^2} = -4a$
 ④ $-4a > 0$ 이므로 $\sqrt{(-4a)^2} = -4a$
 ⑤ $-36a > 0$ 이므로 $-\sqrt{(-36a)^2} = -(-36a) = 36a$
 따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

33 답 ②

$a < 0$ 이므로 $9a < 0$
 $\therefore \sqrt{81a^2} = \sqrt{(9a)^2} = -9a$

34 답 $-\sqrt{b^2}$

$a > b > 0$ 이므로
 $\sqrt{a^2} = a, -\sqrt{(-a)^2} = -a, -\sqrt{b^2} = -b, \sqrt{(-b)^2} = b$
 이때, 주어진 조건에서 $0 < b < a$ 이므로
 $-a < -b < 0 < b < a$
 따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면
 $-\sqrt{(-a)^2}, -\sqrt{b^2}, \sqrt{(-b)^2}, \sqrt{a^2}$
 이므로 두 번째에 오는 수는 $-\sqrt{b^2}$ 이다.

35 답 ③

$x > 0$ 이므로
 $\sqrt{(-x)^2} = x, \sqrt{4x^2} = \sqrt{(2x)^2} = 2x$
 $\therefore \sqrt{(-x)^2} + \sqrt{4x^2} = x + 2x = 3x$

36 답 ⑤

$x < 0$ 이므로
 $2x < 0, 3x < 0, 5x < 0, -11x > 0$
 $\therefore \sqrt{4x^2} - \sqrt{9x^2} + \sqrt{25x^2} - \sqrt{(-11x)^2}$
 $= \sqrt{(2x)^2} - \sqrt{(3x)^2} + \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(-11x)^2}$
 $= -2x - (-3x) - 5x - (-11x)$
 $= -2x + 3x - 5x + 11x = 7x$

37 답 $10x + 6y$

$x > 0, y < 0$ 이므로
 $2y < 0, 3x > 0, 4y < 0, -6x < 0$
 $\therefore \sqrt{x^2} - \sqrt{(2y)^2} + \sqrt{9x^2} - \sqrt{16y^2} + \sqrt{(-6x)^2}$
 $= \sqrt{x^2} - \sqrt{(2y)^2} + \sqrt{(3x)^2} - \sqrt{(4y)^2} + \sqrt{(-6x)^2}$
 $= x - (-2y) + 3x - (-4y) - (-6x)$
 $= x + 2y + 3x + 4y + 6x = 10x + 6y$

Tip

[제곱근의 성질에서 부호 판별]

- (1) $\sqrt{(\text{양수})^2}$ 과 $\sqrt{(\text{음수})^2}$ 은 모두 근호 앞의 부호가 +이므로 양수이다.
 $\Rightarrow \sqrt{(\text{양수})^2} = (\text{양수})$
 $\sqrt{(\text{음수})^2} = -(\text{음수}) = (\text{양수})$
 (2) $-\sqrt{(\text{양수})^2}$ 과 $-\sqrt{(\text{음수})^2}$ 은 모두 근호 앞의 부호가 -이므로 음수이다.
 $\Rightarrow -\sqrt{(\text{양수})^2} = -(\text{양수}) = (\text{음수})$
 $-\sqrt{(\text{음수})^2} = (\text{음수})$

38 답 ①

$2 < a < 4$ 에서 $a - 2 > 0, a - 4 < 0$ 이므로
 $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a-4)^2}$
 $= a - 2 - \{-(a-4)\}$
 $= a - 2 + a - 4$
 $= 2a - 6$

39 답 $-2x + 14$

$x < 7$ 에서 $x - 7 < 0, 7 - x > 0$ 이므로
 $\sqrt{(x-7)^2} + \sqrt{(7-x)^2}$
 $= -(x-7) + 7 - x$
 $= -x + 7 + 7 - x$
 $= -2x + 14$

40 답 $2x - 3$

$2 < x < 3$ 에서 $x - 3 < 0, 2 - x < 0$ 이므로
 $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{9(2-x)^2}$
 $= \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{\{3(2-x)\}^2}$
 $= -(x-3) - 3(2-x)$
 $= -x + 3 - 6 + 3x$
 $= 2x - 3$

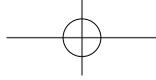
41 답 ④

126을 소인수분해하면 $126 = 2 \times 3^2 \times 7$
 $\sqrt{126x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times x}$ 가 자연수가 되려면
 $x = 2 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 따라서 가장 작은 자연수 x 는 $x = 2 \times 7 = 14$

42 답 ①

300을 소인수분해하면 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$
 $\sqrt{300x} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2 \times x}$ 가 자연수가 되려면
 $x = 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 따라서 가장 작은 두 자리 자연수 x 는 $x = 3 \times 2^2 = 12$





43 [답] 4개

$\sqrt{5a}$ 가 자연수가 되려면 $a=5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. 따라서 $0 < a < 100$ 인 자연수 a 는 $5 \times 1^2=5, 5 \times 2^2=20, 5 \times 3^2=45, 5 \times 4^2=80$ 의 4개이다.

44 [답] ③

40을 소인수분해하면 $40=2^3 \times 5$

$\sqrt{40m}=\sqrt{2^3 \times 5 \times m}$ 이 자연수가 되려면

$m=2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때, m 이 두 자리 자연수이므로

(i) $m=2 \times 5 \times 1^2=10$ 이면

$$\sqrt{40m}=\sqrt{400}=\sqrt{20^2}=20 \quad \therefore n=20$$

(ii) $m=2 \times 5 \times 2^2=40$ 이면

$$\sqrt{40m}=\sqrt{1600}=\sqrt{40^2}=40 \quad \therefore n=40$$

(iii) $m=2 \times 5 \times 3^2=90$ 이면

$$\sqrt{40m}=\sqrt{3600}=\sqrt{60^2}=60 \quad \therefore n=60$$

따라서 두 자리 자연수 m, n 에 대하여 $m=90, n=60$ 일 때,

$m+n$ 의 값이 최대이므로 구하는 최댓값은

$$90+60=150$$

45 [답] ①

48을 소인수분해하면 $48=2^4 \times 3$

$\sqrt{\frac{48}{n}}=\sqrt{\frac{2^4 \times 3}{n}}$ 이 자연수가 되려면 n 은 48의 약수이면서

$3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 n 은 $n=3$ 이다.

46 [답] ②

180을 소인수분해하면 $180=2^2 \times 3^2 \times 5$

$\sqrt{\frac{180}{a}}=\sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$ 가 자연수가 되려면 a 는 180의 약수이면서

$5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때, $b=\sqrt{\frac{180}{a}}$ 의 값이 최대가 되려면 a 의 값은 최소이어야

하므로 구하는 a 의 값은 $a=5$ 이다.

47 [답] 1010

1000을 소인수분해하면 $1000=2^3 \times 5^3$

$\sqrt{\frac{1000}{x}}=\sqrt{\frac{2^3 \times 5^3}{x}}$ 이 자연수가 되려면 x 는 1000의 약수이면서

$2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때, $\sqrt{\frac{1000}{x}}=\sqrt{\frac{2^3 \times 5^3}{x}}$ 이 가장 큰 자연수가 되려면 x 의 값

은 최소이어야 하므로 $x=2 \times 5=10$

$$\therefore a=10$$

또, $\sqrt{\frac{1000}{x}}=\sqrt{\frac{2^3 \times 5^3}{x}}$ 이 가장 작은 자연수가 되려면 x 의 값

은 최대이어야 하므로 $x=2 \times 5 \times 10^2=1000$

$$\therefore b=1000$$

$$\therefore a+b=10+1000=1010$$

48 [답] 3

$\sqrt{61+x}$ 가 자연수가 되려면 $61+x$ 는 61보다 큰 제곱인 자연수이어야 하므로

$$61+x=64, 81, 100, \dots$$

$$\therefore x=3, 20, 39, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 3이다.

49 [답] ⑤

$\sqrt{x+13}$ 이 자연수가 되려면 $x+13$ 은 13보다 큰 제곱인 자연수이어야 하므로

$$x+13=16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$$

$$\therefore x=3, 12, 23, 36, 51, 68, \dots$$

따라서 $\sqrt{x+13}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

50 [답] 42

$y=\sqrt{43+x}$ 가 자연수가 되려면 $43+x$ 는 43보다 큰 제곱인 자연수이어야 하므로

$$43+x=49, 64, 81, \dots$$

$$\therefore x=6, 21, 38, \dots$$

즉, 자연수 x 의 최솟값은 6이고, $x=6$ 일 때 $y=\sqrt{49}=7$

따라서 $a=6, b=7$ 이므로

$$ab=6 \times 7=42$$

51 [답] 12

$\sqrt{112-x}$ 가 자연수가 되려면 $112-x$ 는 112보다 작은 제곱인 자연수이어야 하므로

$$112-x=100, 81, 64, \dots, 1$$

$$\therefore x=12, 31, 48, \dots, 111$$

따라서 $\sqrt{112-x}$ 가 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 12이다.

52 [답] ②

$\sqrt{19-a}$ 가 자연수가 되려면 $19-a$ 는 19보다 작은 제곱인 자연수이어야 하므로

$$19-a=16, 9, 4, 1$$

$$\therefore a=3, 10, 15, 18$$

따라서 $\sqrt{19-a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합은 $3+10+15+18=46$



53 [답] 90

$\sqrt{77-x}$ 가 정수가 되려면 $77-x$ 는 77보다 작은 제곱인 자연수이거나 0이어야 하므로

$77-x=64, 49, \dots, 1, 0$

(i) $77-x$ 가 최소일 때, x 는 최대이므로

$77-x=0$ 에서 $x=77$

$\therefore M=77$

(ii) $77-x$ 가 최대일 때, x 는 최소이므로

$77-x=64$ 에서 $x=13$

$\therefore m=13$

$\therefore M+m=77+13=90$

54 [답] ④

① $7 < 8$ 에서 $\sqrt{7} < \sqrt{8}$ 이므로 $-\sqrt{7} > -\sqrt{8}$

② $0.01 < 0.1$ 에서 $\sqrt{0.01} < \sqrt{0.1}$ 이므로 $0.1 < \sqrt{0.1}$

③ $15 < 16$ 에서 $\sqrt{15} < \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{15} < 4$

④ $26 > 25$ 에서 $\sqrt{26} > \sqrt{25}$ 이므로 $\sqrt{26} > 5$

⑤ $39 > 36$ 에서 $\sqrt{39} > \sqrt{36}$ 이므로 $\sqrt{39} > 6$

따라서 옳은 것은 ④이다.

55 [답] $-\sqrt{2}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\frac{1}{2}, 0, \sqrt{\frac{1}{9}}, \sqrt{0.4}, 1$

먼저, 음수의 크기를 비교하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 2$ 에서

$\sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{2}$ 이므로

$-\sqrt{2} < -\sqrt{\frac{1}{2}} < -\frac{1}{2}$

또, 양수의 크기를 비교하면 $\frac{1}{9} < \frac{2}{5} < 1$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt{0.4} < 1$

이때, (음수) $< 0 <$ (양수)이므로

$-\sqrt{2} < -\sqrt{\frac{1}{2}} < -\frac{1}{2} < 0 < \sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt{0.4} < 1$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면

$-\sqrt{2}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\frac{1}{2}, 0, \sqrt{\frac{1}{9}}, \sqrt{0.4}, 1$ 이다.

56 [답] ③

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 이라 하고 주어진 식의 값을 구하면

① $\frac{1}{4}$

② $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

③ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

④ $1 \div \frac{1}{4} = 1 \times 4 = 4$

⑤ $\sqrt{4} = 2$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ③이다.

Tip

$0 < a < 1$ 일 때, a 에 대한 식의 대소는 다음과 같다.

$a^2 < a < \sqrt{a} < 1 < \sqrt{\frac{1}{a}} < \frac{1}{a} < \frac{1}{a^2}$



57 [답] 4개

$4 < \sqrt{2x} < 5$ 의 각 변을 제곱하면

$4^2 < (\sqrt{2x})^2 < 5^2, 16 < 2x < 25$

$\therefore 8 < x < \frac{25}{2}$

따라서 $\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x 는 9, 10, 11, 12의 4개이다.

58 [답] ②

$\sqrt{20} < 3x < \sqrt{44}$ 의 각 변을 제곱하면

$(\sqrt{20})^2 < (3x)^2 < (\sqrt{44})^2, 20 < 9x^2 < 44$

$\therefore \frac{20}{9} < x^2 < \frac{44}{9}$

$\frac{20}{9} = 2.\times\times\times, \frac{44}{9} = 4.\times\times\times$ 이고, 자연수 x 에 대하여 x^2 의

값도 자연수이므로 위의 부등식을 만족시키는 x^2 의 값은 3 또는 4이다.

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x 의 값은 2이다.

59 [답] ③

$\sqrt{5} < \sqrt{x-2} < 4$ 의 각 변을 제곱하면

$(\sqrt{5})^2 < (\sqrt{x-2})^2 < 4^2, 5 < x-2 < 16$

$\therefore 7 < x < 18$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 소수 x 의 값은 11, 13, 17이므로 구하는 합은 $11+13+17=41$

60 [답] ③

먼저, $4 < \sqrt{5x} \leq 6$ 의 각 변을 제곱하면

$4^2 < (\sqrt{5x})^2 \leq 6^2, 16 < 5x \leq 36$

$\therefore \frac{16}{5} < x \leq \frac{36}{5}$

즉, $\frac{16}{5} = 3.2, \frac{36}{5} = 7.2$ 이므로 주어진 부등식을 만족시키는

자연수 x 는 4, 5, 6, 7이다.

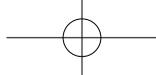
또, $\sqrt{7} < x < \sqrt{52}$ 의 각 변을 제곱하면

$(\sqrt{7})^2 < x^2 < (\sqrt{52})^2$

$\therefore 7 < x^2 < 52$

즉, 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x 는 3, 4, 5, 6, 7이다.

따라서 두 부등식을 동시에 만족시키는 자연수 x 는 4, 5, 6, 7의 4개이다.



61 [답] 17

$\sqrt{100}=10$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 10이므로
 $f(100)=10$
 $\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$ 에서 $\sqrt{7^2}<\sqrt{50}<\sqrt{8^2}$ 이므로
 $7<\sqrt{50}<8$
 즉, $\sqrt{50}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 7이므로
 $f(50)=7$
 $\therefore f(100)+f(50)=10+7=17$

62 [답] ②

$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3$ 이므로
 $\sqrt{1}$ 이하의 자연수의 개수는 1의 1개이므로 $f(1)=1$
 $\sqrt{3}$ 이하의 자연수의 개수는 1의 1개이므로 $f(3)=1$
 $\sqrt{5}$ 이하의 자연수의 개수는 1, 2의 2개이므로 $f(5)=2$
 $\sqrt{7}$ 이하의 자연수의 개수는 1, 2의 2개이므로 $f(7)=2$
 $\sqrt{9}$ 이하의 자연수의 개수는 1, 2, 3의 3개이므로 $f(9)=3$
 $\therefore f(1)+f(3)+f(5)+f(7)+f(9)=1+1+2+2+3=9$

내신 대비 연습 문제 A ~ B

01 [답] ④

13의 제곱근은 $a=\pm\sqrt{13}$ 이므로 $a^2=13$
 제곱근 10은 $b=\sqrt{10}$ 이므로 $b^2=10$
 $\therefore a^2+b^2=13+10=23$

02 [답] ⑤

- ① $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$ 이므로 4의 양의 제곱근은 $\sqrt{4}=2$ 이다.
 - ② $(-13)^2=169$ 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{169}=-\sqrt{13^2}=-13$ 이다.
 - ③ 음수의 제곱근은 없다.
 - ④ 제곱근 0.09는 $\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$ 이다.
 - ⑤ 15의 제곱근은 $\pm\sqrt{15}$ 로 2개이고, $\sqrt{15}$ 와 $-\sqrt{15}$ 의 합은 0이다.
- 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

03 [답] ⑤

$(-16)^2=256$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$ 이므로
 $a=16$
 49의 음의 제곱근은 $-\sqrt{49}=-\sqrt{7^2}=-7$ 이므로 $b=-7$
 $\therefore a+b=16+(-7)=9$

04 [답] ③

- ① $-(\sqrt{3})^2=-3$
 - ② $(-\sqrt{11})^2=11$
 - ③ $\sqrt{(-0.6)^2}=0.6$
 - ④ $-\sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2}=-\frac{4}{3}$
 - ⑤ $-\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2=-\frac{5}{2}$
- 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

05 [답] ④

- ① $\sqrt{25}\div 5=\sqrt{5^2}\div 5=5\div 5=1$
 - ② $(\sqrt{12})^2+(-\sqrt{6})^2=12+6=18$
 - ③ $(\sqrt{8})^2+\sqrt{(-5)^2}=8+5=13$
 - ④ $(-\sqrt{3})^2\div\sqrt{0.09}=(-\sqrt{3})^2\div\sqrt{0.3^2}$
 $=3\div 0.3=3\times\frac{10}{3}=10$
 - ⑤ $(-\sqrt{10})^2\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=10\times\frac{1}{5}=2$
- 따라서 옳은 것은 ④이다.

06 [답] 3개

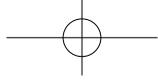
$a>0$ 일 때, $-a<0$ 이므로
 $(-\sqrt{a})^2=a, -\sqrt{a^2}=-a, (\sqrt{a})^2=a$
 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a, -\sqrt{(-a)^2}=-\{-(-a)\}=-a$
 따라서 a 와 같은 것은 3개이다.

07 [답] $-3x$

$x<0$ 일 때, $-2x>0, 3x<0, -4x>0$ 이므로
 $\sqrt{(-2x)^2}-\sqrt{(3x)^2}+\sqrt{(-4x)^2}$
 $=-2x-(-3x)+(-4x)$
 $=-2x+3x-4x=-3x$

08 [답] ③

- ㉠ $x<-2$ 이면 $x+2<0, x-2<0$ 이므로
 $X=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$
 $=-(x+2)-\{-(x-2)\}$
 $=-x-2+x-2=-4$ (참)
 - ㉡ $-2<x<2$ 이면 $x+2>0, x-2<0$ 이므로
 $X=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$
 $=x+2-\{-(x-2)\}$
 $=x+2+x-2=2x$ (거짓)
 - ㉢ $x>2$ 이면 $x+2>0, x-2>0$ 이므로
 $X=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$
 $=x+2-(x-2)$
 $=x+2-x+2=4$ (참)
- 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.



09 답 ⑤

$x-y < 0$ 에서 $x < y$ 이고, $xy < 0$ 에서 x 와 y 의 부호가 서로 다르므로 $x < 0, y > 0$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(x-y)^2} - \sqrt{x^2} + 3\sqrt{y^2} \\ = -(x-y) - (-x) + 3y \\ = -x + y + x + 3y = 4y \end{aligned}$$

10 답 ④

96을 소인수분해하면 $96 = 2^5 \times 3$

$$\sqrt{\frac{96}{a}} = \sqrt{\frac{2^5 \times 3}{a}}$$

이 자연수가 되려면 a 는 96의 약수이면서

$2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 a 는 $a = 2 \times 3 = 6$

48을 소인수분해하면 $48 = 2^4 \times 3$

$\sqrt{48b} = \sqrt{2^4 \times 3 \times b}$ 가 자연수가 되려면 b 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 b 는 $b = 3$

$\therefore a + b = 6 + 3 = 9$

11 답 ③

$\sqrt{10+x}$ 가 자연수가 되려면 $10+x$ 가 10보다 큰 제곱인 자연수이어야 하므로

$10+x = 16, 25, 36, 49, \dots$

$\therefore x = 6, 15, 26, 39, \dots$

또, $\sqrt{135x} = \sqrt{3^3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 x 는

$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로

$x = 3 \times 5 \times 1^2 = 15, 3 \times 5 \times 2^2 = 60, 3 \times 5 \times 3^2 = 135, \dots$

따라서 $\sqrt{10+x}$ 와 $\sqrt{135x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은 15이다.

12 답 ①

먼저 음수끼리 비교해 보자.

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{3} < 1 < 3 \text{에서 } \sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{1} < \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$-\sqrt{3} < -1 < -\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{3}$$

즉, (음수) $< 0 <$ (양수)이므로

$$-\sqrt{3} < -1 < -\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{3} < 0 < \sqrt{2}$$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $-\sqrt{\frac{1}{3}}$ 이다.

13 답 (1) -1 (2) ± 3 (3) 4

(1) 조건 (가)에서 $\sqrt{(-9)^2} = 9$ 의 음의 제곱근은

$-\sqrt{9} = -\sqrt{3^2} = -3$ 이므로

$3x = -3 \quad \therefore x = -1$

(2) 조건 (나)에서 $(-3)^2 = 9 = y^2$ 이므로

$y = \pm\sqrt{9} = \pm\sqrt{3^2} = \pm 3$

(3) $x = -1, y = 3$ 일 때,

$$\sqrt{(x-y)^2} = \sqrt{(-1-3)^2} = \sqrt{(-4)^2} = 4$$

$x = -1, y = -3$ 일 때,

$$\sqrt{(x-y)^2} = \sqrt{(-1+3)^2} = \sqrt{2^2} = 2$$

따라서 $\sqrt{(x-y)^2}$ 의 최댓값은 4이다.

14 답 ②

$$(\text{사다리꼴의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (3+8) \times 4 = 22$$

정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$x^2 = 22$

$\therefore x = \sqrt{22} (\because x > 0)$

15 답 ③

$6 < \sqrt{5n} < 10$ 의 각 변을 제곱하면

$6^2 < (\sqrt{5n})^2 < 10^2, 36 < 5n < 100$

$\therefore \frac{36}{5} < n < 20$

즉, $\frac{36}{5} = 7.2$ 이므로 이 부등식을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값은 19이다.

$\therefore a = 19$

또, 이 부등식을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 8이다.

$\therefore b = 8$

$\therefore a - b = 19 - 8 = 11$

16 답 12

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \dots$ 이므로

$f(1) = f(2) = f(3) = 1$

$f(4) = f(5) = \dots = f(8) = 2$

$f(9) = f(10) = \dots = f(15) = 3$

\vdots

이때,

$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(8) = 1 \times 3 + 2 \times 5 = 13$

이므로

$f(1) + f(2) + \dots + f(8) + f(9) + \dots + f(n) = 25$ 에서

$13 + f(9) + \dots + f(n) = 25$

$\therefore f(9) + \dots + f(n) = 12 = 3 \times 4$

따라서 $f(9) = f(10) = f(11) = f(12) = 3$ 이므로

구하는 자연수 n 의 값은 12이다.





25 [답] 2개

$\sqrt{4}+1=\sqrt{2^2}+1=2+1=3$ (유리수)

$0.5\dot{7}$ (유리수)

π (무리수)

$\sqrt{10}$ (무리수)

$-\frac{\sqrt{9}}{2}=-\frac{\sqrt{3^2}}{2}=-\frac{3}{2}$ (유리수)

따라서 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수는 2개이다.

26 [답] ④

① $a^2=(\sqrt{3})^2=3$

② $(-a)^2=(-\sqrt{3})^2=3$

③ $\sqrt{3a}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=(\sqrt{3})^2=3$

④ $a^2=3$ 이므로 $\sqrt{a^2}=\sqrt{3}$

⑤ $a^2=3$ 이므로 $\sqrt{3a^2}=\sqrt{3\times 3}=\sqrt{3^2}=3$

따라서 유리수가 아닌 것은 ④이다.

27 [답] ④

정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

① $x^2=2 \quad \therefore x=\sqrt{2} (\because x>0)$

② $x^2=7 \quad \therefore x=\sqrt{7} (\because x>0)$

③ $x^2=15 \quad \therefore x=\sqrt{15} (\because x>0)$

④ $x^2=16 \quad \therefore x=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4 (\because x>0)$

⑤ $x^2=20 \quad \therefore x=\sqrt{20} (\because x>0)$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 유리수인 것은 ④이다.

28 [답] ⑤

① 유한소수는 유리수이다.

② 유한소수가 아닌 순환소수도 유리수이다.

③ 무리수는 실수이다.

④ 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱인 경우 근호를 없앨 수 있으므로 무리수가 아니다.

⑤ 무리수는 유리수가 아닌 수로, 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

29 [답] ④

㉠ 소수 중에는 순환하지 않는 무한소수도 있다. (거짓)

㉡ 순환소수는 유리수이다. (거짓)

㉢ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다. (참)

㉣ 무리수는 $\frac{\text{정수}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 의 꼴로 나타낼 수 없다. (참)

㉤ 실수 중 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉢, ㉣, ㉤이다.

30 [답] ④, ⑤

④ $\sqrt{5}$ 는 무리수이므로 실수이다.

⑤ $\sqrt{5}$ 는 무리수이므로 유한소수로 나타낼 수 없다. 따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

31 [답] ③

① $\sqrt{5}$ (무리수)

② $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$ (자연수)

③ $\sqrt{\left(-\frac{7}{5}\right)^2}=\frac{7}{5}=1.4$ (정수가 아닌 유리수)

④ $\sqrt{2}-3$ (무리수)

⑤ $-\sqrt{\frac{36}{9}}=-\sqrt{4}=-\sqrt{2^2}=-2$ (정수)

따라서 정수가 아닌 유리수는 ③이다.

32 [답] ③

(가)에 들어갈 것은 무리수이다.

① $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$ (자연수)

② -0.2 (정수가 아닌 유리수)

③ $\sqrt{3}+1$ (무리수)

④ $-\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=-\frac{1}{2}$ (정수가 아닌 유리수)

⑤ $-\sqrt{\frac{75}{3}}=-\sqrt{25}=-\sqrt{5^2}=-5$ (음의 정수)

따라서 (가)에 속하는 수는 ③이다.

33 [답] 2개

유리수가 아닌 실수는 무리수이고,

주어진 수 중 무리수는 $\sqrt{3}-7, 2\pi$ 이다.

따라서 유리수가 아닌 실수는 2개이다.

34 [답] ③

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

① $0.\dot{8}=\frac{8}{9}$ (유리수)

$\sqrt{\frac{9}{16}}=\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{3}{4}$ (유리수)

$2\sqrt{5}$ (무리수)

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (무리수), $\frac{2}{7}$ (유리수)

$-\sqrt{1.4^2}=-1.4$ (유리수)

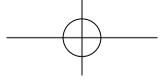
③ π (무리수), $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (무리수), $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (무리수)

④ $\sqrt{21}$ (무리수), $\sqrt{30}$ (무리수)

$\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$ (유리수)

⑤ -3.14 (유리수), $\sqrt{81}=9$ (유리수),

$\sqrt{9}-5=3-5=-2$ (유리수)



35 [답] (1) 1,732 (2) 1,792 (3) 1,772 (4) 1,822

수	0	1	2	3	4
3.0	1.732 ⁽¹⁾	1.735	1.738	1.741	1.744
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772 ⁽³⁾
3.2	1.789	1.792 ⁽²⁾	1.794	1.797	1.800
3.3	1.817	1.819	1.822 ⁽⁴⁾	1.825	1.828

36 [답] 2973

제곱근표에서

$$\sqrt{5.82}=2.412 \text{이므로 } a=2.412$$

$$\sqrt{5.61}=2.369 \text{이므로 } b=5.61$$

$$\begin{aligned} \therefore 1000a+100b &= 1000 \times 2.412 + 100 \times 5.61 \\ &= 2412 + 561 = 2973 \end{aligned}$$

37 [답] ④

제곱근표에서

$$\sqrt{5.23}=2.287 \text{이므로 } x=5.23$$

$$\sqrt{52.1}=7.218 \text{이므로 } y=52.1$$

$$\begin{aligned} \therefore 100x+10y &= 100 \times 5.23 + 10 \times 52.1 \\ &= 523 + 521 = 1044 \end{aligned}$$

38 [답] 2,198 m

정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이를 x m라 하자.

이 타일의 넓이가 4.83 m^2 이므로

$$x^2=4.83 \quad \therefore x=\sqrt{4.83} (\because x>0)$$

따라서 제곱근표에서 $\sqrt{4.83}=2.198$ 이므로 타일의 한 변의 길이는 2,198 m이다.

39 [답] 5

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의해 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이다.

점 P는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $a=3-\sqrt{2}$

점 Q는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $b=2+\sqrt{2}$

$$\therefore a+b=(3-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=5$$

40 [답] $1+\sqrt{2}$

$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$ 이고, 점 P가 기준점 1의 오른쪽에 있으므로 $P(1+\sqrt{2})$

41 [답] $2-\sqrt{2}$

$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$ 이고, 점 P가 기준점 2의 왼쪽에 있으므로 $P(2-\sqrt{2})$

42 [답] ③

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의해 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이다.

$-2+\sqrt{2}$ 는 -2 를 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $-2+\sqrt{2}$ 를 나타내는 점의 위치로 적당한 것은 ③이다.

43 [답] ③

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의해 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이다.

① 점 A는 -2 에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $A(-2+\sqrt{2})$

② 점 C는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $C(2-\sqrt{2})$

③ 점 E는 1에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $E(1+\sqrt{2})$

④ 점 B는 1에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $B(1-\sqrt{2})$

즉, 점 D(2)이므로

$$\overline{BD}=2-(1-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}$$

⑤ 점 E($1+\sqrt{2}$)이고, 점 D(2)이므로

$$\overline{DE}=(1+\sqrt{2})-2=\sqrt{2}-1$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

44 [답] ①

□PQRS는 정사각형이다.

이때, 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{SR}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5} \quad \therefore y=\sqrt{5}$$

$$\square PQRS=\sqrt{5} \times \sqrt{5}=(\sqrt{5})^2=5 \text{이므로 } x=5$$

점 T는 1에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{5}$ 만큼 이동한 것이므로 $z=1-\sqrt{5}$

$$\therefore x+y+z=5+\sqrt{5}+(1-\sqrt{5})=6$$

45 [답] ㉠, ㉡

㉠ 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BA}=\overline{BC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10} \text{ (참)}$$

㉡ 점 P는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{10}$ 만큼 이동한 것이므로 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{10}$ 이다. (거짓)

㉢ 점 Q는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{10}$ 만큼 이동한 것이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{10}$ 이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.



46 [답] ④

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
 - ② 유리수 $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 자연수가 없다.
 - ③ 0과 1 사이에는 정수가 없다.
 - ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 - ⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
- 따라서 옳은 것은 ④이다.

47 [답] 2개

- ㉠ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다. (거짓)
- ㉡ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. (거짓)
- ㉢ 1과 2 사이에는 정수가 없다. (거짓)
- ㉣ $\sqrt{3} < \sqrt{4}(=2) < \sqrt{5}$ 이므로 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 2가 있다. (참)
- ㉤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉣, ㉤의 2개이다.

48 [답] ③, ④

- ③ 1에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.
 - ④ $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로 $-4 < -\sqrt{10} < -3$
 $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{5} < 3$
 즉, $-\sqrt{10}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 6개의 정수가 있다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

49 [답] ④

- ① $(-2 + \sqrt{5}) - (\sqrt{6} - 2) = -2 + \sqrt{5} - \sqrt{6} + 2 = \sqrt{5} - \sqrt{6} < 0$
 $\therefore -2 + \sqrt{5} < \sqrt{6} - 2$
- ② $(\sqrt{13} - 3) - (\sqrt{11} - 3) = \sqrt{13} - 3 - \sqrt{11} + 3 = \sqrt{13} - \sqrt{11} > 0$
 $\therefore \sqrt{13} - 3 > \sqrt{11} - 3$
- ③ $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{6} + \sqrt{5}) = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{5} = \sqrt{3} - \sqrt{6} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{6} + \sqrt{5}$
- ④ $(\sqrt{6} - 1) - (-1 + \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 1 + 1 - \sqrt{5} = \sqrt{6} - \sqrt{5} > 0$
 $\therefore \sqrt{6} - 1 > -1 + \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{⑤ } (5 - \sqrt{\frac{1}{3}}) - (5 - \sqrt{\frac{1}{2}}) &= 5 - \sqrt{\frac{1}{3}} - 5 + \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= -\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5 - \sqrt{\frac{1}{3}} > 5 - \sqrt{\frac{1}{2}}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

50 [답] ②

- ① $\sqrt{15} - 4 = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0 \quad \therefore \sqrt{15} < 4$
- ② $5 - (\sqrt{2} + 4) = 1 - \sqrt{2} < 0 \quad \therefore 5 < \sqrt{2} + 4$
- ③ $4 - (\sqrt{7} + 3) = 1 - \sqrt{7} < 0 \quad \therefore 4 < \sqrt{7} + 3$
- ④ $(9 - \sqrt{8}) - 6 = 3 - \sqrt{8} = \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0$
 $\therefore 9 - \sqrt{8} > 6$
- ⑤ $(\sqrt{21} - 4) - 2 = \sqrt{21} - 6 = \sqrt{21} - \sqrt{36} < 0$
 $\therefore \sqrt{21} - 4 < 2$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

51 [답] ④

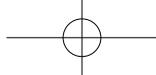
- ① $(\sqrt{15} - 1) - (\sqrt{12} - 1) = \sqrt{15} - 1 - \sqrt{12} + 1 = \sqrt{15} - \sqrt{12} > 0$
 $\therefore \sqrt{15} - 1 > \sqrt{12} - 1$
- ② $2 - (3 - \sqrt{6}) = -1 + \sqrt{6} > 0 \quad \therefore 2 > 3 - \sqrt{6}$
- ③ $(3 + \sqrt{11}) - (3 + \sqrt{8}) = 3 + \sqrt{11} - 3 - \sqrt{8} = \sqrt{11} - \sqrt{8} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{11} > 3 + \sqrt{8}$
- ④ $\frac{1}{2} - \sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}} < 0 \quad \therefore \frac{1}{2} < \sqrt{0.5}$
- ⑤ $(\sqrt{24} + 1) - (\sqrt{23} + 1) = \sqrt{24} + 1 - \sqrt{23} - 1 = \sqrt{24} - \sqrt{23} > 0$
 $\therefore \sqrt{24} + 1 > \sqrt{23} + 1$

따라서 부등호가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

52 [답] ㉠, ㉢, ㉤

- ㉠ $\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{1}{36}} - \sqrt{\frac{1}{6}} < 0 \quad \therefore \frac{1}{6} < \sqrt{\frac{1}{6}}$ (참)
- ㉡ $(2 - \sqrt{15}) - (-2) = 4 - \sqrt{15} = \sqrt{16} - \sqrt{15} > 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{15} > -2$ (거짓)
- ㉢ $-\sqrt{0.2} - (-0.2) = -\sqrt{0.2} + 0.2 = -\sqrt{0.2} + \sqrt{0.04} < 0$
 $\therefore -\sqrt{0.2} < -0.2$ (거짓)
- ㉣ $5 - (3 + \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$
 $\therefore 5 > 3 + \sqrt{2}$ (참)
- ㉤ $(\sqrt{3} + \sqrt{7}) - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{7} - \sqrt{5} > 0$
 $\therefore \sqrt{3} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + \sqrt{3}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

**53** **답** ⑤

a 와 b 의 크기를 비교하면

$$a-b=4-(\sqrt{26}-2)=6-\sqrt{26}=\sqrt{36}-\sqrt{26}>0$$

$$\therefore a>b$$

b 와 c 의 크기를 비교하면

$$b-c=(\sqrt{26}-2)-(\sqrt{24}-2)=\sqrt{26}-\sqrt{24}>0$$

$$\therefore b>c$$

$$\therefore c<b<a$$

54 **답** (1) $A<B$ (2) $A>C$ (3) $C<A<B$

$$(1) A-B=(2+\sqrt{7})-(\sqrt{5}+\sqrt{7})=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$$

$$\therefore A<B$$

$$(2) A-C=(2+\sqrt{7})-(2+\sqrt{5})=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$$

$$\therefore A>C$$

$$(3) A<B, C<A \text{ 이므로 } C<A<B$$

55 **답** ③

A 와 B 의 크기를 비교하면

$$A-B=2-(\sqrt{6}-1)=3-\sqrt{6}>0 \quad \therefore A>B$$

A 와 C 의 크기를 비교하면

$$A-C=2-(\sqrt{5}+1)=1-\sqrt{5}<0 \quad \therefore A<C$$

$$\therefore B<A<C$$

56 **답** ③

$$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4} \text{ 이므로 } \sqrt{1^2}<\sqrt{2}<\sqrt{2^2} \text{ 에서 } 1<\sqrt{2}<2$$

즉, $-2<-\sqrt{2}<-1$ 이고 각 변에 1을 더하면

$$-2+1<-\sqrt{2}+1<-1+1$$

$$\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$$

따라서 $1-\sqrt{2}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ③이다.

57 **답** ③

$$\sqrt{25}<\sqrt{34}<\sqrt{36} \text{ 이므로 } \sqrt{5^2}<\sqrt{34}<\sqrt{6^2}$$

$$\therefore 5<\sqrt{34}<6$$

따라서 $\sqrt{34}$ 에 대응하는 점은 점 C이다.

58 **답** B, D, F

$$(i) \sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4} \text{ 이므로 } \sqrt{1^2}<\sqrt{3}<\sqrt{2^2} \text{ 에서 } 1<\sqrt{3}<2$$

$$\therefore -2<-\sqrt{3}<-1$$

즉, $-\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 B이다.

$$(ii) \sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4} \text{ 이므로 } \sqrt{1^2}<\sqrt{2}<\sqrt{2^2} \text{ 에서 } 1<\sqrt{2}<2$$

각 변에 -1 을 더하면

$$1-1<\sqrt{2}-1<2-1 \quad \therefore 0<\sqrt{2}-1<1$$

즉, $\sqrt{2}-1$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 D이다.

$$(iii) 1<\sqrt{3}<2 \text{ 이므로 각 변에 } 1 \text{ 을 더하면}$$

$$1+1<1+\sqrt{3}<1+2 \quad \therefore 2<1+\sqrt{3}<3$$

즉, $1+\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 F이다.

따라서 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{2}-1$, $1+\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간

은 차례로 B, D, F이다.

59 **답** ⑤

$$(i) \sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9} \text{ 이므로 } \sqrt{2^2}<\sqrt{6}<\sqrt{3^2} \text{ 에서}$$

$$2<\sqrt{6}<3$$

즉, $\sqrt{6}$ 은 점 D에 대응하는 수이므로 D($\sqrt{6}$)

$$(ii) \sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9} \text{ 이므로 } \sqrt{2^2}<\sqrt{5}<\sqrt{3^2} \text{ 에서}$$

$$2<\sqrt{5}<3$$

$$\therefore -3<-\sqrt{5}<-2$$

즉, $-\sqrt{5}$ 는 점 A에 대응하는 수이므로 A($-\sqrt{5}$)

$$(iii) \sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4} \text{ 이므로 } \sqrt{1^2}<\sqrt{3}<\sqrt{2^2} \text{ 에서}$$

$$1<\sqrt{3}<2$$

각 변에 2를 더하면 $2+1<2+\sqrt{3}<2+2$

$$\therefore 3<2+\sqrt{3}<4$$

즉, $2+\sqrt{3}$ 은 점 E에 대응하는 수이므로 E($2+\sqrt{3}$)

$$(iv) 1<\sqrt{3}<2 \text{ 이므로 } -2<-\sqrt{3}<-1$$

각 변에 2를 더하면 $2-2<2-\sqrt{3}<2-1$

$$\therefore 0<2-\sqrt{3}<1$$

즉, $2-\sqrt{3}$ 은 점 C에 대응하는 수이므로 C($2-\sqrt{3}$)

$$(v) 2<\sqrt{5}<3 \text{ 이므로 } -3<-\sqrt{5}<-2$$

각 변에 2를 더하면 $2-3<2-\sqrt{5}<2-2$

$$\therefore -1<2-\sqrt{5}<0$$

즉, $2-\sqrt{5}$ 는 점 B에 대응하는 수이므로 B($2-\sqrt{5}$)

따라서 점의 좌표가 옳은 것은 ⑤이다.

60 **답** ④

$$\sqrt{3}=1.732, \sqrt{6}=2.449 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \sqrt{3}+0.05=1.732+0.05=1.782$$

$$\textcircled{2} \sqrt{3}+0.1=1.732+0.1=1.832$$

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}=\frac{1.732+2.449}{2}=\frac{4.181}{2}=2.0905$$

$$\textcircled{4} \sqrt{6}-1=2.449-1=1.449$$

$$\textcircled{5} \sqrt{6}-0.5=2.449-0.5=1.949$$

따라서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{6}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다.

61 **답** ③

$$5=\sqrt{5^2}=\sqrt{25} \text{ 이고, } 6=\sqrt{6^2}=\sqrt{36} \text{ 이므로 } 5 \text{ 와 } 6 \text{ 사이의 수는}$$

$\sqrt{25}$ 보다 크고 $\sqrt{36}$ 보다 작으면 된다.

$$\text{이때, } \sqrt{25}<\sqrt{31}<\sqrt{36}, \sqrt{25}<\sqrt{28}<\sqrt{36} \text{ 이고, } 5<5.1<6$$

이므로 5와 6 사이에 있는 수는 $\sqrt{31}$, 5.1, $\sqrt{28}$ 의 3개이다.



62 [답] 12개

\sqrt{a} 의 값이 6과 7 사이의 값이므로 $6 < \sqrt{a} < 7$
 $\sqrt{6^2} < \sqrt{a} < \sqrt{7^2}, \sqrt{36} < \sqrt{a} < \sqrt{49} \quad \therefore 36 < a < 49$
따라서 주어진 조건을 만족시키는 자연수 a 는 37, 38, 39, ..., 48의 12개이다.

63 [답] $\sqrt{5}, -1+\sqrt{5}, 2-\sqrt{5}$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \overline{AD} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
 $\therefore \overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{5}, \overline{AQ} = \overline{AD} = \sqrt{5}$
즉, 점 P에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{5}$ 이고, 점 Q에 대응하는 수는 $1 - \sqrt{5}$ 이므로 두 점 P, Q에 대응하는 두 수 사이의 수는 $1 - \sqrt{5}$ 보다 크고 $1 + \sqrt{5}$ 보다 작으면 된다.
이때, $\sqrt{5} = 2.236$ 에서
 $1 - \sqrt{5} = 1 - 2.236 = -1.236, 1 + \sqrt{5} = 1 + 2.236 = 3.236$
이고,
 $\sqrt{5} = 2.236,$
 $-1 + \sqrt{5} = -1 + 2.236 = 1.236,$
 $2 + \sqrt{5} = 2 + 2.236 = 4.236,$
 $-\sqrt{5} = -2.236,$
 $2 - \sqrt{5} = 2 - 2.236 = -0.236$
이므로 두 점 P, Q에 대응하는 두 수 사이에 있는 수는 $\sqrt{5}, -1 + \sqrt{5}, 2 - \sqrt{5}$ 이다.



내신 대비 연습 문제 C

01 [답] ③

- ① 자연수는 정수이다.
- ② 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 근호 안이 유리수의 제곱인 수이면 근호를 없앨 수 있으므로 무리수가 아닐 수 있다.
- ⑤ 무리수는 $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 의 꼴로 나타낼 수 없다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

02 [답] 3개

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
 $\sqrt{0.16} = \sqrt{0.4^2} = 0.4, 0.5 = \frac{5}{9}, \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$
은 유리수이다.
따라서 무리수는 $\sqrt{5} - 2, 3\pi, \sqrt{\frac{1}{12}}$ 의 3개이다.

03 [답] ⑤

- ① $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} = \frac{1.732 + 2.236}{2} = 1.984$
 - ② $\sqrt{3} + 0.12 = 1.732 + 0.12 = 1.852$
 - ③ $\sqrt{5} - 0.1 = 2.236 - 0.1 = 2.136$
 - ④ $\sqrt{3} + 0.3 = 1.732 + 0.3 = 2.032$
 - ⑤ $\sqrt{5} - 1 = 2.236 - 1 = 1.236$
- 따라서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

04 [답] ⑤

- ① 수직선은 실수를 나타내는 직선이므로 유리수에 대응하는 점만으로는 완전히 메울 수 없다.
- ② $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.
- ③ 유리수이면서 무리수인 수는 존재하지 않는다.
- ④ $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

05 [답] 1

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의해 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{BD} = \sqrt{2}$
즉, $\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{2}$ 이고 점 P는 0에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$ 이다.
 $\therefore a = \sqrt{2}$
또, $\overline{BQ} = \overline{BD} = \sqrt{2}$ 이고 점 Q는 1에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
 $\therefore b = 1 - \sqrt{2}$
 $\therefore a + b = \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) = 1$

06 [답] ①

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의해 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로
 $\overline{AP} = \overline{AC} = \overline{AQ} = \sqrt{2}$
점 P는 -1 에 대응하는 점을 기준으로 음의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로
 $a = -1 - \sqrt{2}$
점 Q는 -1 에 대응하는 점을 기준으로 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로
 $b = -1 + \sqrt{2}$
 $\therefore a + b = -1 - \sqrt{2} + (-1 + \sqrt{2}) = -2$



07 답 ⑤

- ① 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{BA} = \overline{BC} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$
 즉, □ABCD는 정사각형이므로
 $\square ABCD = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$
- ② $\overline{BP} = \overline{BA} = \sqrt{5}$
- ③ 점 P는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{5}$ 만큼 이동한 것이므로 점 P에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{5}$ 이다.
- ④ 점 Q는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{5}$ 만큼 이동한 것이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2 + \sqrt{5}$ 이다.
- ⑤ 두 점 P, Q에 대응하는 수의 합은
 $(2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}) = 4$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

08 답 ③

- ㉠ $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 이므로
 $\sqrt{1^2} < \sqrt{3} < \sqrt{2^2} \quad \therefore 1 < \sqrt{3} < 2$
 $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 이므로
 $\sqrt{2^2} < \sqrt{6} < \sqrt{3^2} \quad \therefore 2 < \sqrt{6} < 3$
 따라서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{6}$ 사이에는 자연수 2가 있다. (참)
- ㉡ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. (참)
- ㉢ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다. (참)
- ㉣ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. (거짓)
- ㉤ 무리수에 대응하는 점만으로 수직선을 완전히 메울 수 없다. (거짓)
- ㉥ 모든 실수는 수직선 위의 한 점에 대응한다. (참)
 따라서 옳지 않은 것은 ㉣, ㉤이다.

09 답 ⑤

- ① $4 - (\sqrt{2} + 2) = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$ 이므로
 $4 > \sqrt{2} + 2$
- ② $(\sqrt{2} - 1) - (5 + \sqrt{2}) = -6 < 0$ 이므로
 $\sqrt{2} - 1 < 5 + \sqrt{2}$
- ③ $3 - (4 - \sqrt{6}) = -1 + \sqrt{6} > 0$ 이므로
 $3 > 4 - \sqrt{6}$
- ④ $(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{3} < 0$ 이므로
 $\sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- ⑤ $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{5}) = \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$ 이므로
 $\sqrt{5} + \sqrt{3} < 2 + \sqrt{5}$
 따라서 대소 관계가 옳지 않은 것은 ⑤이다.

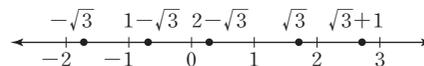
10 답 ③

- x 와 y 의 크기를 비교하면
 $x - y = (\sqrt{2} - \sqrt{7}) - (-3 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{7} + 3 - \sqrt{2}$
 $= 3 - \sqrt{7} = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
 $\therefore x > y$
- x 와 z 의 크기를 비교하면
 $x - z = (\sqrt{2} - \sqrt{7}) - (2 - \sqrt{7}) = \sqrt{2} - \sqrt{7} - 2 + \sqrt{7}$
 $= \sqrt{2} - 2 = \sqrt{2} - \sqrt{4} < 0$
 $\therefore x < z$
 $\therefore y < x < z$

11 답 $2 - \sqrt{3}$

- $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 이므로 $\sqrt{1^2} < \sqrt{3} < \sqrt{2^2}$
 $\therefore 1 < \sqrt{3} < 2 \dots$ ㉠
- ㉠의 각 변에 1을 더하면 $1 + 1 < \sqrt{3} + 1 < 2 + 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{3} + 1 < 3$
- ㉠의 각 변에 -1 을 곱하면 $-2 < -\sqrt{3} < -1 \dots$ ㉡
- ㉡의 각 변에 2를 더하면 $2 - 2 < 2 - \sqrt{3} < 2 - 1$
 $\therefore 0 < 2 - \sqrt{3} < 1$
- ㉡의 각 변에 1을 더하면 $1 - 2 < 1 - \sqrt{3} < 1 - 1$
 $\therefore -1 < 1 - \sqrt{3} < 0$

즉, 주어진 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 주어진 수를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 세 번째에 오는 수는 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

Tip

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} = 1.\text{xxx}$ 라 놓고, 주어진 수의 값의 범위를 구할 수도 있다.
 $\sqrt{3} + 1 = 1.\text{xxx} + 1 = 2.\text{xxx}$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{3} + 1 < 3$
 $-\sqrt{3} = -1.\text{xxx} \Rightarrow -2 < -\sqrt{3} < -1$
 $2 - \sqrt{3} = 2 - 1.\text{xxx} = 0.\text{xxx}$
 $\Rightarrow 0 < 2 - \sqrt{3} < 1$
 $1 - \sqrt{3} = 1 - 1.\text{xxx} = -0.\text{xxx}$
 $\Rightarrow -1 < 1 - \sqrt{3} < 0$

12 답 63.5

- 제곱근표에서
 $\sqrt{30.2} = 5.495$ 이므로 $x = 30.2$
 $\sqrt{33.3} = 5.771$ 이므로 $y = 33.3$
 $\therefore x + y = 30.2 + 33.3 = 63.5$



13 **답** A, C

조건 (가)에 의하여 정사각형 A의 넓이가 2이므로 조건 (나)에 의하여 정사각형 B의 넓이는 $2 \times 2 = 4$

조건 (다)에 의하여 정사각형 C의 넓이는 $4 \times 2 = 8$

조건 (라)에 의하여 정사각형 D의 넓이는 $8 \times 2 = 16$

정사각형 A의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$a^2 = 2 \quad \therefore a = \sqrt{2} (\because a > 0)$$

정사각형 B의 한 변의 길이를 b 라 하면

$$b^2 = 4 \quad \therefore b = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2 (\because b > 0)$$

정사각형 C의 한 변의 길이를 c 라 하면

$$c^2 = 8 \quad \therefore c = \sqrt{8} (\because c > 0)$$

정사각형 D의 한 변의 길이를 d 라 하면

$$d^2 = 16 \quad \therefore d = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 (\because d > 0)$$

따라서 한 변의 길이가 무리수인 정사각형은 A, C이다.

14 **답** $3 + 2\pi$

점 A는 3에 대응하는 점을 기준으로 반지름의 길이가 1인 원의 둘레의 길이만큼 양의 방향으로 이동한 것이므로 점 A에 대응하는 수는

$$3 + 2\pi \times 1 = 3 + 2\pi$$

D 제곱근의 곱셈과 나눗셈

01 **답** 7, 21

02 **답** $\sqrt{3}$, 15

03 **답** 5, 10, 20, 30

04 **답** 2, 2

05 **답** $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

06 **답** ○

$$\sqrt{\frac{40}{3}} \times \sqrt{\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{40}{3} \times \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

07 **답** ×

$$\sqrt{15} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$$

08 **답** ×

$$\sqrt{32} = \sqrt{2^4 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

09 **답** ○

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$



개념 연산 훈련

10 **답** $\sqrt{15}$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$$

11 **답** $\sqrt{70}$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 5 \times 7} = \sqrt{70}$$

12 **답** $8\sqrt{33}$

$$2\sqrt{3} \times 4\sqrt{11} = 2 \times 4 \times \sqrt{3 \times 11} = 8\sqrt{33}$$

13 **답** $-3\sqrt{6}$

$$-\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} = -1 \times 3 \times \sqrt{2 \times 3} = -3\sqrt{6}$$

14 **답** $-\sqrt{\frac{1}{21}}$

$$\sqrt{\frac{2}{7}} \times \left(-\sqrt{\frac{1}{6}}\right) = -\sqrt{\frac{2}{7} \times \frac{1}{6}} = -\sqrt{\frac{1}{21}}$$

15 **답** 2

$$\sqrt{48} \div \sqrt{12} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = 2$$

16 **답** 1

$$\sqrt{56} \div \sqrt{7} \div \sqrt{8} = \sqrt{\frac{56}{7}} \div \sqrt{8} = \sqrt{8} \div \sqrt{8} = 1$$

17 **답** $-5\sqrt{2}$

$$5\sqrt{6} \div (-\sqrt{3}) = -5 \times \sqrt{\frac{6}{3}} = -5\sqrt{2}$$

18 **답** $-5\sqrt{3}$

$$-10\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} = \left(\frac{-10}{2}\right) \times \sqrt{\frac{6}{2}} = -5\sqrt{3}$$

19 **답** $\sqrt{\frac{1}{10}}$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{7}{15}} \div \sqrt{\frac{14}{3}} &= \sqrt{\frac{7}{15}} \times \sqrt{\frac{3}{14}} \\ &= \sqrt{\frac{7}{15} \times \frac{3}{14}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \end{aligned}$$





20 [답] $5\sqrt{3}$
 $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \times 3} = 5\sqrt{3}$

21 [답] $7\sqrt{2}$
 $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$

22 [답] $-10\sqrt{2}$
 $-\sqrt{200} = -\sqrt{10^2 \times 2} = -10\sqrt{2}$

23 [답] $-4\sqrt{5}$
 $-\sqrt{80} = -\sqrt{4^2 \times 5} = -4\sqrt{5}$

24 [답] $\sqrt{28}$
 $2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \times 7} = \sqrt{28}$

25 [답] $\sqrt{48}$
 $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

26 [답] $-\sqrt{108}$
 $-6\sqrt{3} = -\sqrt{6^2 \times 3} = -\sqrt{108}$

27 [답] $-\sqrt{500}$
 $-10\sqrt{5} = -\sqrt{10^2 \times 5} = -\sqrt{500}$

28 [답] $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

29 [답] $\sqrt{2}$
 $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

30 [답] $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$
 $-\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$

31 [답] $\frac{\sqrt{42}}{6}$
 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{42}}{6}$

32 [답] $-\frac{\sqrt{30}}{3}$
 $-\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{10} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{30}}{3}$

33 [답] $\frac{\sqrt{6}}{6}$
 $\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

34 [답] $-\frac{2\sqrt{55}}{11}$
 $-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{11}} = -\frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = -\frac{2\sqrt{55}}{11}$

35 [답] $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 $\frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

개념 필수 유형 잡기

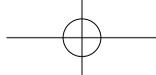
36 [답] ③
 $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{7}{3}} = 2 \times 3 \times \sqrt{3 \times 2 \times \frac{7}{3}} = 6\sqrt{14}$

- 37 [답] ④
- ① $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{10}$
 - ② $-\sqrt{7} \times \sqrt{11} = -\sqrt{7 \times 11} = -\sqrt{77}$
 - ③ $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} = 3 \times 4 \times \sqrt{2 \times 3} = 12\sqrt{6}$
 - ④ $-\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{6 \times \frac{1}{3}} = -\sqrt{2}$
 - ⑤ $\sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{20}{9}} \times 5\sqrt{3} = 5 \times \sqrt{\frac{3}{4} \times \frac{20}{9}} \times 3 = 5\sqrt{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

38 [답] 12
 $3\sqrt{0.5} \times \left(-\sqrt{\frac{6}{11}}\right) \times \left(-4\sqrt{\frac{33}{9}}\right)$
 $= 3\sqrt{\frac{1}{2}} \times \left(-\sqrt{\frac{6}{11}}\right) \times \left(-4\sqrt{\frac{33}{9}}\right)$
 $= 3 \times (-1) \times (-4) \times \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{6}{11} \times \frac{33}{9}}$
 $= 12$

39 [답] $\frac{4}{5}$
 $4 \times \sqrt{5} \times \sqrt{k} = 4\sqrt{5k}$ 이고
 $\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = 8$ 이므로
 $4\sqrt{5k} = 8, \sqrt{5k} = 2$
 $\sqrt{5k} = \sqrt{4}, 5k = 4$
 $\therefore k = \frac{4}{5}$



40 답 ②

- ① $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$
 - ② $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{9}{3}} = \sqrt{3}$
 - ③ $\sqrt{245} \div (-\sqrt{5}) = -\frac{\sqrt{245}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{245}{5}} = -\sqrt{49} = -7$
 - ④ $-4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} = -\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = -\frac{4}{2} \times \sqrt{\frac{6}{3}} = -2\sqrt{2}$
 - ⑤ $\frac{\sqrt{4}}{3} \div \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{3} \div \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} \times \frac{3}{3} = \sqrt{\frac{4}{2}} \times \frac{3}{3} = \sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$
- 따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

41 답 6

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{10}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{40}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{10} \times \frac{40}{3}} = \sqrt{36} = \sqrt{A}$$

따라서 $A=36$ 이므로 36의 양의 제곱근은 6이다.

42 답 ④

$$3\sqrt{5} \div \frac{\sqrt{3}}{5} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{30}} = 3\sqrt{5} \times \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}$$

$$= 3 \times 5 \times \sqrt{5 \times \frac{1}{3} \times \frac{30}{5}}$$

$$= 15\sqrt{10} = a\sqrt{10}$$

$\therefore a=15$

43 답 $-\frac{\sqrt{6}}{5}$

$$m = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}} \div (-5\sqrt{7}) = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}} \times \left(-\frac{1}{5\sqrt{7}}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \frac{m}{n} = -\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} \times \sqrt{10} = -\frac{\sqrt{6}}{5}$$

Tip

m 과 n 이 제곱근의 곱셈과 나눗셈으로 이루어져 있으므로 두 값을 각각 구하여 계산하지 않고, 바로 $\frac{m}{n}$ 의 값을 계산할 수도 있다.

$$\frac{m}{n} = m \div n$$

$$= \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}} \div (-5\sqrt{7}) \div \left(\frac{1}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{-5\sqrt{7}} \times \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{5}$$

44 답 ③

$$6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{72} = \sqrt{a}$$
이므로 $a=72$
 $\sqrt{40} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10} = b\sqrt{10}$ 이므로 $b=2$
 $\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{72 \times 2} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$

45 답 ④

$$\sqrt{605} = \sqrt{11^2 \times 5} = 11\sqrt{5}$$
이므로 $\sqrt{605}$ 는 $\sqrt{5}$ 의 11배이다.

46 답 ㉠, ㉡

- ㉠ $\sqrt{99} = \sqrt{3^2 \times 11} = 3\sqrt{11}$ (거짓)
 - ㉡ $\sqrt{200} = \sqrt{10^2 \times 2} = 10\sqrt{2}$ (참)
 - ㉢ $\sqrt{288} = \sqrt{12^2 \times 2} = 12\sqrt{2}$ (거짓)
 - ㉣ $-\sqrt{50} = -\sqrt{5^2 \times 2} = -5\sqrt{2}$ (거짓)
 - ㉤ $\sqrt{578} = \sqrt{17^2 \times 2} = 17\sqrt{2}$ (참)
- 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

47 답 $4\sqrt{2}$

$$2\sqrt{11} = \sqrt{2^2 \times 11} = \sqrt{44}, 6 = \sqrt{6^2} = \sqrt{36}$$

$$3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}, 4\sqrt{2} = \sqrt{4^2 \times 2} = \sqrt{32}$$

따라서 $\sqrt{32} < \sqrt{36} < \sqrt{44} < \sqrt{45} < \sqrt{63}$ 에서 $4\sqrt{2} < 6 < 2\sqrt{11} < \sqrt{45} < 3\sqrt{7}$ 이므로 가장 작은 수는 $4\sqrt{2}$ 이다.

48 답 $\frac{4}{5}$

$$\sqrt{1.08} = \sqrt{\frac{108}{100}} = \sqrt{\frac{6^2 \times 3}{10^2}} = \frac{6\sqrt{3}}{10} = \frac{3\sqrt{3}}{5}$$

이므로 $p = \frac{3}{5}$

$$\frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{\sqrt{2^2 \times 3}}{\sqrt{5^2}} = \sqrt{\frac{12}{25}}$$
이므로 $q = \frac{12}{25}$

$$\therefore \frac{q}{p} = \frac{12}{25} \div \frac{3}{5} = \frac{12}{25} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{5}$$

49 답 $\frac{3}{2}$

$$\sqrt{6.75} = \sqrt{\frac{675}{100}} = \sqrt{\frac{15^2 \times 3}{10^2}} = \frac{15\sqrt{3}}{10} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

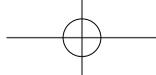
$$\therefore k = \frac{3}{2}$$

50 답 ①, ④

- ① $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \sqrt{\frac{3}{10^2}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$
- ② $\sqrt{\frac{1}{108}} \div \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{108}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{1}{108} \times \frac{4}{3}}$

$$= \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$$
- ③ $\sqrt{\frac{1}{3}} \div \sqrt{\frac{3}{28}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{28}{9}}$

$$= \frac{\sqrt{28}}{3} = \frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$
- ④ $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{147}} = 2\sqrt{\frac{15}{147}} = 2\sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$



$$\begin{aligned} \textcircled{5} \sqrt{0.72} \times \frac{10}{(2\sqrt{3})^2} &= \sqrt{\frac{72}{100}} \times \frac{10}{(\sqrt{12})^2} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 \times 2}{10^2}} \times \frac{10}{12} \\ &= \frac{6\sqrt{2}}{10} \times \frac{10}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

51 [답] $\sqrt{\frac{27}{100}}$

주어진 수를 간단히 하면

$$\begin{aligned} \sqrt{0.12} &= \sqrt{\frac{12}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3}{10^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{5} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{12}{25}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3}{5^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{27}{100}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 3}{10^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

이때, 분모를 통분하면

$$\frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{4\sqrt{3}}{20}, \quad \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{20}, \quad \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{8\sqrt{3}}{20}, \quad \frac{3\sqrt{3}}{10} = \frac{6\sqrt{3}}{20}$$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면 $\sqrt{0.12}, \frac{\sqrt{3}}{4},$

$$\sqrt{\frac{27}{100}}, \sqrt{\frac{12}{25}}$$

이므로 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{\frac{27}{100}}$ 이다.

52 [답] ④

$$\begin{aligned} \sqrt{225} &= \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} \\ &= (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{5})^2 = a^2 b^2 \end{aligned}$$

53 [답] ②

$$\sqrt{0.32} = \sqrt{\frac{32}{100}} = \sqrt{\frac{8}{25}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{5^2}} = \frac{(\sqrt{2})^3}{(\sqrt{5})^2} = \frac{a^3}{b^2}$$

54 [답] ②

$$\textcircled{1} \sqrt{40} = \sqrt{2^3 \times 5} = (\sqrt{2})^3 \times \sqrt{5} = a^3 b$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \sqrt{18} - \sqrt{10} &= \sqrt{3^2 \times 2} - \sqrt{2 \times 5} \\ &= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 3a - ab \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{b}{a}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5^2} = \sqrt{2} \times (\sqrt{5})^2 = ab^2$$

$$\textcircled{5} \sqrt{162} + \sqrt{\frac{5}{49}} = \sqrt{9^2 \times 2} + \sqrt{\frac{5}{7^2}} = 9\sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{7} = 9a + \frac{b}{7}$$

따라서 옳은 것은 ②이다.

55 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{363} - 3\sqrt{121} &= \sqrt{3 \times 11^2} - 3\sqrt{11^2} \\ &= \sqrt{3} \times (\sqrt{11})^2 - (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{11})^2 \\ &= xy^2 - x^2 y^2 \end{aligned}$$

56 [답] ②

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \sqrt{741} &= \sqrt{100 \times 7.41} = 10\sqrt{7.41} \\ &= 10 \times 2.722 = 27.22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \sqrt{0.741} &= \sqrt{\frac{74.1}{100}} = \frac{\sqrt{74.1}}{10} \\ &= \frac{1}{10} \times 8.608 = 0.8608 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \sqrt{7410} &= \sqrt{100 \times 74.1} = 10\sqrt{74.1} \\ &= 10 \times 8.608 = 86.08 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \sqrt{0.0741} &= \sqrt{\frac{7.41}{100}} = \frac{\sqrt{7.41}}{10} \\ &= \frac{1}{10} \times 2.722 = 0.2722 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \sqrt{74100} &= \sqrt{10000 \times 7.41} = 100\sqrt{7.41} \\ &= 100 \times 2.722 = 272.2 \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

57 [답] ③

$$\sqrt{0.007} = \sqrt{\frac{70}{10000}} = \frac{\sqrt{70}}{100} = \frac{1}{100} \times 8.367 = 0.08367$$

58 [답] 0.314

$$\sqrt{31.4} = 5.604 \text{에서}$$

$$0.5604 = \frac{1}{10} \times 5.604 = \frac{\sqrt{31.4}}{10} = \sqrt{\frac{31.4}{100}} = \sqrt{0.314} \text{이므로}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{0.314} \quad \therefore a = 0.314$$

59 [답] 1

$$\frac{5}{\sqrt{18}} = \frac{5}{\sqrt{3^2 \times 2}} = \frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{6} = A\sqrt{2}$$

$$\therefore A = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6} = B\sqrt{3}$$

$$\therefore B = \frac{1}{6}$$

$$\therefore A + B = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

60 [답] ②

$$\textcircled{1} \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

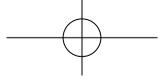
$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{42}}{21}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$$

$$\textcircled{4} -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = -\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{13}}{\sqrt{13} \times \sqrt{13}} = -\frac{\sqrt{39}}{13}$$

$$\textcircled{5} \frac{4}{5\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{10} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

따라서 옳은 것은 ②이다.



61 답 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{6} = a\sqrt{10}$$

$$\therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4^2 \times 2}} = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{8} = b\sqrt{6}$$

$$\therefore b = \frac{1}{8}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{6ab} &= \sqrt{6 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{\sqrt{2^2 \times 2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

62 답 ③

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8}{\sqrt{18}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

63 답 ①

$$\begin{aligned} \sqrt{108} \div 4\sqrt{2} \times \sqrt{56} &= 6\sqrt{3} \times \frac{1}{4\sqrt{2}} \times 2\sqrt{14} \\ &= 3\sqrt{21} = a\sqrt{21} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 3$$

64 답 ①

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{2}} \times k \div \left(-\frac{4}{\sqrt{12}}\right) = 6\sqrt{3} \text{에서}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times k \times \left(-\frac{\sqrt{12}}{4}\right) = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times k \times \left(-\frac{2\sqrt{3}}{4}\right) = 6\sqrt{3}$$

$$-\frac{9}{2\sqrt{2}} \times k = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore k = 6\sqrt{3} \div \left(-\frac{9}{2\sqrt{2}}\right) = 6\sqrt{3} \times \left(-\frac{2\sqrt{2}}{9}\right) = -\frac{4\sqrt{6}}{3}$$

65 답 ③

가로의 길이가 $\sqrt{54}$ cm, 세로의 길이가 $\sqrt{6}$ cm인 직사각형의 넓이는

$$\sqrt{54} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 3 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$$

따라서 이 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$x^2 = 18 \quad \therefore x = \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $3\sqrt{2}$ cm이다.

66 답 $2\sqrt{15}$

정사각형 AEFB의 넓이가 6이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{6}$ 이고 정사각형 BGHC의 넓이가 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는

$$\sqrt{6} \times \sqrt{10} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

67 답 $7\sqrt{2}$ cm

사각뿔의 높이를 h cm라 하면

$$\frac{1}{3} \times 6\sqrt{26} \times h = 28\sqrt{13}, \quad 2\sqrt{26} \times h = 28\sqrt{13}$$

$$\therefore h = 28\sqrt{13} \div 2\sqrt{26} = 28\sqrt{13} \times \frac{1}{2\sqrt{26}}$$

$$= \frac{14}{\sqrt{2}} = \frac{14 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$$

따라서 사각뿔의 높이는 $7\sqrt{2}$ cm이다.



E 제곱근의 덧셈과 뺄셈

01 답 $m+n-l$

02 답 소인수분해

03 답 c, ab

04 답 분배법칙

05 답 \times

06 답 \circ

07 답 \circ

08 답 \times

복잡한 식의 계산에서 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한 후 덧셈, 뺄셈을 계산한다.



개념 연산 훈련

09 답 $8\sqrt{2}$

$$6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (6+2)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

10 답 $5\sqrt{5}$

$$8\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (8-3)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$



11 **답** $3\sqrt{7}$
 $5\sqrt{7}-3\sqrt{7}+\sqrt{7}=(5-3+1)\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

12 **답** $-\sqrt{5}+3\sqrt{7}$
 $-\sqrt{7}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{7}$
 $=(2-3)\sqrt{5}+(-1+4)\sqrt{7}$
 $=-\sqrt{5}+3\sqrt{7}$

13 **답** $5\sqrt{11}-4\sqrt{13}$
 $2\sqrt{11}-3\sqrt{13}+3\sqrt{11}-\sqrt{13}$
 $=(2+3)\sqrt{11}+(-3-1)\sqrt{13}$
 $=5\sqrt{11}-4\sqrt{13}$

14 **답** $\sqrt{6}$
 $\frac{\sqrt{6}}{2}-2\sqrt{6}+\frac{5\sqrt{6}}{2}=\left(\frac{1}{2}-2+\frac{5}{2}\right)\sqrt{6}=\sqrt{6}$

15 **답** $\frac{\sqrt{10}}{4}$
 $-\sqrt{10}+\frac{3\sqrt{10}}{4}+\frac{\sqrt{10}}{2}=\left(-1+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\sqrt{10}=\frac{\sqrt{10}}{4}$

16 **답** $9\sqrt{3}$
 $\sqrt{108}+\sqrt{27}=\sqrt{6^2 \times 3}+\sqrt{3^2 \times 3}$
 $=6\sqrt{3}+3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

17 **답** $-2\sqrt{5}$
 $\sqrt{45}-\sqrt{125}=\sqrt{3^2 \times 5}-\sqrt{5^2 \times 5}$
 $=3\sqrt{5}-5\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$

18 **답** $3\sqrt{6}$
 $\sqrt{24}+2\sqrt{54}-\sqrt{150}$
 $=\sqrt{2^2 \times 6}+2\sqrt{3^2 \times 6}-\sqrt{5^2 \times 6}$
 $=2\sqrt{6}+2 \times 3\sqrt{6}-5\sqrt{6}$
 $=2\sqrt{6}+6\sqrt{6}-5\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

19 **답** $\sqrt{7}$
 $\frac{\sqrt{28}}{3}-\sqrt{63}+\frac{5\sqrt{112}}{6}$
 $=\frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{3}-\sqrt{3^2 \times 7}+\frac{5\sqrt{4^2 \times 7}}{6}$
 $=\frac{2\sqrt{7}}{3}-3\sqrt{7}+\frac{5 \times 4\sqrt{7}}{6}$
 $=\frac{2\sqrt{7}}{3}-3\sqrt{7}+\frac{10\sqrt{7}}{3}=\sqrt{7}$

20 **답** $3+\sqrt{15}$
 $\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{5})=\sqrt{3^2}+\sqrt{3 \times 5}=3+\sqrt{15}$

21 **답** $2\sqrt{14}-6\sqrt{3}$
 $\sqrt{2}(2\sqrt{7}-3\sqrt{6})=2\sqrt{2 \times 7}-3\sqrt{2 \times 6}$
 $=2\sqrt{14}-3\sqrt{2^2 \times 3}$
 $=2\sqrt{14}-6\sqrt{3}$

22 **답** $-5\sqrt{2}+5$
 $(\sqrt{10}-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{5})=-\sqrt{10 \times 5}+\sqrt{5^2}$
 $=-\sqrt{5^2 \times 2}+5$
 $=-5\sqrt{2}+5$

23 **답** $6\sqrt{30}+12\sqrt{10}$
 $(2\sqrt{6}+4\sqrt{2}) \times 3\sqrt{5}$
 $=2 \times 3 \times \sqrt{6 \times 5}+4 \times 3 \times \sqrt{2 \times 5}$
 $=6\sqrt{30}+12\sqrt{10}$

24 **답** $1+\frac{\sqrt{6}}{3}$
 $(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \div \sqrt{3}=(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \times \frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 $=1+\frac{\sqrt{2 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3}}=1+\frac{\sqrt{6}}{3}$

25 **답** $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{10}}{8}$
 $(2\sqrt{2}-\sqrt{5}) \div (-4\sqrt{2})$
 $=(2\sqrt{2}-\sqrt{5}) \times \left(-\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)$
 $=-\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5 \times 2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{10}}{8}$

26 **답** $\sqrt{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}$
 $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}=\sqrt{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}$

27 **답** $\sqrt{5}-\sqrt{2}$
 $\frac{5-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\frac{(5-\sqrt{10}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}-\sqrt{50}}{5}$
 $=\frac{5\sqrt{5}-5\sqrt{2}}{5}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$

28 **답** $\sqrt{14}-4\sqrt{3}$
 $\frac{2\sqrt{7}-4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\frac{(2\sqrt{7}-4\sqrt{6}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $=\frac{2\sqrt{14}-4\sqrt{12}}{2}$
 $=\frac{2\sqrt{14}-8\sqrt{3}}{2}$
 $=\sqrt{14}-4\sqrt{3}$



29 [답] -5

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{12}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{18}+\sqrt{27}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{12}-\sqrt{8}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{(\sqrt{18}+\sqrt{27}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{24}-\sqrt{16}}{2} - \frac{\sqrt{54}+\sqrt{81}}{3} \\ &= \frac{2\sqrt{6}-4}{2} - \frac{3\sqrt{6}+9}{3} \\ &= \sqrt{6}-2-\sqrt{6}-3=-5 \end{aligned}$$



개념 필수 유형 잡기

30 [답] ①

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{5}-3\sqrt{5}-2\sqrt{5}=(1-3-2)\sqrt{5}=-4\sqrt{5} \\ B &= -\sqrt{3}+7\sqrt{3}-4\sqrt{3}=(-1+7-4)\sqrt{3}=2\sqrt{3} \\ \therefore AB &= (-4\sqrt{5}) \times 2\sqrt{3} = -8\sqrt{15} \end{aligned}$$

31 [답] ④

- ① $\sqrt{2}+\sqrt{6}$ 은 동류항이 없으므로 더 이상 계산할 수 없다.
- ② $5\sqrt{7}-3\sqrt{7}=(5-3)\sqrt{7}=2\sqrt{7}$
- ③ $2\sqrt{2}+4\sqrt{3}$ 은 동류항이 없으므로 더 이상 계산할 수 없다.
- ④ $\sqrt{11}-2\sqrt{11}=(1-2)\sqrt{11}=-\sqrt{11}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)\sqrt{3} = \sqrt{3}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

32 [답] $\frac{7}{18}$

$$\begin{aligned} & \frac{6\sqrt{2}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{3} - \frac{7\sqrt{2}}{10} - \frac{7\sqrt{5}}{9} \\ &= \left(\frac{6}{5} - \frac{7}{10}\right)\sqrt{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{9}\right)\sqrt{5} \\ &= \frac{12-7}{10}\sqrt{2} + \frac{6-7}{9}\sqrt{5} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{9} = a\sqrt{2} + b\sqrt{5} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{9}$ 이므로

$$a+b = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{7}{18}$$

33 [답] ⑤

$$\begin{aligned} x+y &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7} \\ x-y &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \\ \therefore (x+y)(x-y) &= \sqrt{7} \times \sqrt{5} = \sqrt{35} \end{aligned}$$

34 [답] ①

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{75}-\sqrt{108} \\ &= \sqrt{3}-\sqrt{3^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} - \sqrt{6^2 \times 3} \\ &= \sqrt{3}-3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3} = -3\sqrt{3} = a\sqrt{3} \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

35 [답] $\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{2}-\sqrt{27}, B = \sqrt{12}+\sqrt{18} \text{이므로} \\ B-A &= (\sqrt{12}+\sqrt{18}) - (2\sqrt{2}-\sqrt{27}) \\ &= (\sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 2}) - (2\sqrt{2} - \sqrt{3^2 \times 3}) \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \\ &= (3-2)\sqrt{2} + (2+3)\sqrt{3} = \sqrt{2} + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

36 [답] ②

$$\begin{aligned} & \sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{125} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5} + 2\sqrt{3^2 \times 5} - \sqrt{5^2 \times 5} \\ &= 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 5\sqrt{5} \\ &= (2+6-5)\sqrt{5} = 3\sqrt{5} = x\sqrt{y} \end{aligned}$$

따라서 $x=3$, $y=5$ 이므로

$$x+y = 3+5 = 8$$

37 [답] ④

- ㉠ $\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} - 2\sqrt{5} = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{5} - 4\sqrt{5}}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ (거짓)
- ㉡ $3\sqrt{3} - \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - \sqrt{5^2 \times 3} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$ (참)
- ㉢ $\frac{\sqrt{18}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{50} = \frac{\sqrt{3^2 \times 2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{5^2 \times 2}$
 $= \frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
 $= \frac{3\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 20\sqrt{2}}{4}$
 $= \frac{11\sqrt{2}}{4}$ (거짓)
- ㉣ $\sqrt{1.25} + \sqrt{6.05} = \sqrt{\frac{125}{100}} + \sqrt{\frac{605}{100}}$
 $= \sqrt{\frac{5^2 \times 5}{10^2}} + \sqrt{\frac{11^2 \times 5}{10^2}}$
 $= \frac{5\sqrt{5}}{10} + \frac{11\sqrt{5}}{10}$
 $= \frac{16\sqrt{5}}{10} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다.

38 [답] $2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{96} - \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &= 2\sqrt{4^2 \times 6} - \frac{12\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 8\sqrt{6} - \frac{12\sqrt{6}}{2} \\ &= 8\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

**39** [답] ②

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} &= \frac{5}{\sqrt{2^2 \times 3}} + \sqrt{\frac{6}{8}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}} \\ &= \frac{5 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = k\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore k = \frac{4}{3}$$

40 [답] -3

$$\begin{aligned} \sqrt{75} - \sqrt{18} - \frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{3^2 \times 2} - \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} + \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \\ &= -\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3} \end{aligned}$$

따라서 $a = -1$, $b = 3$ 이므로

$$ab = -1 \times 3 = -3$$

41 [답] $\frac{25}{6}$

$x = \sqrt{2}$, $y = -\sqrt{3}$ 을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right)^2 &= \left(\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{3}}\right)^2 \\ &= \left(-\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}\right)^2 \\ &= \left(-\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \left(-\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}}{6}\right)^2 \\ &= \left(-\frac{5\sqrt{6}}{6}\right)^2 = \frac{5^2 \times (\sqrt{6})^2}{6^2} = \frac{25}{6} \end{aligned}$$

42 [답] ①

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(\sqrt{2} - 5\sqrt{3}) - \sqrt{3}(-3\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= \sqrt{2^2} - 5\sqrt{2 \times 3} + 3\sqrt{3 \times 2} - \sqrt{3^2} \\ &= 2 - 5\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3 = -1 - 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

따라서 $a = -1$, $b = -2$ 이므로

$$a + b = -1 + (-2) = -3$$

43 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{33}(\sqrt{3} + 7) - 3(\sqrt{11} + \sqrt{132}) \\ &= \sqrt{33}(\sqrt{3} + 7) - 3(\sqrt{11} + \sqrt{2^2 \times 33}) \\ &= \sqrt{33}(\sqrt{3} + 7) - 3(\sqrt{11} + 2\sqrt{33}) \\ &= \sqrt{33 \times 3} + 7\sqrt{33} - 3\sqrt{11} - 6\sqrt{33} \\ &= \sqrt{3^2 \times 11} + 7\sqrt{33} - 3\sqrt{11} - 6\sqrt{33} \\ &= 3\sqrt{11} + 7\sqrt{33} - 3\sqrt{11} - 6\sqrt{33} \\ &= \sqrt{33} = \sqrt{m} \end{aligned}$$

$$\therefore m = 33$$

44 [답] 16

$x = 3 + \sqrt{7}$, $y = 3 - \sqrt{7}$ 을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} 3x - \sqrt{7}y &= 3(3 + \sqrt{7}) - \sqrt{7}(3 - \sqrt{7}) \\ &= 9 + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 7 = 16 \end{aligned}$$

45 [답] ④

$$\begin{aligned} \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right) + \sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \\ &= 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - 1 \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{12}}{6} + \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{6} + \frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

46 [답] ②

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) - (3\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{5} \\ &= \sqrt{3 \times 5} + 5\sqrt{3^2} - 3\sqrt{5^2} + \sqrt{3 \times 5} \\ &= \sqrt{15} + 15 - 15 + \sqrt{15} \\ &= 2\sqrt{15} = 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2ab \end{aligned}$$

Tip

주어진 식을 두 문자 a , b 에 대한 식으로 나타낸 후 정리하는 방법도 있다.

즉, $3 = (\sqrt{3})^2 = a^2$, $5 = (\sqrt{5})^2 = b^2$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) - (3\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{5} \\ &= a(b + ab^2) - (a^2b - a)b \\ &= ab + a^2b^2 - a^2b^2 + ab \\ &= 2ab \end{aligned}$$

47 [답] $2 - \sqrt{6}$

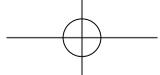
$$\frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4 - 2\sqrt{6}}{2} = 2 - \sqrt{6}$$

48 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \frac{6 + \sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8} - 4}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{(6 + 2\sqrt{3}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \frac{(2\sqrt{2} - 4) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{6\sqrt{3} + 6}{3} - \frac{4 - 4\sqrt{2}}{2} \\ &= 2\sqrt{3} + 2 - (2 - 2\sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{3} + 2 - 2 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

따라서 $a = 2$, $b = 2$ 이므로

$$ab = 2 \times 2 = 4$$



49 [답] $9+\sqrt{6}$

$$x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{6}}{3}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore 3x+6y &= 3 \times \frac{3-\sqrt{6}}{3} + 6 \times \frac{3+\sqrt{6}}{3} \\ &= 3-\sqrt{6}+2(3+\sqrt{6}) \\ &= 3-\sqrt{6}+6+2\sqrt{6}=9+\sqrt{6} \end{aligned}$$

50 [답] $\frac{\sqrt{10}}{4}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{10\sqrt{2}+\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{2}+5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(10\sqrt{2}+5\sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{10}+25}{5} = 2\sqrt{10}+5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{10\sqrt{2}-\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{2}-5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(10\sqrt{2}-5\sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{10}-25}{5} = 2\sqrt{10}-5 \end{aligned}$$

$$A+B=2\sqrt{10}+5+2\sqrt{10}-5=4\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} A-B &= 2\sqrt{10}+5-(2\sqrt{10}-5) \\ &= 2\sqrt{10}+5-2\sqrt{10}+5=10 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{A-B}{A+B} = \frac{10}{4\sqrt{10}} = \frac{10 \times \sqrt{10}}{4\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{10\sqrt{10}}{40} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

51 [답] $-10+20\sqrt{2}$

$$\sqrt{75}\left(\sqrt{6}-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) - \frac{5}{\sqrt{3}}(\sqrt{6}-\sqrt{24})$$

$$= 5\sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) - \frac{5}{\sqrt{3}}(\sqrt{6}-2\sqrt{6})$$

$$= 5\sqrt{3} \times \sqrt{6} - 5\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{6})$$

$$= 5\sqrt{18} - 10 + 5\sqrt{2}$$

$$= 15\sqrt{2} - 10 + 5\sqrt{2} = -10 + 20\sqrt{2}$$

52 [답] ②

$$\frac{2}{\sqrt{5}}(\sqrt{5}-\sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$= 2 - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} - \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= 2 - \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} - \frac{3-\sqrt{15}}{3}$$

$$= 2 - \frac{2\sqrt{15}}{5} - 1 + \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$= 1 - \frac{6\sqrt{15}-5\sqrt{15}}{15} = 1 - \frac{\sqrt{15}}{15}$$

53 [답] ④

$$\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{8}{\sqrt{12}}\right) - \sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}}-3\right)$$

$$= \sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{8}{2\sqrt{3}}\right) - \sqrt{3}\left(\frac{6}{3\sqrt{2}}-3\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{3}$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} + 3\sqrt{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{4\sqrt{6}}{3} - \sqrt{6} + 3\sqrt{3} = \frac{11\sqrt{3}}{3} - \frac{7\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$$

따라서 $a=\frac{11}{3}$, $b=-\frac{7}{3}$ 이므로

$$a-b = \frac{11}{3} - \left(-\frac{7}{3}\right) = 6$$

54 [답] ②

$$\frac{10-\sqrt{40}}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{18}} - \sqrt{125}$$

$$= \frac{10-2\sqrt{10}}{\sqrt{5}} + \frac{4}{3\sqrt{2}} - 5\sqrt{5}$$

$$= \frac{(10-2\sqrt{10}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} + \frac{4 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - 5\sqrt{5}$$

$$= \frac{10\sqrt{5}-2\sqrt{50}}{5} + \frac{4\sqrt{2}}{6} - 5\sqrt{5}$$

$$= \frac{10\sqrt{5}-10\sqrt{2}}{5} + \frac{2\sqrt{2}}{3} - 5\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}-2\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3} - 5\sqrt{5} = -\frac{4\sqrt{2}}{3} - 3\sqrt{5}$$

따라서 $m=-\frac{4}{3}$, $n=-3$ 이므로

$$mn = -\frac{4}{3} \times (-3) = 4$$

55 [답] ①

$$2\sqrt{8} - \left\{ \frac{6}{\sqrt{3}} - \sqrt{2}(\sqrt{6}-3) \right\}$$

$$= 4\sqrt{2} - \left\{ \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \sqrt{2}(\sqrt{6}-3) \right\}$$

$$= 4\sqrt{2} - \left(\frac{6\sqrt{3}}{3} - \sqrt{12} + 3\sqrt{2} \right)$$

$$= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

56 [답] $-2+12\sqrt{2}$

$$\frac{6-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + 2\left(2\sqrt{6} \div \frac{4}{3\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{(6-2\sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} + 2\left(2\sqrt{6} \times \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$= \frac{6\sqrt{2}-4}{2} + 2 \times \frac{3\sqrt{18}}{2}$$

$$= 3\sqrt{2}-2+9\sqrt{2} = -2+12\sqrt{2}$$



57 [답] $15 + \frac{9\sqrt{5}}{5}$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{21}{2}} \div \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{14}} + \sqrt{(-3)^2} \times (\sqrt{5})^2 \\ &= \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{14}} + 3 \times 5 \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15}} + 15 \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{7}{\sqrt{5}} + 15 = \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{7 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} + 15 \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{7\sqrt{5}}{5} + 15 = 15 + \frac{9\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

58 [답] $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}(a\sqrt{3}-\sqrt{6})-3(1-2a\sqrt{2}) \\ &= 3a-\sqrt{18}-3+6a\sqrt{2} \\ &= 3a-3\sqrt{2}-3+6a\sqrt{2} \\ &= 3a-3-3\sqrt{2}+6a\sqrt{2} \\ &= 3(a-1)+3(2a-1)\sqrt{2} \end{aligned}$$

따라서 유리수가 되려면

$$2a-1=0 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

59 [답] ④

$$\begin{aligned} & \sqrt{125}-\frac{20}{\sqrt{5}}+\sqrt{20}-a\sqrt{45} \\ &= 5\sqrt{5}-4\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3a\sqrt{5} \\ &= (3-3a)\sqrt{5} \end{aligned}$$

따라서 유리수가 되려면

$$3-3a=0 \quad \therefore a=1$$

60 [답] ③

$$\begin{aligned} b &= a(4-2\sqrt{3})-8\sqrt{3}+a\sqrt{108}-10 \\ &= 4a-2a\sqrt{3}-8\sqrt{3}+6a\sqrt{3}-10 \\ &= 4a-10+(4a-8)\sqrt{3} \dots \text{㉠} \end{aligned}$$

이때, b 가 유리수이므로

$$4a-8=0 \quad \therefore a=2$$

㉠에 $a=2$ 를 대입하면

$$b=4 \times 2-10=-2$$

$$\therefore a+b=2+(-2)=0$$

61 [답] ④

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 정수 부분은 2이다.
따라서 소수 부분은 $x = \sqrt{5} - 2$ 이므로

$$\frac{5}{x+2} = \frac{5}{(\sqrt{5}-2)+2} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

62 [답] $1 + \sqrt{3}$

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로
 $-2 < -\sqrt{3} < -1$
위의 부등식의 각 변에 5를 더하면
 $3 < 5 - \sqrt{3} < 4$
따라서 $5 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분은 $a = 3$ 이므로
 $5 - \sqrt{3}$ 의 소수 부분은
 $b = (5 - \sqrt{3}) - 3 = 2 - \sqrt{3}$
 $\therefore a - b = 3 - (2 - \sqrt{3}) = 1 + \sqrt{3}$

63 [답] ②

$\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36}$ 에서 $5 < \sqrt{27} < 6$ 이므로 $\sqrt{27}$ 의 정수 부분은 5이다.
즉, $\sqrt{27}$ 의 소수 부분은
 $a = \sqrt{27} - 5 = 3\sqrt{3} - 5$
또, $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$
즉, $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로 $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분은 3이다.
따라서 $2 + \sqrt{3}$ 의 소수 부분은
 $b = (2 + \sqrt{3}) - 3 = \sqrt{3} - 1$
 $\therefore a - 5b = 3\sqrt{3} - 5 - 5(\sqrt{3} - 1)$
 $= 3\sqrt{3} - 5 - 5\sqrt{3} + 5 = -2\sqrt{3}$

64 [답] $18 + \sqrt{10}$

(두 직사각형의 넓이의 합)

$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \sqrt{5}(2\sqrt{5} - \sqrt{2}) \\ &= 4 \times (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{10} + 2 \times (\sqrt{5})^2 - \sqrt{10} \\ &= 8 + 2\sqrt{10} + 10 - \sqrt{10} \\ &= 18 + \sqrt{10} \end{aligned}$$

65 [답] ④

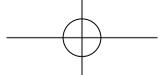
(직육면체의 모서리의 길이의 합)

$$\begin{aligned} &= 4(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \\ &= 4(5\sqrt{3} + \sqrt{5}) \\ &= 20\sqrt{3} + 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

따라서 $a = 20$, $b = 4$ 이므로
 $a + b = 20 + 4 = 24$

66 [답] $3 + 5\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \frac{1}{2} \times \{(3\sqrt{2} + \sqrt{6}) + \sqrt{8}\} \times \sqrt{6} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \times (3\sqrt{2} + \sqrt{6} + 2\sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \times (5\sqrt{2} + \sqrt{6}) \\ &= \frac{5\sqrt{12}}{2} + 3 = 3 + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$



67 [답] $26\sqrt{2}$ cm

넓이가 작은 정사각형부터 한 변의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면

$$a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, b = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}, c = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

\therefore (도형의 둘레의 길이)

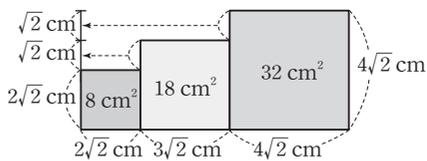
$$= (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times 2 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= 18\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 26\sqrt{2}(\text{cm})$$

Tip

도형의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 그림과 같이 정사각형이 겹치는 부분의 길이는 한쪽으로 이동시켜 생각하면 편리하다.

즉, $(2\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2})$ cm의 길이는 한 쪽으로 이동시켜 생각하면 $4\sqrt{2}$ cm와 같다.



68 [답] $4 - 2\sqrt{2}$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

점 P는 -2에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $P(-2 + \sqrt{2})$

점 Q는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $Q(2 - \sqrt{2})$

따라서 두 점 P, Q 사이의 거리는

$$\overline{PQ} = (2 - \sqrt{2}) - (-2 + \sqrt{2})$$

$$= 2 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4 - 2\sqrt{2}$$

69 [답] ⑤

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BA} = \overline{BC} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

이므로 $\overline{BA} = \overline{BP} = \overline{BC} = \overline{BQ} = \sqrt{5}$

점 P는 -2에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{5}$ 만큼 이동한 것이므로

$$p = -2 - \sqrt{5}$$

점 Q는 -2에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{5}$ 만큼 이동한 것이므로

$$q = -2 + \sqrt{5}$$

$$p + q = (-2 - \sqrt{5}) + (-2 + \sqrt{5}) = -4$$

$$p - q = (-2 - \sqrt{5}) - (-2 + \sqrt{5})$$

$$= -2 - \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = -2\sqrt{5}$$

$$\therefore (p + q)(p - q) = (-4) \times (-2\sqrt{5}) = 8\sqrt{5}$$

70 [답] $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BA} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \quad \therefore \overline{BP} = \overline{BA} = \sqrt{5}$$

즉, 점 P는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 음의 방향으로 $\sqrt{5}$ 만큼 이동한 것이므로 $a = 3 - \sqrt{5}$

또, 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BE} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad \therefore \overline{BQ} = \overline{BE} = \sqrt{2}$$

즉, 점 Q는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 양의 방향으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 것이므로 $b = 3 + \sqrt{2}$

$$\therefore b - a = (3 + \sqrt{2}) - (3 - \sqrt{5}) = 3 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{5} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

71 [답] ③, ④

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{4}} \text{이므로 } \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{2} \quad \therefore -\sqrt{\frac{1}{2}} < -\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} (1 + 3\sqrt{2}) - 5 = 3\sqrt{2} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore 1 + 3\sqrt{2} > 5$$

$$\textcircled{3} (2 + \sqrt{7}) - (7 - \sqrt{7}) = 2 + \sqrt{7} - 7 + \sqrt{7} = -5 + 2\sqrt{7} \\ = -\sqrt{25} + \sqrt{28} > 0$$

$$\therefore 2 + \sqrt{7} > 7 - \sqrt{7}$$

$$\textcircled{4} (4\sqrt{3} - 2) - (2\sqrt{3} + 1) = 4\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3} - 3 \\ = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore 4\sqrt{3} - 2 > 2\sqrt{3} + 1$$

$$\textcircled{5} (7 - \sqrt{3}) - (3\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 7 - \sqrt{3} - 3\sqrt{5} + \sqrt{3} = 7 - 3\sqrt{5} \\ = \sqrt{49} - \sqrt{45} > 0$$

$$\therefore 7 - \sqrt{3} > 3\sqrt{5} - \sqrt{3}$$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

72 [답] ⑤

$$\textcircled{1} \sqrt{10} - (5 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 5 + \sqrt{10} = 2\sqrt{10} - 5 \\ = \sqrt{40} - \sqrt{25} > 0$$

$$\therefore \sqrt{10} > 5 - \sqrt{10}$$

$$\textcircled{2} (5\sqrt{2} - 1) - (5 + \sqrt{2}) = 5\sqrt{2} - 1 - 5 - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 6 \\ = \sqrt{32} - \sqrt{36} < 0$$

$$\therefore 5\sqrt{2} - 1 < 5 + \sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} (3\sqrt{6} + 2) - (5 + \sqrt{6}) = 3\sqrt{6} + 2 - 5 - \sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 3 \\ = \sqrt{24} - \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore 3\sqrt{6} + 2 > 5 + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{4} (3\sqrt{2} - 1) - (5\sqrt{2} - 1) = 3\sqrt{2} - 1 - 5\sqrt{2} + 1 \\ = -2\sqrt{2} < 0$$

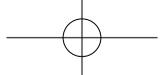
$$\therefore 3\sqrt{2} - 1 < 5\sqrt{2} - 1$$

$$\textcircled{5} (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) - (5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \\ = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = \sqrt{32} - \sqrt{27} > 0$$

$$\therefore \sqrt{2} + 2\sqrt{3} > 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.





73 [답] $A < B < C$

두 수 A, B 의 대소를 비교하자.

$$A - B = (3 + \sqrt{3}) - 3\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3} = \sqrt{9} - \sqrt{12} < 0$$

$$\therefore A < B \dots \text{㉠}$$

두 수 B, C 의 대소를 비교하자.

$$B - C = 3\sqrt{3} - (2 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$$

$$\therefore B < C \dots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $A < B < C$



나신 대비 연습 문제 D ~ E

01 [답] ④

④ $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 는 더 이상 간단히 할 수 없다.

02 [답] ②

$$\text{① } 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$\text{② } \sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{③ } \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\text{④ } \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$$

$$\text{⑤ } \sqrt{18} \div \sqrt{\square} = \sqrt{3} \text{에서 } \sqrt{18} \times \frac{1}{\sqrt{\square}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\square}$$

따라서 \square 안에 들어갈 양수가 가장 작은 것은 ②이다.

03 [답] ④

$$\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \times 3^3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^3} = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^3 = a^2 b^3$$

04 [답] ⑤

$$\text{① } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\text{② } \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{③ } \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{④ } \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{18}}{18} = \frac{6\sqrt{2}}{18} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{⑤ } \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{18}}{6} = \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{6}$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

05 [답] ③

$$a = 4 \times \sqrt{\frac{7}{28}} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$$

$$b = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{6}} = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 6\sqrt{36} = 36$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = \frac{36}{(\sqrt{6})^2} = \frac{36}{6} = 6$$

06 [답] ④

$$\text{① } \sqrt{50} - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{② } 3\sqrt{12} - 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$

$$\text{③ } \sqrt{24} + \sqrt{54} = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

$$\text{④ } \sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{20} = \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 0$$

$$\text{⑤ } \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{75} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

07 [답] ④

$$3A - 2B = 3(2\sqrt{5} + 3) - 2(3\sqrt{5} - 1) = 6\sqrt{5} + 9 - 6\sqrt{5} + 2 = 11$$

08 [답] ②

$$\sqrt{72} \div \frac{3\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 = 4 - \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

09 [답] $6 - 4\sqrt{3}$

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로

$$-2 < -\sqrt{3} < -1 \quad \therefore 1 < 3 - \sqrt{3} < 2$$

따라서 $3 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분이 1이므로 소수 부분은

$$a = (3 - \sqrt{3}) - 1 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{6a}{a-2} &= \frac{6(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})-2} = \frac{12-6\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} \\ &= \frac{(12-6\sqrt{3}) \times \sqrt{3}}{-\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-18}{-3} = 6-4\sqrt{3} \end{aligned}$$

10 [답] ②

넓이가 5, 20, 45인 정사각형의 한 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하자.

$$a^2 = 5 \text{이므로 } a = \sqrt{5} (\because a > 0)$$

$$b^2 = 20 \text{이므로 } b = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} (\because b > 0)$$

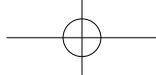
$$c^2 = 45 \text{이므로 } c = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} (\because c > 0)$$

세 정사각형의 한 변의 길이의 합은

$$\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

따라서 구하는 정사각형의 넓이는

$$(6\sqrt{5})^2 = 36 \times 5 = 180$$



03 답 ④

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$ ② $\sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}$
 ③ $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$ ⑤ $\sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은 ④이다.

04 답 ⑤

$$(-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} - \sqrt{(-7)^2} = 2 + 3 \times 5 - 7 = 10$$

05 답 ③

$a - b > 0$ 에서 $a > b$ 이고 $ab < 0$ 에서 a, b 의 부호가 서로 다르므로 $a > 0, b < 0$
 $\therefore \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + (-b) = a - b$

06 답 ⑤

$\sqrt{\frac{12}{5}x} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{5}}$ 가 자연수가 되려면 x 는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 따라서 가장 작은 자연수 x 는 $x = 3 \times 5 = 15$

07 답 ⑤

$\sqrt{55+x}$ 가 자연수가 되려면 $55+x=64, 81, 100, \dots \therefore x=9, 26, 45, \dots$
 따라서 가장 작은 자연수 $x=9$ 이다.

08 답 $\sqrt{21}$

$2 = \sqrt{4}, 5 = \sqrt{25}, 4 = \sqrt{16}$ 이므로 $4 < \sqrt{12} < \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} < 4 < \sqrt{19} < \sqrt{21} < 5$
 따라서 작은 수부터 차례로 나열할 때, 5번째에 오는 수는 $\sqrt{21}$ 이다.

09 답 ③

$2 < \sqrt{2(x-1)} < 4$ 에서 $\sqrt{4} < \sqrt{2(x-1)} < \sqrt{16}$ 이므로 $4 < 2(x-1) < 16, 2 < x-1 < 8 \therefore 3 < x < 9$
 따라서 조건을 만족시키는 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8이므로 구하는 합은 $4+5+6+7+8=30$

10 답 ②

- ① $3.14 \Rightarrow$ 유리수
 - ② $\sqrt{11} \Rightarrow$ 무리수
 - ③ $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3 \Rightarrow$ 유리수
 - ④ $\sqrt{0.04} = \sqrt{0.2^2} = 0.2 \Rightarrow$ 유리수
 - ⑤ $\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow$ 유리수
- 따라서 무리수인 것은 ②이다.

11 답 ③, ④

- ③ 근호를 포함한 수라도 근호를 없앨 수 있으면 유리수이다.
- ④ 유한소수는 유리수이다.

12 답 ④

- ① 0과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ 일 때, a, b 는 무리수이지만 $a+b = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.
- ④ $\sqrt{5} < \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서 $\sqrt{5} < 3 < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{10}$ 사이에는 정수 3이 있다.
- ⑤ $\sqrt{3}$ 은 2보다 작은 수이므로 2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

13 답 ①

$\sqrt{24ab} = \sqrt{2^3 \times 3 \times ab}$ 가 자연수가 되려면 $ab = 2 \times 3 \times k^2$ (k 는 자연수) 꼴이어야 한다.
 이때, a, b 는 주사위의 눈의 수이므로 $1 \leq ab \leq 36$ 이다.
 (i) $k=1$ 일 때, $ab=6$ 이므로 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ 의 4개
 (ii) $k=2$ 일 때, $ab=24$ 이므로 순서쌍 (a, b) 는 $(4, 6), (6, 4)$ 의 2개
 따라서 구하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $4+2=6$ (개)

14 답 ③

$6 = \sqrt{6^2} = \sqrt{36}$ 과 $7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49}$ 사이에 있는 수는 $\sqrt{38}, 2\sqrt{10}(=\sqrt{40}), \sqrt{43}, 4\sqrt{3}(=\sqrt{48})$ 의 4개이다.

15 답 ⑤

피타고라스 정리에 의해 $\overline{BD} = \overline{CA} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BD} = \overline{CA} = \overline{CP} = \sqrt{2}$
 즉, 점 P는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동했으므로 $a = 3 - \sqrt{2}$
 점 Q는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동했으므로 $b = 2 + \sqrt{2}$
 $\therefore a+b = 3 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 5$

16 답 ③

- ① $2 - (\sqrt{2} + 1) = 1 - \sqrt{2} < 0 \therefore 2 < \sqrt{2} + 1$
- ② $3 - \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 1 > 0 \therefore 3 - \sqrt{3} > 2 - \sqrt{3}$
- ③ $5 - (\sqrt{5} + 3) = 2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0 \therefore 5 < \sqrt{5} + 3$
- ④ $\sqrt{7} - \sqrt{3} - (\sqrt{7} - 2) = -\sqrt{3} + 2 = -\sqrt{3} + \sqrt{4} > 0 \therefore \sqrt{7} - \sqrt{3} > \sqrt{7} - 2$
- ⑤ $\sqrt{8} - \sqrt{6} - (\sqrt{8} - 2) = -\sqrt{6} + 2 = -\sqrt{6} + \sqrt{4} < 0 \therefore \sqrt{8} - \sqrt{6} < \sqrt{8} - 2$



17 답 ①

$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25}=5, \dots$ 이므로

$$f(1)=f(2)=f(3)=1$$

$$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$$

$$f(9)=f(10)=\dots=f(15)=3$$

$$f(16)=f(17)=f(18)=f(19)=4$$

$$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(19) \\ =1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 7 + 4 \times 4 = 50$$

18 답 ⑤

$$\textcircled{5} \sqrt{5} \div \sqrt{3} \times \sqrt{15} = \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{15} = \sqrt{5 \times \frac{1}{3} \times 15} = \sqrt{5^2} = 5$$

19 답 ①

$$\sqrt{84} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 7} = 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} = 2ab$$

20 답 ⑤

$$\textcircled{5} \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

21 답 ③

$$\begin{aligned} \sqrt{20} - \sqrt{75} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{5} \\ = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{5} \\ = -\sqrt{3} - 3\sqrt{5} \\ = a\sqrt{3} + b\sqrt{5} \end{aligned}$$

따라서 $a = -1, b = -3$ 이므로

$$ab = (-1) \times (-3) = 3$$

22 답 ④

(사다리꼴 ABCD의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{18} + \sqrt{24}) \times 2\sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{2} \times (3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3}$$

$$= (3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \times \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{6} + 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$$

23 답 ②

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \left(\sqrt{6} - \frac{6}{\sqrt{3}} \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} (6 - 3\sqrt{2}) \\ = \sqrt{2} \left(\sqrt{6} - \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \right) - \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} (6 - 3\sqrt{2}) \\ = \sqrt{2} (\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) - \frac{2\sqrt{3}}{3} (6 - 3\sqrt{2}) \\ = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6} = -2\sqrt{3} \end{aligned}$$

24 답 ③

$$\textcircled{1} \sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{1.732}{10} = 0.1732$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{5.477}{10} = 0.5477$$

$$\textcircled{3} \sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3} \\ = 10 \times 1.732 = 17.32$$

$$\textcircled{4} \sqrt{3000} = \sqrt{100 \times 30} = 10\sqrt{30} \\ = 10 \times 5.477 = 54.77$$

$$\textcircled{5} \sqrt{30000} = \sqrt{10000 \times 3} = 100\sqrt{3} \\ = 100 \times 1.732 = 173.2$$

따라서 옳은 것은 ③이다.

25 답 ④

$$\textcircled{㉠} \sqrt{2700} = \sqrt{100 \times 27} = 10\sqrt{27}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{27000} = \sqrt{10000 \times 2.7} = 100\sqrt{2.7}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{0.027} = \sqrt{\frac{2.7}{100}} = \frac{\sqrt{2.7}}{10}$$

$$\textcircled{㉣} \sqrt{67.5} = \sqrt{25 \times 2.7} = 5\sqrt{2.7}$$

$$\textcircled{㉤} \sqrt{10800} = \sqrt{400 \times 27} = 20\sqrt{27}$$

따라서 $\sqrt{2.7}$ 의 값을 이용해 그 값을 구할 수 있는 것은

㉡, ㉢, ㉣이다.

26 답 $12 + 2\sqrt{6}$

$$\frac{x}{\sqrt{48}} - \frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{3}x + 7\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} + 5\sqrt{3}$$

$$\frac{x}{4\sqrt{3}} - \frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{7\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} + 5\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = \sqrt{2} + 5\sqrt{3} + \frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{7\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{12}x = \frac{5\sqrt{2}}{2} + 5\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} + 5\sqrt{3} \right) \times \frac{12}{5\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{2} \times \frac{12}{5\sqrt{3}} + 5\sqrt{3} \times \frac{12}{5\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 12 = \frac{6\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} + 12$$

$$= \frac{6\sqrt{6}}{3} + 12 = 12 + 2\sqrt{6}$$

27 답 ③

$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로

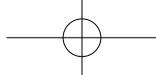
$$-4 < -\sqrt{10} < -3 \quad \therefore 1 < 5 - \sqrt{10} < 2$$

따라서 $5 - \sqrt{10}$ 의 정수 부분은 $a = 1$ 이므로 소수 부분은

$$b = (5 - \sqrt{10}) - 1 = 4 - \sqrt{10}$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times 1 + 4 - \sqrt{10}$$

$$= 6 - \sqrt{10}$$



28 답 ④

\sqrt{x} 의 정수 부분이 3이므로

$$3 \leq \sqrt{x} < 4$$

즉, $\sqrt{9} \leq \sqrt{x} < \sqrt{16}$ 이므로

$$9 \leq x < 16$$

따라서 자연수 x 는 9, 10, 11, ..., 15의 7개이다.

29 답 ②

$$\sqrt{7}(2\sqrt{7}+6) - \frac{a(3-2\sqrt{7})}{\sqrt{7}}$$

$$= 14 + 6\sqrt{7} - \frac{a(3-2\sqrt{7}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$$

$$= 14 + 6\sqrt{7} - \frac{3a\sqrt{7} - 14a}{7}$$

$$= 14 + 6\sqrt{7} - \frac{3a\sqrt{7}}{7} + 2a$$

$$= 14 + 2a + \left(6 - \frac{3a}{7}\right)\sqrt{7}$$

유리수가 되려면

$$6 - \frac{3}{7}a = 0 \quad \therefore a = 14$$

30 답 $60 + 42\sqrt{6}$

직육면체의 높이를 h 라 하면

$$90\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{3} \times h$$

$$\therefore h = 90\sqrt{2} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \times \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

따라서 이 직육면체의 겉넓이는

$$2(3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{3})$$

$$= 2(6\sqrt{6} + 30 + 15\sqrt{6})$$

$$= 2(30 + 21\sqrt{6}) = 60 + 42\sqrt{6}$$

31 답 $24 + 8\sqrt{2}$

정사각형 C의 넓이가 16이므로 한 변의 길이는

$$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

정사각형 C의 넓이는 정사각형 B의 넓이의 2배라 하므로 정

사각형 B의 넓이는 $\frac{16}{2} = 8$

즉, 정사각형 B의 넓이가 8이므로 한 변의 길이는

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

정사각형 B의 넓이는 정사각형 A의 넓이의 2배라 하므로 정

사각형 A의 넓이는 $\frac{8}{2} = 4$

즉, 정사각형 A의 넓이가 4이므로 한 변의 길이는

$$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

따라서 세 정사각형 A, B, C의 둘레의 길이의 합은

$$4(4 + 2\sqrt{2} + 2) = 4(6 + 2\sqrt{2}) = 24 + 8\sqrt{2}$$

42 심플 자이스토리 중등 수학3(상)

II 다항식의 곱셈과 인수분해

F 곱셈 공식

01 답 분배, 동류항

02 답 $a^2 + 2ab + b^2$

03 답 $a^2 - 2ab + b^2$

04 답 $a^2 - b^2$

05 답 $x^2 + (a+b)x + ab$

06 답 $acx^2 + (ad+bc)x + bd$

07 답 \times

$$(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd$$

08 답 \times

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

09 답 \times

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

10 답 \circ

$$\begin{aligned} (-a+b)(a+b) &= (b-a)(b+a) \\ &= b^2 - a^2 = -a^2 + b^2 \end{aligned}$$

11 답 \circ

$$(x+1)(x+2) = x^2 + (1+2)x + 1 \times 2 = x^2 + 3x + 2$$

12 답 \circ

$$(2x-1)(3x+1) = 6x^2 + (2-3)x - 1 = 6x^2 - x - 1$$



개념 연산 훈련

13 답 $ab + 3a + 2b + 6$

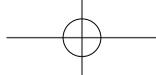
14 답 $xy + 2x + y + 2$

15 답 $2ab - a + 6b - 3$

16 답 $2xy - x + 6y - 3$

17 답 $x^2 + 2xy + y^2$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2 \times x \times y + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



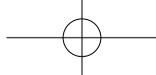
- 18 **답** a^2+4a+4
 $(a+2)^2=a^2+2 \times a \times 2+2^2=a^2+4a+4$
- 19 **답** $c^2-2cd+d^2$
 $(c-d)^2=c^2-2 \times c \times d+d^2=c^2-2cd+d^2$
- 20 **답** y^2-6y+9
 $(y-3)^2=y^2-2 \times y \times 3+3^2=y^2-6y+9$
- 21 **답** $9a^2+12a+4$
 $(3a+2)^2=(3a)^2+2 \times 3a \times 2+2^2=9a^2+12a+4$
- 22 **답** $25a^2-40a+16$
 $(5a-4)^2=(5a)^2-2 \times 5a \times 4+4^2$
 $=25a^2-40a+16$
- 23 **답** x^2-4
 $(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$
- 24 **답** $1-4y^2$
 $(1-2y)(1+2y)=1^2-(2y)^2=1-4y^2$
- 25 **답** $4a^2-25b^2$
 $(2a+5b)(2a-5b)=(2a)^2-(5b)^2=4a^2-25b^2$
- 26 **답** $x^2-\frac{1}{9}$
 $(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3})=x^2-(\frac{1}{3})^2=x^2-\frac{1}{9}$
- 27 **답** x^2-x-2
 $(x+1)(x-2)=x^2+(1-2)x+1 \times (-2)$
 $=x^2-x-2$
- 28 **답** x^2+5x+6
 $(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+2 \times 3$
 $=x^2+5x+6$
- 29 **답** $x^2-11x+28$
 $(x-4)(x-7)=x^2+(-4-7)x+(-4) \times (-7)$
 $=x^2-11x+28$
- 30 **답** $6x^2+5x+1$
 $(2x+1)(3x+1)=6x^2+(2 \times 1+1 \times 3)x+1 \times 1$
 $=6x^2+5x+1$

- 31 **답** $12x^2-26x+10$
 $(4x-2)(3x-5)$
 $=12x^2+\{4 \times (-5)+(-2) \times 3\}x+(-2) \times (-5)$
 $=12x^2-26x+10$
- 32 **답** $2x^2+x-3$
 $(x-1)(2x+3)$
 $=2x^2+\{1 \times 3+(-1) \times 2\}x+(-1) \times 3$
 $=2x^2+x-3$

개념 필수 유형 잡기

- 33 **답** ②
 xy 의 계수는
 $(4x+Ay-2)(x+y+B)$ 에서
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
 $4+A=1$
 $\therefore A=-3 \dots \text{㉠}$
 y 의 계수는
 $(4x+Ay-2)(x+y+B)$ 에서
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
 $AB-2=-5$
 $-3B-2=-5 (\because \text{㉠})$
 $-3B=-3$
 $\therefore B=1$
 $\therefore A-B=-3-1=-4$

- 34 **답** (1) -2 (2) -4 (3) 3 (4) 9
(1) a 가 나오는 부분만 계산하면
 $(a-3)(a+1)$ 에서 $a-3a=-2a$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
따라서 a 의 계수는 -2이다.
(2) x 가 나오는 부분만 계산하면
 $(x-1)(x-3)$ 에서 $-3x-x=-4x$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
따라서 x 의 계수는 -4이다.
(3) ab 가 나오는 부분만 계산하면
 $(a+4b)(a-b)$ 에서 $-ab+4ab=3ab$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
따라서 ab 의 계수는 3이다.
(4) xy 가 나오는 부분만 계산하면
 $(2x-y)(x+5y)$ 에서 $10xy-xy=9xy$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
따라서 xy 의 계수는 9이다.



35 [답] 0

$$\begin{aligned} &(x-y)(2x+3y-1) \\ &= 2x^2+3xy-x-2xy-3y^2+y \\ &= 2x^2+xy-x-3y^2+y \end{aligned}$$

따라서 xy 의 계수 $a=1$, x 의 계수 $b=-1$ 이므로 $a+b=1+(-1)=0$

36 [답] ④

$$\begin{aligned} (x+3y)^2 &= x^2+2 \times x \times 3y+(3y)^2 \\ &= x^2+6xy+9y^2 \\ &= ax^2+bxy+cy^2 \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=6$, $c=9$ 이므로 $a+b+c=1+6+9=16$

37 [답] ③

$$\begin{aligned} (x+A)^2 &= x^2+2Ax+A^2 \\ &= x^2+Bx+144 \end{aligned}$$

즉, $2A=B$, $A^2=144=12^2$ 이므로 $A=12$ ($\because A>0$), $B=2 \times 12=24$
 $\therefore B-A=24-12=12$

38 [답] ㉠, ㉡, ㉢

㉠ $(x+1)^2=x^2+2 \times x \times 1+1^2=x^2+2x+1$ (참)

㉡ $(a+3)^2=a^2+2 \times a \times 3+3^2=a^2+6a+9$ (참)

㉢ $(2x+1)^2=(2x)^2+2 \times 2x \times 1+1^2=4x^2+4x+1$ (거짓)

㉣ $(3x+y)^2=(3x)^2+2 \times 3x \times y+y^2=9x^2+6xy+y^2$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

39 [답] ②

$$\begin{aligned} (ax-2y)^2 &= a^2x^2-2 \times ax \times 2y+(2y)^2 \\ &= a^2x^2-4axy+4y^2 \\ &= bx^2-20xy+4y^2 \end{aligned}$$

즉, $a^2=b$, $-4a=-20$ 이므로 $a=5$
 $a=5$ 를 $a^2=b$ 에 대입하면 $b=5^2=25$
 $\therefore a-b=5-25=-20$

40 [답] ①

㉠, ㉡, ㉢, ㉣

$$\begin{aligned} (-a+b)^2 &= (b-a)^2=(a-b)^2=\{-(a-b)\}^2 \\ &= a^2-2ab+b^2 \end{aligned}$$

㉢ $-(a-b)^2=-(a^2-2ab+b^2)=-a^2+2ab-b^2$

㉣ $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

41 [답] $5a^2-8ab+13b^2$

$$a \triangle 2b=(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$$

$$2a \nabla 3b=(2a-3b)^2=4a^2-12ab+9b^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (a \triangle 2b) &+ (2a \nabla 3b) \\ &= (a^2+4ab+4b^2) + (4a^2-12ab+9b^2) \\ &= 5a^2-8ab+13b^2 \end{aligned}$$

42 [답] ③

① $(-x+y)(x-y)=-x(x-y)+y(x-y)=-x^2+xy+yx-y^2=-x^2+2xy-y^2$

② $(y+x)(y-x)=y^2-x^2$

③ $(-x+y)(-x-y)=\{-(x-y)\} \times \{-(x+y)\}=(x-y)(x+y)$

④ $(-x+y)(x+y)=-x^2-y^2+xy+xy=-x^2-xy-y^2$

⑤ $(y-x)(-y+x)=\{-(x-y)\} \times (x-y)=-x^2+xy+yx-y^2=-x^2+2xy-y^2$

따라서 $(x+y)(x-y)$ 와 전개식이 같은 것은 ③이다.

43 [답] ②, ④

$$\begin{aligned} (-3x+a)(3x+a) &= -(3x-a)(3x+a) \\ &= -(9x^2-a^2) \\ &= -9x^2+a^2=-9x^2+16 \end{aligned}$$

따라서 $a^2=16=(-4)^2=4^2$ 이므로 $a=-4$ 또는 $a=4$

44 [답] ④

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= 4x^2-y^2-3(y^2-x^2) \\ &= 4x^2-y^2-3y^2+3x^2 \\ &= 7x^2-4y^2=ax^2+by^2 \end{aligned}$$

따라서 $a=7$, $b=-4$ 이므로 $a+b=7+(-4)=3$

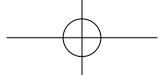
45 [답] ⑤

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^8-1)(x^8+1) \\ &= x^{16}-1=x^m+n \end{aligned}$$

따라서 $m=16$, $n=-1$ 이므로 $m-n=16-(-1)=17$

46 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \text{⑤ } (x+2y)(x-4y) &= x^2+(-4y+2y)x+2y \times (-4y) \\ &= x^2-2xy-8y^2 \end{aligned}$$



47 답 ①

$$(x+A)(x-2) = x^2 + (A-2)x - 2A$$

$$= x^2 + Bx + 6$$

즉, $A-2=B$, $-2A=6$ 이므로

$$A = -3, B = -3 - 2 = -5$$

$$\therefore AB = (-3) \times (-5) = 15$$

48 답 ①

$(x+3)(x+A) = x^2 + (3+A)x + 3A$ 에서 x 의 계수가 2이므로

$$3+A=2 \quad \therefore A=-1$$

따라서 상수항은

$$3A = 3 \times (-1) = -3$$

49 답 ③

(주어진 식)

$$= -2(x^2 - x - 6) + (x^2 + 3x - 4)$$

$$= -2x^2 + 2x + 12 + x^2 + 3x - 4$$

$$= -x^2 + 5x + 8$$

따라서 x 의 계수는 5이다.

50 답 ②

① $(2x+3)(x-3)$

$$= (2 \times 1)x^2 + \{2 \times (-3) + 3 \times 1\}x + 3 \times (-3)$$

$$= 2x^2 - 3x - 9$$

② $(3a-1)(2a-4)$

$$= (3 \times 2)a^2 + \{3 \times (-4) + (-1) \times 2\}a + (-1) \times (-4)$$

$$= 6a^2 - 14a + 4$$

③ $(5x+7y)(x-3y)$

$$= (5 \times 1)x^2 + \{5 \times (-3y) + 7y \times 1\}x + 7y \times (-3y)$$

$$= 5x^2 - 8xy - 21y^2$$

④ $(4a+b)(a-2b)$

$$= (4 \times 1)a^2 + \{4 \times (-2b) + b \times 1\}a + b \times (-2b)$$

$$= 4a^2 - 7ab - 2b^2$$

⑤ $(7x-y)(x-2y)$

$$= (7 \times 1)x^2 + \{7 \times (-2y) + (-y) \times 1\}x$$

$$+ (-y) \times (-2y)$$

$$= 7x^2 - 15xy + 2y^2$$

따라서 옳은 것은 ②이다.

51 답 ⑤

$$(2x-4)(3x+A) = 6x^2 + (2A-12)x - 4A$$

x 의 계수가 -2 이므로

$$2A - 12 = -2$$

$$2A = 10 \quad \therefore A = 5$$

52 답 ③

$$(ax-1)(2x+b) = 2ax^2 + (ab-2)x - b$$

x 의 계수가 25이므로

$$ab - 2 = 25 \quad \therefore ab = 27$$

곱이 27인 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 구하면

$$(1, 27), (3, 9), (9, 3), (27, 1)$$

따라서 a, b 가 한 자리 자연수이고 $a > b$ 이므로

$$a = 9, b = 3$$

$$\therefore a + b = 9 + 3 = 12$$

53 답 ④

$$(2x-5)^2 + (-x+4)(x+4) - 2(2x-3)(x+2)$$

$$= 4x^2 - 20x + 25 + (-x^2 + 16) - 2(2x^2 + x - 6)$$

$$= 4x^2 - 20x + 25 - x^2 + 16 - 4x^2 - 2x + 12$$

$$= -x^2 - 22x + 53$$

따라서 x^2 의 계수는 -1 , x 의 계수는 -22 이므로

x^2 의 계수와 x 의 계수의 합은

$$-1 + (-22) = -23$$

54 답 ②

① $(x-5)(x+3) = x^2 - 2x - 15 \Rightarrow$ 일차항의 계수 : -2

② $(y+9)(y-4) = y^2 + 5y - 36 \Rightarrow$ 일차항의 계수 : 5

③ $(2a+1)^2 = 4a^2 + 4a + 1 \Rightarrow$ 일차항의 계수 : 4

④ $(2x+1)(3x-2) = 6x^2 - x - 2 \Rightarrow$ 일차항의 계수 : -1

⑤ $(2a+3b)(2a-3b) = 4a^2 - 9b^2 \Rightarrow$ 일차항의 계수 : 0

따라서 일차항의 계수가 가장 큰 것은 ②이다.

55 답 ②

㉠ $(-a+3b)^2 = \{-(a-3b)\}^2$

$$= (a-3b)^2$$

$$= a^2 - 6ab + 9b^2 \text{ (참)}$$

㉡ $(-x-y)^2 = \{-(x+y)\}^2$

$$= (x+y)^2$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 \text{ (거짓)}$$

㉢ $(1-x)(-1-x) = -(1-x)(1+x)$

$$= -(1-x^2)$$

$$= x^2 - 1 \text{ (참)}$$

㉣ $(-2x-y)(2x-y) = (-y-2x)(-y+2x)$

$$= (-y)^2 - (2x)^2$$

$$= y^2 - 4x^2$$

$$= -4x^2 + y^2 \text{ (거짓)}$$

㉤ $(2x-y)(x+5y) = 2x^2 + (10y-y)x - 5y^2$

$$= 2x^2 + 9xy - 5y^2 \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.



56 [답] 2

$(2x-3)(x+5)$ 에서 -3 을 B 로 잘못 보았다고 하면

$$(2x+B)(x+5)=2x^2+(10+B)x+5B$$
$$=2x^2+Ax-40$$

즉, $10+B=A$, $5B=-40$ 이므로

$$5B=-40 \text{에서 } B=-8$$

$$\therefore A=10+B=10+(-8)=2$$

Tip

$(2x-3)(x+5)$ 에서 -3 을 잘못 보고 전개했으므로 -3 대신 B 를 대입하여 $(2x+B)(x+5)$ 라 할 때, 이 식을 전개하면 $2x^2+Ax-40$ 이 된다.

이때, 상수항 -40 은 두 일차식에서의 B 와 5 의 곱과 같으므로 $B=-8$ 을 바로 구할 수 있다.

57 [답] ①

$(x+3)(x-5)$ 에서 -5 를 A 로 잘못 보고 전개하였으므로

$$(x+3)(x+A)=x^2+(3+A)x+3A$$
$$=x^2+8x+B$$

즉, $3+A=8$, $3A=B$ 이므로

$$3+A=8 \text{에서 } A=5$$

$$3A=B \text{에서 } B=3 \times 5=15$$

$$\therefore A-B=5-15=-10$$

58 [답] ③

$$(x-3y)^2-(x-6y)(2x-3y)$$
$$=x^2-6xy+9y^2-(2x^2-15xy+18y^2)$$
$$=x^2-6xy+9y^2-2x^2+15xy-18y^2$$
$$=-x^2+9xy-9y^2$$
$$=ax^2+bxy+cy^2$$

따라서 $a=-1$, $b=9$, $c=-9$ 이므로

$$a+b+c=-1+9+(-9)=-1$$

59 [답] $18x^2+4xy-7y^2$

$$5(2x+y)(2x-y)-2(x-y)^2$$
$$=5(4x^2-y^2)-2(x^2-2xy+y^2)$$
$$=20x^2-5y^2-2x^2+4xy-2y^2$$
$$=18x^2+4xy-7y^2$$

G 곱셈 공식의 활용

01 [답] $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$

02 [답] a^2-b^2 , $x^2+(a+b)x+ab$

03 [답] 치환

04 [답] $(x+y)^2$

05 [답] 2

06 [답] 4

07 [답] 0

08 [답] 0

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2 \times (-4)$$
$$=9+8=17$$

09 [답] \times

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=2^2+2 \times 3=4+6=10$$

10 [답] 0

$$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy \text{에서}$$
$$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$$

11 [답] 0

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=2^2-2=4-2=2$$

12 [답] \times

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4 \text{에서}$$
$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4$$



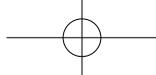
개념 연산 훈련

13 [답] $6+2\sqrt{5}$

$$(\sqrt{5}+1)^2=(\sqrt{5})^2+2 \times \sqrt{5} \times 1+1^2$$
$$=5+2\sqrt{5}+1=6+2\sqrt{5}$$

14 [답] $24-8\sqrt{5}$

$$(2\sqrt{5}-2)^2=(2\sqrt{5})^2-2 \times 2\sqrt{5} \times 2+2^2$$
$$=20-8\sqrt{5}+4=24-8\sqrt{5}$$



44 [답] 14

$$y = \frac{1}{x} = \frac{1}{7+4\sqrt{3}}$$

$$= \frac{7-4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}$$

$$= \frac{7-4\sqrt{3}}{49-48} = 7-4\sqrt{3}$$

$$\therefore x+y = (7+4\sqrt{3}) + (7-4\sqrt{3}) = 14$$

45 [답] ②

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$ 이므로

$$\frac{1}{f(1)} = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{0}} = 1$$

$$\frac{1}{f(2)} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+\sqrt{1})(\sqrt{2}-\sqrt{1})} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{f(3)} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

⋮

$$\frac{1}{f(8)} = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{8}-\sqrt{7}}{(\sqrt{8}+\sqrt{7})(\sqrt{8}-\sqrt{7})} = \sqrt{8}-\sqrt{7}$$

$$\frac{1}{f(9)} = \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9}-\sqrt{8}}{(\sqrt{9}+\sqrt{8})(\sqrt{9}-\sqrt{8})} = \sqrt{9}-\sqrt{8}$$

$$\therefore \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(8)} + \frac{1}{f(9)}$$

$$= 1 + (\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{8}-\sqrt{7}) + (\sqrt{9}-\sqrt{8})$$

$$= \sqrt{9} = 3$$

46 [답] ④

① $101^2 = (100+1)^2$

$\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 이용!

② $97^2 = (100-3)^2$

$\Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 이용!

③ $102 \times 95 = (100+2)(100-5)$

$\Rightarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 이용!

④ $102 \times 98 = (100+2)(100-2)$

$\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 이용!

⑤ $201 \times 102 = (2 \times 100 + 1)(100 + 2)$

$\Rightarrow (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 이용!

따라서 곱셈 공식 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하면 가장 편리한 것은 ④이다.

47 [답] 5

$$298 \times 302 - 297 \times 303$$

$$= (300-2)(300+2) - (300-3)(300+3)$$

$$= 300^2 - 2^2 - (300^2 - 3^2)$$

$$= 300^2 - 4 - 300^2 + 9 = 5$$

48 [답] ②

$$41^2 = (40+1)^2 = 40^2 + 2 \times 40 \times 1 + 1^2$$

$$= 40^2 + 80 + 1 = 40^2 + A + 1$$

$\therefore A = 80$

$$73 \times 67 = (70+3)(70-3) = 70^2 - 3^2$$

$$= 70^2 - 9 = 70^2 - B$$

$\therefore B = 9$

$\therefore A - B = 80 - 9 = 71$

49 [답] ④

$$3(x-1)^2 - (2x+1)(x-3)$$

$$= 3(x^2 - 2x + 1) - (2x^2 - 5x - 3)$$

$$= 3x^2 - 6x + 3 - 2x^2 + 5x + 3$$

$$= x^2 - x + 6$$

여기에 $x = \sqrt{3}$ 을 대입하면

$(\sqrt{3})^2 - \sqrt{3} + 6 = 9 - \sqrt{3}$

50 [답] ①

$$(x+1)(x+2)(x-1)(x-2)$$

$$= \{(x+1)(x-1)\} \{(x+2)(x-2)\}$$

$$= (x^2-1)(x^2-4)$$

여기에 $x^2 = 2$ 를 대입하면

$(2-1)(2-4) = -2$

51 [답] 16

$$(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) + 4xy + x$$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 - (x^2 - y^2) + 4xy + x$$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 + y^2 + 4xy + x$$

$$= x + 5y^2$$

여기에 $x = 1, y = \sqrt{3}$ 을 대입하면

$1 + 5 \times (\sqrt{3})^2 = 16$

52 [답] ③

$x = 2 + \sqrt{3}$ 에서 $x - 2 = \sqrt{3}$

양변을 제곱하면

$(x-2)^2 = 3, x^2 - 4x + 4 = 3$

$\therefore x^2 - 4x + 1 = 0$

53 [답] ⑤

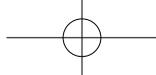
$x = 1 - \sqrt{2}$ 에서 $x - 1 = -\sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$(x-1)^2 = 2, x^2 - 2x + 1 = 2$

$\therefore x^2 - 2x = 1$

$\therefore 3x^2 - 6x + 2 = 3(x^2 - 2x) + 2 = 3 \times 1 + 2 = 5$



54 [답] ①

x 의 분모를 유리화하자.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} \\
 &= \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} = 3-2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

즉, $x=3-2\sqrt{2}$ 에서 $x-3=-2\sqrt{2}$ 이므로

양변을 제곱하면

$$(x-3)^2=8$$

$$x^2-6x+9=8$$

$$\therefore x^2-6x=-1$$

$$\therefore x^2-6x-3=-1-3=-4$$

55 [답] ④

$x+y=A$ 로 놓으면

$$(x+y+2)(x+y-7)$$

$$=(A+2)(A-7)$$

$$=A^2-5A-14$$

$$=(x+y)^2-5(x+y)-14$$

$$=x^2+2xy+y^2-5x-5y-14$$

따라서 xy 의 계수는 2, x 의 계수는 -5, 상수항은 -14이므로

$$a=2, b=-5, c=-14$$

$$\therefore a+b-c=2+(-5)-(-14)=11$$

56 [답] ④

$2x-ay=A$ 로 놓으면

$$(2x-ay+1)^2$$

$$=(A+1)^2$$

$$=A^2+2A+1$$

$$=(2x-ay)^2+2(2x-ay)+1$$

$$=4x^2-4axy+a^2y^2+4x-2ay+1$$

이때, x^2 의 계수와 xy 의 계수가 서로 같으므로

$$4=-4a \quad \therefore a=-1$$

$$\therefore (y\text{의 계수})=-2a=-2 \times (-1)=2$$

Tip

$(2x-ay+1)^2$ 에서 $A=-ay+1$ 로 놓고 식을 전개해ดู 된다. 즉,

$$(2x+A)^2=4x^2+4Ax+A^2$$

$$=4x^2+4x(-ay+1)+(-ay+1)^2$$

$$=4x^2-4axy+4x+a^2y^2-2ay+1$$

이므로 전개한 결과는 같다.

57 [답] 8

$3x+2y=A$ 로 놓으면

$$(3x+2y-1)^2=(A-1)^2$$

$$=A^2-2A+1$$

$$=(3x+2y)^2-2(3x+2y)+1$$

$$=9x^2+12xy+4y^2-6x-4y+1$$

따라서 xy 의 계수는 12이고 y 의 계수는 -4이므로

$$a=12, b=-4$$

$$\therefore a+b=12+(-4)=8$$

58 [답] ①

$$(x-1)(x-2)(x+4)(x+5)$$

$$=\{(x-1)(x+4)\}\{(x-2)(x+5)\}$$

$$=(x^2+3x-4)(x^2+3x-10)$$

$x^2+3x=A$ 로 놓으면

$$(x^2+3x-4)(x^2+3x-10)$$

$$=(A-4)(A-10)$$

$$=A^2-14A+40$$

$$=(x^2+3x)^2-14(x^2+3x)+40$$

$$=x^4+6x^3+9x^2-14x^2-42x+40$$

$$=x^4+6x^3-5x^2-42x+40$$

따라서 x^2 의 계수는 -5이다.

59 [답] $x^4-8x^3+4x^2+48x$

$$x(x-6)(x-4)(x+2)$$

$$=\{x(x-4)\}\{(x-6)(x+2)\}$$

$$=(x^2-4x)(x^2-4x-12)$$

$x^2-4x=A$ 로 놓으면

$$(x^2-4x)(x^2-4x-12)$$

$$=A(A-12)$$

$$=A^2-12A$$

$$=(x^2-4x)^2-12(x^2-4x)$$

$$=x^4-8x^3+16x^2-12x^2+48x$$

$$=x^4-8x^3+4x^2+48x$$

60 [답] ②

$$(2x+2)(x+2)(x-2)(x-3)$$

$$=2(x+1)(x+2)(x-2)(x-3)$$

$$=2\{(x+1)(x-2)\}\{(x+2)(x-3)\}$$

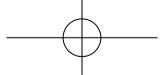
$$=2(x^2-x-2)(x^2-x-6)$$

이때, $x^2-x-8=0$ 에서

$$x^2-x=8\text{이므로}$$

$$(주어진 식)=2 \times (8-2) \times (8-6)$$

$$=2 \times 6 \times 2=24$$

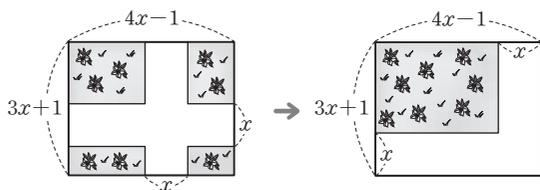


Tip

네 개의 일차식의 곱을 전개할 때, 공통부분이 생기도록 두 개씩 짝을 짓기 전에 반드시 네 일차식의 x 의 계수가 모두 같은 지 확인해야 한다.

즉, $(2x+2)(x+2)(x-2)(x-3)$ 에서 $2x+2$ 의 x 의 계수는 2이고, 나머지 일차식에서의 x 의 계수는 1이므로 $2x+2$ 를 $2(x+1)$ 로 정리한 후 전개하도록 하자.

61 답 ②



위의 그림과 같이 길이를 이동하면 화단에서

(가로 길이) = $(4x-1) - x = 3x-1$

(세로 길이) = $(3x+1) - x = 2x+1$

따라서 화단의 넓이는

$(3x-1)(2x+1) = 6x^2 + x - 1$

62 답 ④

색칠한 사각형은 한 변의 길이가 $(a+1) - 6 = a-5$ 인 정사각형이므로 구하는 넓이는

$(a-5)^2 = a^2 - 10a + 25$

63 답 $2x^2 - x - 6$

색칠한 직사각형의 가로 길이와 세로 길이는 각각 $2x+3$, $x-2$ 이므로 구하는 넓이는

$(2x+3)(x-2) = 2x^2 - x - 6$

64 답 ④

$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= 5^2 - 2 \times 6 = 25 - 12 = 13$

65 답 ⑤

$x-y = 3\sqrt{2}$, $xy = 2$ 이므로

$x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$

$= (3\sqrt{2})^2 + 2 \times 2 = 18 + 4 = 22$

66 답 ③

$x+y = (1-\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2}) = 2$,

$xy = (1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = 1-2 = -1$ 이므로

$x^2 + 3xy + y^2 = (x+y)^2 - 2xy + 3xy$

$= (x+y)^2 + xy$

$= 2^2 + (-1) = 4-1 = 3$

67 답 10

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy}$
 $= \frac{6^2 - 2 \times 3}{3} = \frac{36-6}{3} = 10$

68 답 ①

전체 끈의 길이가 80 cm이므로

$8x+8y=80 \quad \therefore x+y=10$

정사각형 4개의 넓이의 합이 104 cm²이므로

$2x^2+2y^2=104 \quad \therefore x^2+y^2=52$

즉, $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ 이므로

$52 = 10^2 - 2xy$, $52 = 100 - 2xy$

$2xy = 48 \quad \therefore xy = 24$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $xy = 24$ (cm²)이다.

69 답 ⑤

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$

70 답 ②

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$

71 답 28

$x - \frac{1}{x} = 2$ 이므로

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$

$\therefore x^4 - x^2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = x^4 + \frac{1}{x^4} - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$
 $= 34 - 6 = 28$

72 답 ③

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

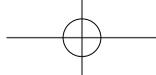
73 답 38

$x^2 + 6x - 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$x + 6 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = -6$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$
 $= (-6)^2 + 2 = 36 + 2 = 38$



**74** **답** ①

$x^2 - 7x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$$x - 7 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 7^2 - 2 + 7 = 49 - 2 + 7 = 54 \end{aligned}$$

**내신 대비 연습 문제 F ~ G****01** **답** ①

$(2x - 3y)(x + y - 5)$ 를 전개한 식에서 y^2 의 계수 a 를 구하면

$$(-3y) \times y = -3y^2 \quad \therefore a = -3$$

또, xy 의 계수 b 를 구하면

$$2x \times y + (-3y) \times x = -xy \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-1) = -4$$

02 **답** 42

$$(x + A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2$$

이것이 $x^2 + 12x + B$ 와 같으므로

$$2A = 12 \quad \therefore A = 6$$

$$B = A^2 = 6^2 = 36$$

$$\therefore A + B = 6 + 36 = 42$$

03 **답** ④

$$\textcircled{㉠} (x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$$

$$\textcircled{㉡} (2x+1)(3x-4) = 6x^2 - 5x - 4$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

04 **답** $6x^2 - 11xy + 8y^2$

색칠한 두 직사각형의 넓이의 합은

$$\begin{aligned} (3x - 4y)(2x - y) + 4y \times y &= 6x^2 - 11xy + 4y^2 + 4y^2 \\ &= 6x^2 - 11xy + 8y^2 \end{aligned}$$

05 **답** ④

$$\begin{aligned} 102 \times 103 &= (100 + 2)(100 + 3) \\ &= 100^2 + (2 + 3) \times 100 + 2 \times 3 \\ &= 10000 + 500 + 6 = 10506 \end{aligned}$$

따라서 계산이 가장 편리한 곱셈 공식은

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \text{이다.}$$

06 **답** 6

$$\begin{aligned} (3 + \sqrt{5})(a - 2\sqrt{5}) &= 3a - 6\sqrt{5} + a\sqrt{5} - 10 \\ &= (3a - 10) + (a - 6)\sqrt{5} \end{aligned}$$

이것이 유리수가 되려면

$$a - 6 = 0 \quad \therefore a = 6$$

07 **답** ①

$$\begin{aligned} \frac{3}{3 - 2\sqrt{3}} &= \frac{3(3 + 2\sqrt{3})}{(3 - 2\sqrt{3})(3 + 2\sqrt{3})} \\ &= \frac{3(3 + 2\sqrt{3})}{9 - 12} \\ &= -3 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

08 **답** ⑤

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} &= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} + \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3} + \frac{5 - 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3} \\ &= \frac{8 + 2\sqrt{15}}{2} + \frac{8 - 2\sqrt{15}}{2} \\ &= 4 + \sqrt{15} + 4 - \sqrt{15} \\ &= 8 \end{aligned}$$

09 **답** ②

$(x + y - 4)(x - y + 4) = \{x + (y - 4)\} \{x - (y - 4)\}$ 에서

$A = x, B = y - 4$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (A + B)(A - B) &= A^2 - B^2 \\ &= x^2 - (y - 4)^2 \\ &= x^2 - y^2 + 8y - 16 \end{aligned}$$

10 **답** ③

$$x = 3 + 2\sqrt{2} \text{에서 } x - 3 = 2\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = 8, x^2 - 6x + 9 = 8$$

$$\therefore x^2 - 6x = -1$$

$$\therefore x^2 - 6x + 10 = (-1) + 10 = 9$$

11 **답** ②

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3} \text{에서}$$

$$x - 2 = -\sqrt{3}$$

양변을 제곱하면

$$(x - 2)^2 = 3, x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$\therefore x^2 - 4x = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x + 3 = (-1) + 3 = 2$$



35 [답] 3xy(2x-y²+5)

6x²y-3xy³+15xy=3xy(2x-y²+5)

36 [답] ①

9x²+30x+25=(3x)²+2×3x×5+5²=(3x+5)²

37 [답] ②

4x²-12x+9=(2x)²-2×2x×3+3²=(2x-3)²

따라서 인수인 것은 ② 2x-3이다.

38 [답] ⑤

① a²+6a+9=a²+2×a×3+3²=(a+3)²

② 9a²-6ab+b²=(3a)²-2×3a×b+b²=(3a-b)²

③ 16x²-16xy+4y²=(4x)²-2×4x×2y+(2y)²
=(4x-2y)²

④ a²+a+1/4=a²+2×a×1/2+(1/2)²=(a+1/2)²

39 [답] 2

0<x<2이므로 x>0, x-2<0

∴ (주어진 식)=√x²+√x²-2×x×2+2²
=√x²+√(x-2)²
=x-(x-2)=x-x+2=2

40 [답] ⑤

x²-10x+A가 완전제곱식이 되기 위한 상수 A의 값은

A=(10/2)²=25

즉, x²-10x+25=x²-2×x×5+5²=(x-5)²이

(x+B)²과 같으므로 B=-5

∴ A+B=25+(-5)=20

41 [답] ④

9x²-24xy+□=(3x)²-2×3x×4y+□이므로

□=(4y)²=16y²

42 [답] 1

x²+□x+1/4=x²+□x+(1/2)²이 완전제곱식이 되도록 하

는 양수 □는 □=2×√(1/4)=2×1/2=1

43 [답] ④

(x-3)(x-11)+k=x²-14x+33+k

위 식이 완전제곱식이 되려면

33+k=(14/2)²=49 ∴ k=16

44 [답] ④

① a²-16b²=a²-(4b)²=(a+4b)(a-4b)

② 9x²-4=(3x)²-2²=(3x+2)(3x-2)

③ 49x²-25y²=(7x)²-(5y)²=(7x+5y)(7x-5y)

④ 36a²-9b²=9(4a²-b²)=9{(2a)²-b²}
=9(2a+b)(2a-b)

⑤ -x²+1/64=-{x²-1/64}=-{x²-(1/8)²}
=-{x+1/8}{x-1/8}

45 [답] ④

x³-x=x(x²-1)=x(x²-1²)=x(x+1)(x-1)

따라서 x³-x의 인수가 아닌 것은 ④ x²+1이다.

46 [답] ②, ③

x⁸-1=(x⁴)²-1²=(x⁴+1)(x⁴-1)

=(x⁴+1){(x²)²-1}=(x⁴+1)(x²+1)(x²-1)

=(x⁴+1)(x²+1)(x+1)(x-1)

47 [답] (1+x-2y)(1-x+2y)

1-(x-2y)²=1²-(x-2y)²

={1+(x-2y)}{1-(x-2y)}

=(1+x-2y)(1-x+2y)

48 [답] ③

x²+2x-3=(x-1)(x+3)

x ↘ -1 → -x
x ↗ 3 → 3x(+
2x

따라서 두 일차식의 합은 (x-1)+(x+3)=2x+2

49 [답] 5

x²-ax-15=(x-5)(x+b)에서

x²-ax-15=x²+(b-5)x-5b

-15=-5b이므로 b=3

-a=b-5이므로 -a=3-5=-2 ∴ a=2

∴ a+b=2+3=5

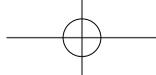
50 [답] ②

x²-xy-20y²=(x-5y)(x+4y)

x ↘ -5y → -5xy
x ↗ 4y → 4xy(+
-xy

따라서 a, b는 자연수이므로 a=5, b=4

∴ a+b=5+4=9



60 [답] ②

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$2x^2 - 3x - 2 = (x-2)(2x+1)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ② $x-2$ 이다.

61 [답] $2x-3$

$$6x^2 - 5x - 6 = (3x+2)(2x-3)$$

$$8x^2 - 24x + 18 = 2(4x^2 - 12x + 9) = 2(2x-3)^2$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $2x-3$ 이다.

62 [답] ①

$$4x^2 - 36 = 4(x^2 - 9) = 4(x+3)(x-3)$$

$$2x^2 - 11x + 15 = (x-3)(2x-5)$$

$$3x^2 - 7x - 6 = (x-3)(3x+2)$$

따라서 세 다항식의 공통인 인수는 ① $x-3$ 이다.

I 인수분해 공식의 활용

01 [답] $A, a+1, a+3$

02 [답] 공통부분

03 [답] ○

04 [답] ×

05 [답] ○



개념 연산 훈련

06 [답] $2x(2x+1)^2$

$$8x^3 + 8x^2 + 2x = 2x(4x^2 + 4x + 1)$$

$$= 2x(2x+1)^2$$

07 [답] $3a(2a+3)(2a-3)$

$$12a^3 - 27a = 3a(4a^2 - 9)$$

$$= 3a(2a+3)(2a-3)$$

08 [답] $x^2(x-1)(x-2)$

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 = x^2(x^2 - 3x + 2)$$

$$= x^2(x-1)(x-2)$$

09 [답] $(x-3)^2$

$$x-1 = A \text{라 놓으면}$$

$$(x-1)^2 - 4(x-1) + 4 = A^2 - 4A + 4$$

$$= (A-2)^2$$

$$= (x-1-2)^2$$

$$= (x-3)^2$$

10 [답] $(3x+1)(x+11)$

$$x+3 = A, x-5 = B \text{라 놓으면}$$

$$4(x+3)^2 - (x-5)^2$$

$$= 4A^2 - B^2$$

$$= (2A+B)(2A-B)$$

$$= \{2(x+3) + (x-5)\} \{2(x+3) - (x-5)\}$$

$$= (3x+1)(x+11)$$

11 [답] $(a+1)(a+8)$

$$a+2 = A \text{라 놓으면}$$

$$(a+2)^2 + 5(a+2) - 6$$

$$= A^2 + 5A - 6$$

$$= (A-1)(A+6)$$

$$= (a+2-1)(a+2+6)$$

$$= (a+1)(a+8)$$

12 [답] $(3x+5y)(2z-1)$

$$6xz - 3x - 5y + 10yz$$

$$= 3x(2z-1) + 5y(2z-1)$$

$$= (3x+5y)(2z-1)$$

13 [답] $(x+1)(x^2+1)$

$$x^3 + x^2 + x + 1$$

$$= x^2(x+1) + (x+1)$$

$$= (x+1)(x^2+1)$$

14 [답] $(x+y)(x-y-xy)$

$$x^2 - y^2 - x^2y - xy^2$$

$$= (x^2 - y^2) - xy(x+y)$$

$$= (x-y)(x+y) - xy(x+y)$$

$$= (x+y)(x-y-xy)$$

15 [답] $(a+b-7)(a-b+7)$

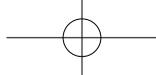
$$a^2 - b^2 + 14b - 49$$

$$= a^2 - (b^2 - 14b + 49)$$

$$= a^2 - (b-7)^2$$

$$= \{a + (b-7)\} \{a - (b-7)\}$$

$$= (a+b-7)(a-b+7)$$



16 **답** $(x-y+3)(x-y-3)$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 9 \\ &= (x-y)^2 - 3^2 \\ &= (x-y+3)(x-y-3) \end{aligned}$$

17 **답** $(3a+b+5)(3a-b-5)$

$$\begin{aligned} & 9a^2 - b^2 - 10b - 25 \\ &= 9a^2 - (b^2 + 10b + 25) \\ &= (3a)^2 - (b+5)^2 \\ &= \{3a+(b+5)\}\{3a-(b+5)\} \\ &= (3a+b+5)(3a-b-5) \end{aligned}$$

18 **답** $(x+1)(x+3y-3)$

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy - 2x + 3y - 3 \\ &= 3xy + 3y + (x^2 - 2x - 3) \\ &= 3y(x+1) + (x+1)(x-3) \\ &= (x+1)(x+3y-3) \end{aligned}$$

19 **답** $(b+4)(a-b-4)$

$$\begin{aligned} & 4a - 8b + ab - b^2 - 16 \\ &= 4a + ab - (b^2 + 8b + 16) \\ &= a(b+4) - (b+4)^2 \\ &= (b+4)\{a-(b+4)\} \\ &= (b+4)(a-b-4) \end{aligned}$$

20 **답** 9800

$$\begin{aligned} 99^2 - 1 &= (99+1)(99-1) \\ &= 100 \times 98 = 9800 \end{aligned}$$

21 **답** 3600

$$\begin{aligned} 58^2 + 4 \times 58 + 4 &= 58^2 + 2 \times 58 \times 2 + 2^2 \\ &= (58+2)^2 \\ &= 60^2 = 3600 \end{aligned}$$

22 **답** 10000

$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 25 &= (x-5)^2 \\ &= (105-5)^2 \\ &= 100^2 = 10000 \end{aligned}$$

23 **답** $60\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} x+y &= (5+3\sqrt{2}) + (5-3\sqrt{2}) = 10 \\ x-y &= (5+3\sqrt{2}) - (5-3\sqrt{2}) \\ &= 5+3\sqrt{2}-5+3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \\ \therefore x^2-y^2 &= (x+y)(x-y) \\ &= 10 \times 6\sqrt{2} = 60\sqrt{2} \end{aligned}$$

24 **답** $\sqrt{30}$

$$\begin{aligned} x+y &= 6.5 + 3.5 = 10 \\ x-y &= 6.5 - 3.5 = 3 \\ \therefore \sqrt{x^2-y^2} &= \sqrt{(x+y)(x-y)} \\ &= \sqrt{10 \times 3} = \sqrt{30} \end{aligned}$$

25 **답** 90

$$\begin{aligned} x^2 - xy - 6y^2 \\ &= (x+2y)(x-3y) \\ &= (9.6+2 \times 0.2)(9.6-3 \times 0.2) \\ &= 10 \times 9 = 90 \end{aligned}$$



개념 필수 유형 잡기

26 **답** ③

$$\begin{aligned} & x^2(2x+1) - 2x - 1 \\ &= x^2(2x+1) - (2x+1) \\ &= (2x+1)(x^2-1) \\ &= (2x+1)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은
 $(2x+1) + (x+1) + (x-1) = 4x+1$

27 **답** ③

$$\begin{aligned} & x^2(y^2-1) + 2x(y^2-1) + y^2 - 1 \\ &= (y^2-1)(x^2+2x+1) \\ &= (y+1)(y-1)(x+1)^2 \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ③ $x+2$ 이다.

28 **답** ⑤

$$\begin{aligned} & (x-1)x^2 + 2(x-1)x + x - 1 \\ &= (x-1)(x^2+2x+1) \\ &= (x-1)(x+1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^3 + 2x^2 + x \\ &= x(x^2+2x+1) \\ &= x(x+1)^2 \end{aligned}$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $(x+1)^2$ 이다.

29 **답** ①, ④

$x+y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & (x+y)^2 + (x+y)z - 6z^2 \\ &= A^2 + Az - 6z^2 \\ &= (A+3z)(A-2z) \\ &= (x+y+3z)(x+y-2z) \end{aligned}$$



30 [답] $2a+2b-3$

$$\begin{aligned}
&a+b=A \text{로 놓으면} \\
&(a+b)^2-3(a+b)-10 \\
&=A^2-3A-10 \\
&=(A-5)(A+2) \\
&=(a+b-5)(a+b+2) \\
&\text{따라서 두 일차식의 합은} \\
&(a+b-5)+(a+b+2)=2a+2b-3
\end{aligned}$$

31 [답] $(a-1)(a+3)(2a^2+4a+1)$

$$\begin{aligned}
&a^2+2a=A \text{로 놓으면} \\
&2(a^2+2a)^2-5(a^2+2a)-3 \\
&=2A^2-5A-3 \\
&=(A-3)(2A+1) \\
&=(a^2+2a-3)(2a^2+4a+1) \\
&=(a-1)(a+3)(2a^2+4a+1)
\end{aligned}$$

32 [답] ①

$$\begin{aligned}
&x+y=A \text{로 놓으면} \\
&(x+y)(x+y-3)-40 \\
&=A(A-3)-40 \\
&=A^2-3A-40 \\
&=(A+5)(A-8) \\
&=(x+y+5)(x+y-8) \\
&\text{따라서 } a=5, b=-8 \text{ 또는 } a=-8, b=5 \text{이므로} \\
&a+b=5+(-8)=-3
\end{aligned}$$

33 [답] ②, ⑤

$$\begin{aligned}
&x+2=A \text{로 놓으면} \\
&3(x+2)^2-10(x+2)-8 \\
&=3A^2-10A-8 \\
&=(3A+2)(A-4) \\
&=\{3(x+2)+2\}(x+2-4) \\
&=(3x+8)(x-2)
\end{aligned}$$

34 [답] ②

$$\begin{aligned}
&3x+2=A, 2x-3=B \text{로 놓으면} \\
&(3x+2)^2-(2x-3)^2 \\
&=A^2-B^2 \\
&=(A+B)(A-B) \\
&=\{(3x+2)+(2x-3)\}\{(3x+2)-(2x-3)\} \\
&=(3x+2+2x-3)(3x+2-2x+3) \\
&=(5x-1)(x+5) \\
&\text{따라서 } a=-1, b=5 \text{이므로} \\
&a-2b=-1-2 \times 5=-11
\end{aligned}$$

35 [답] ②

$$\begin{aligned}
&3a+2b=A, 2a+3b=B \text{로 놓으면} \\
&(3a+2b)^2-(2a+3b)^2 \\
&=A^2-B^2 \\
&=(A+B)(A-B) \\
&=\{(3a+2b)+(2a+3b)\}\{(3a+2b)-(2a+3b)\} \\
&=(3a+2b+2a+3b)(3a+2b-2a-3b) \\
&=(5a+5b)(a-b) \\
&=5(a+b)(a-b)
\end{aligned}$$

36 [답] ①, ④

$$\begin{aligned}
&x+1=A, y-2=B \text{로 놓으면} \\
&3(x+1)^2-4(x+1)(y-2)+(y-2)^2 \\
&=3A^2-4AB+B^2 \\
&=(A-B)(3A-B) \\
&=\{(x+1)-(y-2)\}\{3(x+1)-(y-2)\} \\
&=(x+1-y+2)(3x+3-y+2) \\
&=(x-y+3)(3x-y+5)
\end{aligned}$$

37 [답] ⑤

$$\begin{aligned}
&x(x-1)(x-2)(x-3)-24 \\
&=\{x(x-3)\}\{(x-1)(x-2)\}-24 \\
&=(x^2-3x)(x^2-3x+2)-24 \\
&\text{이때, } x^2-3x=A \text{로 놓으면} \\
&\text{(주어진 식)} \\
&=A(A+2)-24 \\
&=A^2+2A-24 \\
&=(A-4)(A+6) \\
&=(x^2-3x-4)(x^2-3x+6) \\
&=(x+1)(x-4)(x^2-3x+6)
\end{aligned}$$

Tip

[() () () + k 꼴의 인수분해]

(i) 두 일차식의 상수항의 합이 같아지도록 두 개의 항을 묶어 전개한다.

(ii) (i)의 전개식에서 공통부분을 A라 치환하여 주어진 식을 인수분해한다.

38 [답] ②

$$\begin{aligned}
&x^2y^2-x^2-y^2+1 \\
&=x^2(y^2-1)-(y^2-1) \\
&=(x^2-1)(y^2-1) \\
&=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1) \\
&\text{따라서 인수가 아닌 것은 ② } x^2+1 \text{이다.}
\end{aligned}$$



51 [답] ⑤

$$A = 57^2 - 53^2 = (57 + 53)(57 - 53)$$

$$= 110 \times 4 = 440$$

$$B = (3 + \sqrt{3})^2 + 2(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (3 - \sqrt{3})^2$$

$$= (3 + \sqrt{3} + 3 - \sqrt{3})^2 = 6^2 = 36$$

$$\therefore A - B = 440 - 36 = 404$$

52 [답] ①

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2$$

$$= (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2)$$

$$= (1 + 2)(1 - 2) + (3 + 4)(3 - 4) + (5 + 6)(5 - 6)$$

$$= -3 - 7 - 11 = -21$$

53 [답] 120

$$\sqrt{72^2 - 28^2 + 99^2 + 2 \times 99 + 1}$$

$$= \sqrt{(72 + 28)(72 - 28) + (99 + 1)^2}$$

$$= \sqrt{100 \times 44 + 100^2} = \sqrt{4400 + 10000}$$

$$= \sqrt{14400} = \sqrt{120^2} = 120$$

54 [답] ②

$$200 = x \text{라 놓으면}$$

$$(200 - 4)(200 - 6) + 1 = (x - 4)(x - 6) + 1$$

$$= x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$$= (200 - 5)^2 = 195^2$$

$$\therefore A = 195$$

55 [답] ⑤

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$= (2001 - 1)^2 = 2000^2$$

$$= 4000000 = 4 \times 10^6$$

56 [답] 21

$$x^2 + 2x - y^2 - 2y = x^2 - y^2 + 2x - 2y$$

$$= (x + y)(x - y) + 2(x - y)$$

$$= (x - y)(x + y + 2)$$

$$= 3 \times (5 + 2) = 21$$

57 [답] $8\sqrt{3}$

$$a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$b = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$$

이때, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 이므로

$$\text{이 식에 } a = 2 + \sqrt{3}, b = 2 - \sqrt{3} \text{을 대입하면}$$

$$\{(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})\} \{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})\}$$

$$= (2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})$$

$$= 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

58 [답] ⑤

$$x^2y + x + xy^2 + y$$

$$= x(xy + 1) + y(xy + 1)$$

$$= (xy + 1)(x + y)$$

$$\text{이 식에 } x = 3 + \sqrt{5}, y = 3 - \sqrt{5} \text{를 대입하면}$$

$$\{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) + 1\} \{(3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5})\}$$

$$= (9 - 5 + 1) \times 6 = 30$$

59 [답] ②

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x + 1} = \frac{x^2(x + 2) - (x + 2)}{x + 1}$$

$$= \frac{(x^2 - 1)(x + 2)}{x + 1}$$

$$= \frac{(x + 1)(x - 1)(x + 2)}{x + 1}$$

$$= (x - 1)(x + 2)$$

$$= x^2 + x - 2$$

따라서 이 식에 $x^2 + x = 5$ 를 대입하면
(주어진 식) = $5 - 2 = 3$

60 [답] ⑤

$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{13} < 4$ 이므로 $\sqrt{13}$ 의 정수 부분은 3이고, 소수 부분은 $x = \sqrt{13} - 3$

$$x + 1 = A \text{로 놓으면}$$

$$(x + 1)^2 + 4(x + 1) + 4$$

$$= A^2 + 4A + 4$$

$$= (A + 2)^2$$

$$= (x + 1 + 2)^2$$

$$= (x + 3)^2$$

따라서 이 식에 $x = \sqrt{13} - 3$ 을 대입하면
(주어진 식) = $(\sqrt{13} - 3 + 3)^2 = (\sqrt{13})^2 = 13$

61 [답] $x + 2$

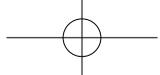
주어진 도형의 넓이가 $2x^2 + 7x + 4$ 이므로 처음 직사각형의 넓이는

$$2x^2 + 7x + 4 + 2 \times 1$$

$$= 2x^2 + 7x + 6$$

$$= (x + 2)(2x + 3)$$

따라서 직사각형의 가로의 길이가 $2x + 3$ 이므로 세로의 길이는 $x + 2$ 이다.



대단원 총정리 문제 II 다항식의 곱셈과 인수분해

01 [답] ④

$$\textcircled{1} (-x+y)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$\textcircled{2} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{3} (3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$$

$$\textcircled{4} (x-2)(x+3) = x^2 + \{(-2)+3\}x + (-2) \times 3 = x^2 + x - 6$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} (3x+2)(4x-1) &= 12x^2 + \{3 \times (-1) + 2 \times 4\}x + 2 \times (-1) \\ &= 12x^2 + 5x - 2 \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

02 [답] ①

$(x+3)(x+A) = x^2 + (3+A)x + 3A$ 에서 x 의 계수가 1이므로

$$3+A=1 \quad \therefore A=-2$$

따라서 상수항은

$$3A = 3 \times (-2) = -6$$

03 [답] ⑤

$$(ax-5)(3x-2) = 3ax^2 - (2a+15)x + 10 = 6x^2 - bx + 10$$

$3a=6$ 에서 $a=2$ 이므로

$$b=2a+15=2 \times 2 + 15=19$$

$$\therefore b-a=19-2=17$$

04 [답] ②, ⑤

$9x^2 + 2(m-1)xy + 25y^2 = (3x)^2 + 2(m-1)xy + (5y)^2$ 이 완전제곱식이 되려면

$$2(m-1) = \pm 2 \times 3 \times 5 = \pm 30$$

$$m-1 = \pm 15$$

$$m = 1 \pm 15$$

$$\therefore m = 1 - 15 = -14 \text{ 또는 } m = 1 + 15 = 16$$

05 [답] ③

$$\textcircled{1} P = (5a-2b)(4a-b) = 20a^2 - 13ab + 2b^2$$

$$\textcircled{2} P+R = 4a(5a-2b) = 20a^2 - 8ab$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} P+S &= (20a^2 - 13ab + 2b^2) + 2b \times b \\ &= 20a^2 - 13ab + 4b^2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} P+Q = 5a(4a-b) = 20a^2 - 5ab$$

$$\textcircled{5} P+Q+R+S = 5a \times 4a = 20a^2$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

06 [답] $-64a^2 + 120ab - 50b^2$

사각형 EFCD가 정사각형이므로 $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{AB} = 5b$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE} = 8a - 5b$$

또, 사각형 GBFH가 정사각형이므로

$$\overline{GB} = \overline{GH} = \overline{AE} = 8a - 5b$$

$$\therefore \overline{AG} = \overline{AB} - \overline{GB} = 5b - (8a - 5b) = -8a + 10b$$

$$\begin{aligned} \therefore \square AGHE &= \overline{AE} \times \overline{AG} \\ &= (8a - 5b)(-8a + 10b) \\ &= -64a^2 + 120ab - 50b^2 \end{aligned}$$

07 [답] ②

$$\begin{aligned} &2(3x+1)^2 - (5x-2)(2x+7) \\ &= 2(9x^2 + 6x + 1) - (10x^2 + 31x - 14) \\ &= 18x^2 + 12x + 2 - 10x^2 - 31x + 14 \\ &= 8x^2 - 19x + 16 \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수와 상수항의 합은 $-19 + 16 = -3$

08 [답] ①

$$\begin{aligned} &(2x-3)^2 - (x+1)^2 \\ &= (4x^2 - 12x + 9) - (x^2 + 2x + 1) \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - x^2 - 2x - 1 \\ &= 3x^2 - 14x + 8 \end{aligned}$$

09 [답] ②

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 = x^2 + bx + \frac{1}{9}$$

$$\text{에서 } b=2a, a^2 = \frac{1}{9}$$

$$\therefore 5a^2 + b^2 = 5a^2 + (2a)^2 = 5a^2 + 4a^2 = 9a^2 = 9 \times \frac{1}{9} = 1$$

[다른 풀이]

$$a^2 = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3} \text{ 또는 } a = -\frac{1}{3}$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ 일 때, } b = 2a = \frac{2}{3}$$

$$a = -\frac{1}{3} \text{ 일 때, } b = 2a = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore 5a^2 + b^2 = 5 \times \frac{1}{9} + \left(\pm \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1$$

10 [답] ③

$x+y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} &(x+y+1)(x+y-3) \\ &= (A+1)(A-3) \\ &= A^2 - 2A - 3 \\ &= (x+y)^2 - 2(x+y) - 3 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 3 \end{aligned}$$



11 답 ③

$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=2^A+B$$

위 식의 좌변에 $1=2-1$ 을 곱하면

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^8-1)(2^8+1)$$

$$=2^{16}-1=2^A+B$$

따라서 $A=16, B=-1$ 이므로

$$A+B=16+(-1)=15$$

12 답 ⑤

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3(\sqrt{12}-\sqrt{6})}{6-3} + \frac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{3-2}$$

$$= 2\sqrt{3}-\sqrt{6}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

13 답 ⑤

$x=2-\sqrt{3}, y=2+\sqrt{3}$ 이므로

$$x+y=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$$

$$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$$

$$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2-2xy}{xy} = \frac{4^2-2 \times 1}{1} = 14$$

14 답 ⑤

$$(3\sqrt{3}+2)(-4+a\sqrt{3})=(9a-8)+(-12+2a)\sqrt{3}$$

이것이 유리수가 되려면

$$-12+2a=0 \quad \therefore a=6$$

15 답 ③

$x=2-\sqrt{5}$ 에서 $x-2=-\sqrt{5}$

양변을 제곱하면

$$(x-2)^2=(-\sqrt{5})^2, x^2-4x+4=5$$

$$\therefore x^2-4x=1$$

$$\therefore x^2-4x+5=1+5=6$$

16 답 ②

$$(x-2)(y-2)=-9$$
에서
$$xy-2(x+y)+4=-9$$

$$xy-6+4=-9 \quad \therefore xy=-7$$

$$\therefore (x-y)^2=(x+y)^2-4xy$$

$$=3^2-4 \times (-7)$$

$$=9+28=37$$

17 답 ①

$$(x+1)(x-4)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=(x^2-3x-4)\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\right\}$$

이때, $x^2-3x-1=0$ 에서

$$x^2-3x=1$$

또, $x^2-3x-1=0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$$x-3-\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=3$$

$$\therefore (\text{주어진 식})=(1-4) \times (3^2+2)$$

$$=-3 \times 11=-33$$

18 답 ④

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 정수 부분은 2이고, 소수 부분은 $a=\sqrt{5}-2$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$a^2+3a+2=(\sqrt{5}-2)^2+3(\sqrt{5}-2)+2$$

$$=5-4\sqrt{5}+4+3\sqrt{5}-6+2$$

$$=5-\sqrt{5}$$

[다른 풀이]

$a=\sqrt{5}-2$ 이므로

$$a^2+3a+2$$

$$=(a+1)(a+2)$$

$$=(\sqrt{5}-2+1)(\sqrt{5}-2+2)$$

$$=(\sqrt{5}-1) \times \sqrt{5}=5-\sqrt{5}$$

19 답 ②

$$\textcircled{2} 16x^2-81y^2=(4x)^2-(9y)^2=(4x+9y)(4x-9y)$$

20 답 ⑤

$$6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$$

(평행사변형의 넓이)=(밑변의 길이) \times (높이)이고, 밑변의 길이가 $2x-1$ 이므로 높이는 $3x+4$ 이다.

21 답 ③

$$\textcircled{1} x^2+2x+1=x^2+2 \times x \times 1+1^2=(x+1)^2$$

$$\textcircled{2} a^2-14a+49=a^2-2 \times a \times 7+7^2=(a-7)^2$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{4}x^2+x-1$$
에서 -1 이 제곱인 수가 아니므로 완전제곱식이 될 수 없다.
$$\textcircled{4} 9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2 \times 3x \times 2y+(2y)^2$$

$$=(3x-2y)^2$$

$$\textcircled{5} 36x^2+24x+4=(6x)^2+2 \times 6x \times 2+2^2$$

$$=(6x+2)^2$$

따라서 완전제곱식이 아닌 것은 ③이다.



III 이차방정식

J 이차방정식

01 **답** 이차방정식

02 **답** 해, 근

03 **답** 해

04 **답** $A=0, B=0$

05 **답** ×
 $2x^2+5x=x^2+x^2-10$ 을 이항하여 정리하면
 $5x+10=0$ 이므로 이차방정식이 아니다.

06 **답** ○
 $x=2$ 를 이차방정식 $x^2-4x+4=0$ 에 대입하면
 $2^2-4 \times 2+4=0$ 이 성립하므로 해이다.

07 **답** ○
 $x=1$ 이 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 의 해가 되려면
 $x=1$ 을 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 에 대입했을 때 등식이 성립해야 하므로
 $1^2+1+a=0 \quad \therefore a=-2$

08 **답** ×
 $AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 이다.



개념 연산 훈련

09 **답** ○

10 **답** ×
 $x^2-3x+2=x^2-4$ 에서 $-3x+6=0$
즉, 일차방정식이다.

11 **답** ×
 $x^3-5x+2=3x^2$ 에서 $x^3-3x^2-5x+2=0$
즉, x^3 이 있으므로 이차방정식이 아니다.

12 **답** ×
 $(x-1)(x+1)=x^2-4x+2$ 에서
 $x^2-1-x^2+4x-2=0 \quad \therefore 4x-3=0$
즉, 일차방정식이다.

13 **답** ○

14 **답** $a \neq 0$
이차방정식이라면 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a \neq 0$

15 **답** $a \neq 2$
 $ax^2-5x+3-2x^2=0$ 에서 $(a-2)x^2-5x+3=0$
위의 등식이 이차방정식이라면 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a-2 \neq 0 \quad \therefore a \neq 2$

16 **답** $a \neq 1$
 $(a-1)x^2+3x+7=0$ 이 이차방정식이라면 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a-1 \neq 0 \quad \therefore a \neq 1$

17 **답** 2
 $(x-2)(x-3)=0$ 에서 $x^2-5x+6=0$
따라서 $a=1, b=-5, c=6$ 이므로
 $a+b+c=1+(-5)+6=2$

18 **답** -3
 $x^2+x-2-3x=0$ 에서 $x^2-2x-2=0$
따라서 $a=1, b=-2, c=-2$ 이므로
 $a+b+c=1+(-2)+(-2)=-3$

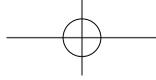
19 **답** 5
 $6x^2+x-2-1+x=0$ 에서 $6x^2+2x-3=0$
따라서 $a=6, b=2, c=-3$ 이므로
 $a+b+c=6+2+(-3)=5$

20 **답** ○
주어진 이차방정식에 $x=-1$ 을 대입하면
 $(-1)^2=1$
따라서 $x=-1$ 은 해이다.

21 **답** ○
주어진 이차방정식에 $x=3$ 을 대입하면
 $3^2-6 \times 3+9=0$
따라서 $x=3$ 은 해이다.

22 **답** ×
주어진 이차방정식에 $x=-2$ 를 대입하면
 $(-2-2)(-2+3)=-4 \neq 0$
따라서 $x=-2$ 는 해가 아니다.

III



23 **답** ×

주어진 이차방정식에 $x=2$ 를 대입하면
 $(2+4)(2 \times 2 - 1) = 18 \neq 0$
따라서 $x=2$ 는 해가 아니다.

24 **답** ×

주어진 이차방정식에 $x=-1$ 을 대입하면
(좌변) $= 2 \times (-1)^2 = 2$,
(우변) $= 5 \times (-1) - 2 = -7$
에서 (좌변) \neq (우변)
따라서 $x=-1$ 은 해가 아니다.

25 **답** 3

주어진 이차방정식에 $x=1$ 을 대입하면
 $1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$

26 **답** -3

주어진 이차방정식에 $x=-3$ 을 대입하면
 $(-3)^2 + 4 \times (-3) - a = 0$
 $9 - 12 - a = 0$
 $\therefore a = -3$

27 **답** -8

주어진 이차방정식에 $x=-1$ 을 대입하면
 $a \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 5 = 0$
 $a + 3 + 5 = 0$
 $\therefore a = -8$

28 **답** $x=3$ 또는 $x=4$

$(x-3)(x-4) = 0$
 $x-3=0$ 또는 $x-4=0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=4$

29 **답** $x=-2$ 또는 $x=5$

$(x+2)(x-5) = 0$
 $x+2=0$ 또는 $x-5=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

30 **답** $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

$(2x-1)(3x+1) = 0$
 $2x-1=0$ 또는 $3x+1=0$
 $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$



개념 필수 유형 잡기

31 **답** ③

- ㉠ $x^2 - 3x$ 는 등식이 아니므로 방정식이 아니다.
- ㉡ $2x^2 - 3x - x^2 - x = 0$ 에서 $x^2 - 4x = 0$
즉, 이차방정식이다.
- ㉢ $3x^3 - 2x^2 - x^3 - 2x^3 - 2x^2 + 8 = 0$ 에서 $-4x^2 + 8 = 0$
즉, 이차방정식이다.
- ㉣ 분모에 x^2 이 있으므로 이차방정식이 아니다.
따라서 x 에 대한 이차방정식인 것은 ㉡, ㉢이다.

32 **답** ⑤

- ㉠ $\frac{x^2}{3} - 1 = 1$ 에서 $\frac{x^2}{3} - 2 = 0 \Rightarrow$ 이차방정식
- ㉡ $x^2 - 9 + 9 = 0$ 에서 $x^2 = 0 \Rightarrow$ 이차방정식
- ㉢ $x^2 - 5x + 3 = x^2 - 6x + 8$ 에서 $x - 5 = 0 \Rightarrow$ 일차방정식
따라서 이차방정식이 아닌 것은 ㉢이다.

33 **답** ⑤

$ax^2 + 1 = 3(x^2 + x - 2)$
 $ax^2 + 1 = 3x^2 + 3x - 6$
 $ax^2 - 3x^2 - 3x + 1 + 6 = 0$
 $\therefore (a-3)x^2 - 3x + 7 = 0$
이것이 x 에 대한 이차방정식이 되려면 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a-3 \neq 0 \quad \therefore a \neq 3$
따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

34 **답** ②, ③

$x=1$ 일 때, $1^2 - 5 \times 1 + 6 = 1 - 5 + 6 = 2 \neq 0$
 $x=2$ 일 때, $2^2 - 5 \times 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$
 $x=3$ 일 때, $3^2 - 5 \times 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$
 $x=4$ 일 때, $4^2 - 5 \times 4 + 6 = 16 - 20 + 6 = 2 \neq 0$
 $x=5$ 일 때, $5^2 - 5 \times 5 + 6 = 25 - 25 + 6 = 6 \neq 0$
따라서 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는
 $x=2$ 또는 $x=3$

35 **답** ⑤

- ㉠ $x=-3$ 일 때, $(-3-3) \times (-3+1) = 12 \neq 0$
- ㉡ $x=2$ 일 때, (좌변) $= (2-2)(2+2) = 0$
(우변) $= 2 \times 2 = 4$
 \therefore (좌변) \neq (우변)
- ㉢ $x=1$ 일 때, (좌변) $= 1^2 + 7 \times 1 = 1 + 7 = 8$
(우변) $= -2 \times 1 + 6 = 4$
 \therefore (좌변) \neq (우변)



④ $x = -2$ 일 때,
 $2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 8 + 10 + 2 = 20 \neq 0$

⑤ $x = 1$ 일 때,
 (좌변) $= 1^2 - 5 \times 1 + 2 = 1 - 5 + 2 = -2$
 (우변) $= 3 \times (1 - 2) + 1^2 = -3 + 1 = -2$
 \therefore (좌변) = (우변)

따라서 주어진 수가 이차방정식의 해인 것은 ⑤이다.

36 [답] ③

- ㉠ $(-3)^2 = 9 \neq 3$
- ㉡ $(-3+3)^2 = 0$
- ㉢ $(-3)^2 - (-3) - 12 = 9 + 3 - 12 = 0$
- ㉣ (좌변) $= (-3)^2 + 2 \times (-3) = 9 - 6 = 3$
 (우변) $= -(-3) = 3$
 \therefore (좌변) = (우변)
- ㉤ $(-3-1) \times (-3-3) = 24 \neq 0$

따라서 $x = -3$ 을 해로 가지는 것은 ㉡, ㉢, ㉣의 3개이다.

Tip

<보기>의 이차방정식 중에서 $x = -3$ 을 해로 갖는 것을 찾을 때, 각각의 방정식에 대입해보면 되지만, (이차식)=0의 꼴로 정리하고 이차식을 인수분해하여 x 에 -3 을 대입했을 때 0이 되는 인수를 갖고 있는지 확인하는 방법도 있다. 즉, 주어진 식을 (이차식)=0의 꼴로 정리하여 좌변을 인수분해했을 때, $x+3$ 을 인수로 갖고 있는지 확인하면 된다.

37 [답] ④

이차방정식 $x^2 - 3x + 4a = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 이므로 $x = 2$ 를 이차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$2^2 - 3 \times 2 + 4a = 0, 4 - 6 + 4a = 0$

$4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$

38 [답] ②

이차방정식 $3x^2 - (a-2)x - 5a - 11 = 0$ 의 한 근이 $x = 4$ 이므로 $x = 4$ 를 이차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$3 \times 4^2 - 4(a-2) - 5a - 11 = 0$

$48 - 4a + 8 - 5a - 11 = 0$

$-9a + 45 = 0 \quad \therefore a = 5$

39 [답] ②

이차방정식 $2x^2 - 6x - a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 이므로 $x = -1$ 을 이차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$2 \times (-1)^2 - 6 \times (-1) - a = 0$

$2 + 6 - a = 0 \quad \therefore a = 8$

또, 이차방정식 $x^2 - 7x = b$ 의 한 근이 $x = 5$ 이므로 $x = 5$ 를 이차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$5^2 - 7 \times 5 = b \quad \therefore b = -10$

$\therefore a + b = 8 + (-10) = -2$

40 [답] ②

$(x+1)(x-4) = 0$

$x+1=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 4$

41 [답] ④

① $(x-2)(x+3) = 0$

$x-2=0$ 또는 $x+3=0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x+2)(x-3) = 0$

$x+2=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $(2x-1)(x-3) = 0$

$2x-1=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$

④ $(2x-1)(x+3) = 0$

$2x-1=0$ 또는 $x+3=0$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

⑤ $(2x+1)(x-3) = 0$

$2x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$

따라서 해가 $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$ 인 것은 ④이다.

42 [답] ④

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이므로

$a = 0$ 그리고 $b = 0$

$a \neq 0$ 그리고 $b = 0$

$a = 0$ 그리고 $b \neq 0$

따라서 $ab = 0$ 인 경우는 ㉠, ㉡, ㉢이다.





24 [답] $x = -3 \pm \sqrt{5}$

$$(x+3)^2=5, x+3=\pm\sqrt{5}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{5}$$

25 [답] $x = 1 \pm \sqrt{6}$

$$2(x-1)^2=12, (x-1)^2=6$$

$$x-1=\pm\sqrt{6} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{6}$$

26 [답] $(x+3)^2=13$

$$x^2+6x-4=0, x^2+6x+9=4+9$$

$$\therefore (x+3)^2=13$$

27 [답] $(x-5)^2=18$

$$x^2-10x+7=0, x^2-10x+25=-7+25$$

$$\therefore (x-5)^2=18$$

28 [답] $(x+4)^2=19$

$$x^2+8x-3=0, x^2+8x+16=3+16$$

$$\therefore (x+4)^2=19$$

29 [답] $(x-2)^2=7$

$3x^2-12x-9=0$ 의 양변을 3으로 나누면

$$x^2-4x-3=0, x^2-4x+4=3+4$$

$$\therefore (x-2)^2=7$$

30 [답] $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

$2x^2-6x+4=0$ 의 양변을 2로 나누면

$$x^2-3x+2=0, x^2-3x+\frac{9}{4}=-2+\frac{9}{4}$$

$$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

 개념 필수 유형 잡기

31 [답] ④

$$2(x+1)(x-1)=5x+1, 2(x^2-1)=5x+1$$

$$2x^2-2-5x-1=0, 2x^2-5x-3=0$$

$$(2x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=3$$

32 [답] ③

$$3x^2-15x+12=0, x^2-5x+4=0$$

$$(x-1)(x-4)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 $a > b$ 에서 $a=4, b=1$ 이므로

$$a-b=4-1=3$$

33 [답] ⑤

$$4x^2-25x+6=0, (4x-1)(x-6)=0$$

$$\therefore x = \frac{1}{4} \text{ 또는 } x=6$$

따라서 두 근 $\frac{1}{4}$ 과 6 사이의 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이므로

구하는 합은 $1+2+3+4+5=15$

34 [답] ④

이차방정식 $x^2-3x+a=0$ 의 한 근이 $x=1$ 이므로 $x=1$ 을 방정식에 대입하면

$$1-3+a=0 \quad \therefore a=2$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$x^2-3x+2=0, (x-1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 주어진 이차방정식의 다른 한 근은 $x=2$ 이다.

35 [답] ⑤

이차방정식 $ax^2-7x+6=0$ 의 한 근이 $x=2$ 이므로 $x=2$ 를 방정식에 대입하면

$$4a-14+6=0$$

$$4a=8 \quad \therefore a=2$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$2x^2-7x+6=0$$

$$(2x-3)(x-2)=0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x=2$$

따라서 주어진 이차방정식의 다른 한 근은 $x=\frac{3}{2}$ 이므로

$$b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 3a-2b=3 \times 2 - 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

36 [답] ⑤

이차방정식 $x^2+ax+a-1=0$ 의 한 근이 $x=-5$ 이므로

$x=-5$ 를 방정식에 대입하면

$$25-5a+a-1=0$$

$$-4a+24=0 \quad \therefore a=6$$

이차방정식 $ax^2+x-1=0$ 에 $a=6$ 을 대입하면

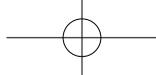
$$6x^2+x-1=0$$

$$(2x+1)(3x-1)=0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

따라서 이차방정식 $6x^2+x-1=0$ 의 두 근의 차는

$$\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}$$

**37** [답] ②

$$x^2+2x-15=0, (x+5)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 또는 } x=3$$

이때, 양수인 근 $x=3$ 이 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 의 근이므로

로 $x=3$ 을 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 에 대입하면

$$9+3+a=0 \quad \therefore a=-12$$

38 [답] ⑤

$$x^2-14x+40=0, (x-4)(x-10)=0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=10$$

이때, 작은 근 $x=4$ 가 이차방정식 $2x^2-ax+8=0$ 의 근이므로

로 $x=4$ 를 이차방정식 $2x^2-ax+8=0$ 에 대입하면

$$2 \times 4^2 - 4a + 8 = 0, 32 - 4a + 8 = 0$$

$$4a = 40 \quad \therefore a = 10$$

39 [답] ⑤

$$3x^2-10x=-3, 3x^2-10x+3=0$$

$$(3x-1)(x-3)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=3$$

이때, $m < n$ 이므로 $m = \frac{1}{3}, n = 3$

한편, $x = n$, 즉 $x = 3$ 이 이차방정식 $x^2 - (a-2)x + 3 = 0$ 의 근이므로 $x = 3$ 을 이차방정식 $x^2 - (a-2)x + 3 = 0$ 에 대입하면

$$9 - 3(a-2) + 3 = 0, 9 - 3a + 6 + 3 = 0$$

$$3a = 18 \quad \therefore a = 6$$

$$\therefore am = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

40 [답] ⑤

$$x^2-9x+14=0, (x-2)(x-7)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=7$$

$$2x^2-13x-7=0, (2x+1)(x-7)=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=7$$

따라서 공통인 근은 $x=7$ 이다.

41 [답] $\frac{1}{6}$

$$6x^2-x-2=0, (2x+1)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

$$8x^2+2x-1=0, (2x+1)(4x-1)=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{4}$$

따라서 공통이 아닌 두 근의 곱은 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

42 [답] ③

이차방정식 $x^2-3x+a=0$ 을 만족시키는 x 의 값이 2이므로

이차방정식 $x^2-3x+a=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$4-6+a=0 \quad \therefore a=2$$

또, 이차방정식 $x^2+bx-2=0$ 을 만족시키는 x 의 값이 2이므로

이차방정식 $x^2+bx-2=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$4+2b-2=0, 2b=-2 \quad \therefore b=-1$$

$$\therefore a+b=2+(-1)=1$$

43 [답] ④

$$x^2+3x-18=0, (x+6)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-6 \text{ 또는 } x=3$$

$$x^2-x-6=0, (x+2)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

주어진 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$ 이고, $x=3$ 이 이차

방정식 $4x^2-3ax+9=0$ 의 한 근이므로 $x=3$ 을 이차방정식

$4x^2-3ax+9=0$ 에 대입하면

$$4 \times 3^2 - 9a + 9 = 0$$

$$9a = 45 \quad \therefore a = 5$$

44 [답] $x=8$ (중근)

$$x^2-16x+64=0, (x-8)^2=0$$

$$\therefore x=8 \text{ (중근)}$$

45 [답] ①, ③

이차방정식이 중근을 가지려면 (완전제곱식)=0 풀어야 한다.

$$\textcircled{1} x^2-5=0 \quad \therefore x^2=5$$

$$\textcircled{2} x(x-2)=-1, x^2-2x+1=0$$

$$\therefore (x-1)^2=0$$

$$\textcircled{3} (x+4)^2=4$$

$$\textcircled{4} 2(x-3)^2=0 \quad \therefore (x-3)^2=0$$

$$\textcircled{5} (x-2)(x+2)=4x-8$$

$$x^2-4-4x+8=0, x^2-4x+4=0$$

$$\therefore (x-2)^2=0$$

따라서 중근을 갖지 않는 것은 ①, ③이다.

46 [답] ⑤

이차방정식이 중근을 가지려면 (완전제곱식)=0 풀어야 한다.

$$\textcircled{㉠} x^2-3x=\frac{9}{4}, x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{9}{4}+\frac{9}{4}$$

$$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$$

$$\textcircled{㉡} x^2=10x-25, x^2-10x+25=0$$

$$\therefore (x-5)^2=0$$



L 이차방정식의 풀이 (2)

01 **답** $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

02 **답** $\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$

03 **답** 최소공배수

04 **답** 거듭제곱

05 **답** ×

이차방정식 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 에서 $a=1, b'=-3, c=2$
이므로 $x = -(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 1 \times 2} = 3 \pm \sqrt{7}$

06 **답** ×

분모 6과 3의 최소공배수인 6을 양변에 곱하여 풀면 편리하다.

07 **답** ○

08 **답** ○



개념 연산 훈련

09 **답** $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

10 **답** $x = -2 \pm \sqrt{7}$

이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 은 일차항의 계수가 짝수이므로 $x^2 + 2 \times 2x - 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-3)}}{1} = -2 \pm \sqrt{7}$$

11 **답** $x = \frac{7 \pm \sqrt{65}}{8}$

이차방정식 $4x^2 - 7x - 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4} = \frac{7 \pm \sqrt{65}}{8}$$

12 **답** $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

13 **답** $x = \frac{5 \pm \sqrt{85}}{6}$

이차방정식 $3x^2 - 9x - 15 = -4x - 10$, 즉

$3x^2 - 5x - 5 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{85}}{6}$$

14 **답** $x = \frac{-5 \pm 3\sqrt{2}}{2}$

이차방정식 $5x^2 + 20x + 10 = x^2 + 3$, 즉

$4x^2 + 20x + 7 = 0$ 은 일차항의 계수가 짝수이므로

$4x^2 + 2 \times 10x + 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 7}}{4} = \frac{-10 \pm \sqrt{72}}{4}$$

$$= \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{4} = \frac{-5 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

15 **답** $x = -3$ 또는 $x = 6$

$x(x-3) = 18$ 에서

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x+3)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 6$$

16 **답** $x = 2$ 또는 $x = 5$

$x(x-4) = 3x - 10$ 에서

$$x^2 - 4x - 3x + 10 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

17 **답** $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$

$2x(x-2) - (x-1) = -1$ 에서

$$2x^2 - 4x - x + 1 + 1 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(2x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

18 **답** $x = -1$ 또는 $x = -\frac{1}{5}$

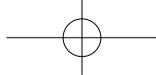
$\frac{5}{6}x^2 + x + \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱

하면

$$5x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$(x+1)(5x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{5}$$



19 **답** $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{5}{2}$

$\frac{2}{5}x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{1}{2} = 0$ 의 양변에 분모의 최소공배수 10을

곱하면

$$4x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$(2x-1)(2x-5) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{5}{2}$$

20 **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{4}$

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{x}{6} - \frac{1}{4} = 0$ 의 양변에 분모의 최소공배수 12를

곱하면

$$4x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times (-3)}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{4}$$

21 **답** $x = 3$ 또는 $x = 4$

$0.1x^2 - 0.7x + 1.2 = 0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$x^2 - 7x + 12 = 0, (x-3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 4$$

22 **답** $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

$0.06x^2 - 0.05x - 0.06 = 0$ 의 양변에 100을 곱하면

$$6x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(3x+2)(2x-3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

23 **답** $x = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{8}$

$0.4x^2 + 0.9x = -0.3$ 의 양변에 10을 곱하면

$$4x^2 + 9x = -3$$

$$4x^2 + 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 4 \times 3}}{8} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{8}$$

24 **답** (1) $A^2 - 2A - 8 = 0$

(2) $A = -2$ 또는 $A = 4$

(3) $x = -1$ 또는 $x = 5$

(1) $x-1=A$ 로 놓으면 주어진 이차방정식은

$$A^2 - 2A - 8 = 0$$

(2) $(A+2)(A-4) = 0$

$$\therefore A = -2 \text{ 또는 } A = 4$$

(3) $x-1 = -2$ 에서 $x = -1$

$$x-1 = 4 \text{에서 } x = 5$$

25 **답** $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -1$

$2(x+2)^2 - 3(x+2) + 1 = 0$ 에서 $x+2=A$ 로 놓으면

$$2A^2 - 3A + 1 = 0$$

$$(2A-1)(A-1) = 0$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} \text{ 또는 } A = 1$$

따라서 $A = x+2$ 이므로

$$x+2 = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x+2 = 1$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$



개념 필수 유형 잡기

26 **답** ②

이차방정식 $5x^2 + 3x - 1 = 0$ 에서 $a=5, b=3, c=-1$ 이므로

근의 공식에 의해

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5}$$

$$\therefore (가) + (나) + (다) = 5 + 3 + (-1) = 7$$

27 **답** ③

이차방정식 $2x^2 + 9x + 5 = 0$ 에서 근의 공식에 의해

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 2 \times 5}}{2 \times 2} = \frac{-9 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $A = -9, B = 41$ 이므로

$$A+B = (-9) + 41 = 32$$

28 **답** ④

이차방정식 $x^2 - 8x - 5 = 0$ 은 일차항의 계수가 짝수이므로

$x^2 + 2 \times (-4)x - 5 = 0$ 에서 근의 공식에 의해

$$x = -(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times (-5)} = 4 \pm \sqrt{21}$$

따라서 $4 = \sqrt{16} < \sqrt{21}$ 이므로

주어진 이차방정식의 음수인 해는 $x = 4 - \sqrt{21}$ 이다.

29 **답** ⑤

이차방정식 $x^2 - 5x + m = 0$ 에서 근의 공식에 의해

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times m}}{2 \times 1}$$

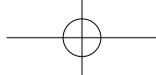
$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4m}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

따라서 $25 - 4m = 13$ 이므로

$$-4m = -12 \quad \therefore m = 3$$





40 [답] ②

이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x = \frac{1}{4}$ 의 양변에 분모의 최소공배수

4를 곱하면

$$2x^2 - 10x = 1, 2x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 2 \times (-1)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{27}}{2} \\ &= \frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{m}}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore m = 3$$

41 [답] ①

이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{5} = \frac{3}{5}x$ 의 양변에 분모의 최소공배수 10을

곱하면

$$5x^2 - 8 = 6x, 5x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$(5x+4)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -\frac{4}{5} \text{ 또는 } x = 2$$

이 이차방정식의 해가 $x = \alpha$ 또는 $x = \beta$ 이고,

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{4}{5}, \beta = 2$$

$$\therefore \frac{2\beta}{\alpha} = 2 \times 2 \div \left(-\frac{4}{5}\right) = 4 \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -5$$

42 [답] ④

이차방정식 $\frac{2x^2+4x}{3} = -x-1$ 의 양변에 3을 곱하면

$$2x^2+4x = -3x-3, 2x^2+7x+3=0$$

$$(x+3)(2x+1) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 $(-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$

43 [답] ⑤

이차방정식 $\frac{x^2+x}{3} - \frac{x^2-x}{2} = -1$ 의 양변에 분모의 최소공배수

6을 곱하면

$$2(x^2+x) - 3(x^2-x) = -6$$

$$2x^2+2x-3x^2+3x+6=0$$

$$x^2-5x-6=0$$

$$(x+1)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4, 5이므로 구하는 합은 $0+1+2+3+4+5=15$

44 [답] ②

이차방정식 $0.5x^2 - 0.2x = 0.3$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x^2 - 2x = 3, 5x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(5x+3)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{3}{5} \text{ 또는 } x = 1$$

45 [답] ④

이차방정식 $0.3x^2 + 0.3 = x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$3x^2 + 3 = 10x$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0, (3x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

또, 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 분모의 최소공배수

6을 곱하면

$$3x^2 + 2x - 1 = 0, (x+1)(3x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

따라서 공통인 근은 $x = \frac{1}{3}$ 이다.

46 [답] 21

이차방정식 $0.1x^2 + 0.6x - 1.2 = 0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= -3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 1 \times (-12)} \\ &= -3 \pm \sqrt{21} = -3 \pm \sqrt{k} \end{aligned}$$

$$\therefore k = 21$$

47 [답] ③

이차방정식 $\frac{1}{5}x^2 + 0.3x + 0.1 = 0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2 + 3x + 1 = 0, (x+1)(2x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

따라서 두 근의 합은 $(-1) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$

48 [답] ③

이차방정식 $(x+1)^2 - 2(x+1) = 3$ 에서 $x+1 = A$ 로 놓으면

$$A^2 - 2A = 3$$

$$A^2 - 2A - 3 = 0, (A+1)(A-3) = 0$$

$$\therefore A = -1 \text{ 또는 } A = 3$$

여기서 $A = x+1$ 이므로

$$x+1 = -1 \text{ 또는 } x+1 = 3$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 합은 $2 + (-2) = 0$

[다른 풀이]

$(x+1)^2 - 2(x+1) = 3$ 의 괄호를 풀어 정리하면

$$x^2 + 2x + 1 - 2x - 2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0, (x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

(이하 동일)





49 [답] ①

이차방정식 $2(x+2)^2 - 3(x+2) - 5 = 0$ 에서 $x+2=A$ 로 놓으면

$$2A^2 - 3A - 5 = 0$$

$$(A+1)(2A-5) = 0$$

$$\therefore A = -1 \text{ 또는 } A = \frac{5}{2}$$

여기서 $A = x+2$ 이므로

$$x+2 = -1 \text{ 또는 } x+2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

따라서 정수인 해는 $x = -3$ 이다.

50 [답] ⑤

이차방정식 $8\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 8\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$ 에서

$x - \frac{1}{2} = A$ 로 놓으면

$$8A^2 + 1 = 8A - 1$$

$$8A^2 - 8A + 2 = 0$$

$$4A^2 - 4A + 1 = 0$$

$$(2A-1)^2 = 0$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} \text{ (중근)}$$

여기서 $A = x - \frac{1}{2}$ 이므로

$$x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore x = 1 \text{ (중근)}$$

51 [답] ②

이차방정식 $(2x+1)^2 - 4(2x+1) = 5$ 에서 $2x+1=A$ 로 놓으면

$$A^2 - 4A = 5$$

$$A^2 - 4A - 5 = 0$$

$$(A+1)(A-5) = 0$$

$$\therefore A = -1 \text{ 또는 } A = 5$$

여기서 $A = 2x+1$ 이므로

$$2x+1 = -1 \text{ 또는 } 2x+1 = 5$$

$$2x = -2 \text{ 또는 } 2x = 4$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

이때, 두 근의 합 $a = (-1) + 2 = 1$,

두 근의 곱 $b = (-1) \times 2 = -2$ 이므로

이차방정식 $x^2 + 2ax + 4b = 0$, 즉 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 을 풀면

$$(x+4)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 양수인 근은 $x = 2$ 이다.

52 [답] ④

$(x-y)(x-y+2) - 15 = 0$ 에서 $x-y=A$ 로 놓자.

$$A(A+2) - 15 = 0$$

$$A^2 + 2A - 15 = 0$$

$$(A+5)(A-3) = 0$$

$$\therefore A = -5 \text{ 또는 } A = 3$$

여기서 $A = x-y$ 이므로

$$x-y = -5 \text{ 또는 } x-y = 3$$

따라서 $x > y$ 에서 $x-y > 0$ 이므로 $x-y = 3$

Tip

방정식의 해를 구하는 과정에서 공통부분을 다른 문자로 치환할 때에는 주어진 조건을 잘 살펴보아야 한다.

특히, $x > y$ 와 같이 대소 관계가 주어진 경우 치환한 문자의 값의 범위가 정해지므로 방정식의 해를 구할 때 이 범위를 반드시 확인해야 오답을 피할 수 있다.

53 [답] ③, ⑤

$(x-y)(x-y-1) = 3(x-y)$ 에서 $x-y=A$ 로 놓자.

$$A(A-1) = 3A$$

$$A^2 - A - 3A = 0$$

$$A^2 - 4A = 0$$

$$A(A-4) = 0$$

$$\therefore A = 0 \text{ 또는 } A = 4$$

따라서 $A = x-y$ 이므로

$$x-y = 0 \text{ 또는 } x-y = 4$$

54 [답] ②

$(2x-y+1)(2x-y-1) = 3$ 에서 $2x-y=A$ 로 놓자.

$$(A+1)(A-1) = 3$$

$$A^2 - 1 = 3$$

$$A^2 - 4 = 0$$

$$(A+2)(A-2) = 0$$

$$\therefore A = -2 \text{ 또는 } A = 2$$

여기서 $A = 2x-y$ 이므로

$$2x-y = -2 \text{ 또는 } 2x-y = 2$$

따라서 $2x > y$ 에서 $2x-y > 0$ 이므로 $2x-y = 2$

$$\therefore 4x - 2y = 2(2x-y) = 2 \times 2 = 4$$



내신 대비 연습 문제 J~L

01 답 ④

- ① $x-7=0$ 은 일차방정식이다.
 ② $\frac{1}{x^2}=2$ 는 분모에 x^2 이 있으므로 이차방정식이 아니다.
 ③ $2x^3-5x^2=-3$, 즉 $2x^3-5x^2+3=0$ 은 x^3 이 있으므로 이차방정식이 아니다.
 ④ $2(x+1)(x-1)=x^2$ 에서
 $2(x^2-1)=x^2$, $2x^2-2-x^2=0$
 $\therefore x^2-2=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ⑤ $x^2-4x+3=(x+1)(x-3)$ 에서
 $x^2-4x+3=x^2-2x-3$
 $x^2-4x+3-x^2+2x+3=0$
 $\therefore -2x+6=0 \Rightarrow$ 일차방정식

따라서 x 에 대한 이차방정식인 것은 ④이다.

02 답 ④

- ① $(x-2)(x-3)=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $(2-2)(2-3)=0$
 ② $(x-1)(x+1)=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $(-1-1)(-1+1)=0$
 ③ $x^2-4x+4=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $2^2-4 \times 2+4=0$
 ④ $3x^2-7x+2=10-8x$ 에 $x=-2$ 를 대입하면
 (좌변) $=3 \times (-2)^2-7 \times (-2)+2=12+14+2=28$
 (우변) $=10-8 \times (-2)=10+16=26$
 \therefore (좌변) \neq (우변)
 ⑤ $x^2-x+2=2(x+3)$ 에 $x=4$ 를 대입하면
 (좌변) $=4^2-4+2=16-4+2=14$
 (우변) $=2 \times (4+3)=14$
 \therefore (좌변) $=$ (우변)

따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은 ④이다.

03 답 -1

이차방정식 $-x^2+4x-a=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $-(-1)^2+4 \times (-1)-a=0$
 $-1-4-a=0 \quad \therefore a=-5$
 또, 이차방정식 $2x^2-5x=5b$ 에 $x=5$ 를 대입하면
 $2 \times 5^2-5 \times 5=5b$, $50-25=5b$
 $5b=25 \quad \therefore b=5$
 $\therefore \frac{a}{b}=\frac{-5}{5}=-1$

04 답 27

$x=a$ 가 이차방정식 $x^2+5x-1=0$ 의 한 근이므로
 $a^2+5a-1=0$
 이때, $a \neq 0$ 이므로 위 식의 양변을 a 로 나누면
 $a+5-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=-5$
 $\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=(-5)^2+2=27$

05 답 ③

$x^2+6=7x$ 에서
 $x^2-7x+6=0$, $(x-1)(x-6)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=6$
 따라서 두 근 1, 6 사이에 있는 자연수는 2, 3, 4, 5이므로
 구하는 곱은 $2 \times 3 \times 4 \times 5=120$

06 답 ②

$3(x-1)^2=a$ 에서
 $(x-1)^2=\frac{a}{3}$, $x-1=\pm\sqrt{\frac{a}{3}}$
 $\therefore x=1\pm\sqrt{\frac{a}{3}}$
 두 근의 차가 4이므로
 $\left(1+\sqrt{\frac{a}{3}}\right)-\left(1-\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=4$
 $2\sqrt{\frac{a}{3}}=4$, $\sqrt{\frac{a}{3}}=2=\sqrt{4}$
 $\frac{a}{3}=4 \quad \therefore a=12$

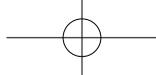
07 답 ④

$2(x^2+1)=5x$ 에서
 $2x^2-5x+2=0$, $(2x-1)(x-2)=0$
 $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
 즉, 두 근 중 자연수인 근은 $x=2$ 이고, $x=2$ 가 이차방정식
 $x^2-ax+8=0$ 의 근이므로
 $4-2a+8=0$
 $2a=12 \quad \therefore a=6$

08 답 ⑤

$x=4$ 가 이차방정식 $x^2+ax-4=0$ 의 근이므로
 $4^2+4a-4=0$
 $4a=-12 \quad \therefore a=-3$
 또, $x=4$ 가 이차방정식 $x^2-x+b=0$ 의 근이므로
 $4^2-4+b=0 \quad \therefore b=-12$
 $\therefore a-b=-3-(-12)=9$





20 [답] $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $(x-2)(x-5) = 0 \quad \therefore x^2 - 7x + 10 = 0$

21 [답] $2x^2 + 2x = 0$
 $2x(x+1) = 0 \quad \therefore 2x^2 + 2x = 0$

22 [답] $6x^2 - x - 1 = 0$
 $6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0, 6\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}\right) = 0$
 $6x^2 - 3x + 2x - 1 = 0 \quad \therefore 6x^2 - x - 1 = 0$

23 [답] $-5x^2 + 30x - 45 = 0$
 $-5(x-3)^2 = 0, -5(x^2 - 6x + 9) = 0$
 $\therefore -5x^2 + 30x - 45 = 0$

24 [답] $2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0$
 $2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0, 2\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) = 0$
 $\therefore 2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0$

25 [답] $3 - \sqrt{5}$

26 [답] $-1 + \sqrt{2}$

27 [답] $4 + 2\sqrt{3}$

28 [답] $-2\sqrt{5} + 6$

 개념 필수 유형 잡기

29 [답] ③
 이차방정식 $x^2 + x + 5 = 0$ 에서
 $1^2 - 4 \times 1 \times 5 = -19 < 0$
 따라서 근이 없으므로 $a = 0$
 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 에서
 $2^2 - 2 \times (-1) = 6 > 0$
 따라서 근이 2개이므로 $b = 2$
 $\therefore a + b = 0 + 2 = 2$

30 [답] 2개
 $(x+2)^2 = 20$ 에서
 $x^2 + 4x + 4 = 20, x^2 + 4x - 16 = 0$
 $2^2 - 1 \times (-16) = 20 > 0$
 따라서 근은 2개이다.

[다른 풀이]

이차방정식 $(x+2)^2 = 20$ 을 풀면
 $x+2 = \pm\sqrt{20}$
 $\therefore x = -2 \pm \sqrt{20} = -2 \pm 2\sqrt{5}$
 따라서 근은 2개이다.

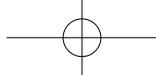
31 [답] 0개
 $2x-6 = (x-1)(x+1)$ 에서
 $2x-6 = x^2-1, x^2-2x+5=0$
 $(-1)^2 - 1 \times 5 = -4 < 0$
 따라서 근은 0개이다.

32 [답] ②, ④

- ① 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 에서
 $(-1)^2 - 1 \times (-15) = 16 > 0$
 즉, 근은 2개이다.
 - ② 이차방정식 $x^2 + 7x + 14 = 0$ 에서
 $7^2 - 4 \times 1 \times 14 = -7 < 0$
 즉, 근은 0개이다.
 - ③ 이차방정식 $x^2 - 16x + 64 = 0$ 에서
 $(-8)^2 - 1 \times 64 = 0$
 즉, 근은 1개이다.
 - ④ 이차방정식 $2x^2 - x + 4 = 0$ 에서
 $(-1)^2 - 4 \times 2 \times 4 = -31 < 0$
 즉, 근은 0개이다.
 - ⑤ 이차방정식 $3x^2 + 4x - 1 = 0$ 에서
 $2^2 - 3 \times (-1) = 7 > 0$
 즉, 근은 2개이다.
- 따라서 근이 없는 것은 ②, ④이다.

33 [답] ⑤

- ㉠ $x^2 - 3x = 9$ 에서 $x^2 - 3x - 9 = 0$
 $(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 45 > 0$
 즉, 서로 다른 두 근을 갖는다.
 - ㉡ $x^2 = 14x - 49$ 에서 $x^2 - 14x + 49 = 0$
 $(-7)^2 - 1 \times 49 = 0$
 즉, 중근을 갖는다.
 - ㉢ $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 에서
 $(-2)^2 - 2 \times (-1) = 6 > 0$
 즉, 서로 다른 두 근을 갖는다.
 - ㉣ $-3 + x - x^2 = 5(x-1)$ 에서 $x^2 + 4x - 2 = 0$
 $2^2 - 1 \times (-2) = 6 > 0$
 즉, 서로 다른 두 근을 갖는다.
- 따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.



34 [답] ③

① $x^2-3x+4=0$ 에서

$$(-3)^2-4 \times 1 \times 4 = -7 < 0$$

즉, 근은 0개이다.

② $x^2-5x+7=0$ 에서

$$(-5)^2-4 \times 1 \times 7 = -3 < 0$$

즉, 근은 0개이다.

③ $3x^2-5x-3=0$ 에서

$$(-5)^2-4 \times 3 \times (-3) = 61 > 0$$

즉, 근은 2개이다.

④ $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x=-1$ 의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$$3x^2-4x=-6 \text{에서 } 3x^2-4x+6=0$$

$$(-2)^2-3 \times 6 = -14 < 0$$

즉, 근은 0개이다.

⑤ $0.2x^2-0.3x+0.4=0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2-3x+4=0$$

$$(-3)^2-4 \times 2 \times 4 = -23 < 0$$

즉, 근은 0개이다.

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

35 [답] ②

이차방정식 $x^2+Ax+B=0$ 에서 A^2-4B 의 부호에 따라 근의 개수가 정해진다.

㉠ $B < 0$ 이면 $A^2-4B > 0$

즉, 항상 서로 다른 두 근을 갖는다. (참)

㉡ $A < 0$ 일 때, A^2-4B 의 부호는 알 수 없으므로 근의 개수도 판별할 수 없다. (거짓)

㉢ $B > \frac{A^2}{4}$ 이면 $4B > A^2$ 에서 $A^2-4B < 0$

즉, 근은 0개이다. (거짓)

㉣ $A=3, B=2$ 이면

$$A^2-4B=3^2-4 \times 2=1 > 0$$

즉, 근은 2개이다. (거짓)

㉤ $A=1, B=\frac{1}{4}$ 이면

$$A^2-4B=1^2-4 \times \frac{1}{4}=0$$

즉, 중근을 갖는다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉤이다.

36 [답] ③

이차방정식 $x^2-4x-p=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$(-2)^2-(-p) > 0, 4+p > 0$$

$$\therefore p > -4$$

37 [답] ②

이차방정식 $x^2+5x+m=0$ 의 해가 없으므로

$$5^2-4m < 0, -4m < -25 \quad \therefore m > \frac{25}{4}$$

따라서 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m 의 값은 7이다.

38 [답] ①

이차방정식 $2x^2+3x=p$, 즉 $2x^2+3x-p=0$ 의 해가 1개이므로

$$3^2-4 \times 2 \times (-p) = 0, 9+8p=0 \quad \therefore p = -\frac{9}{8}$$

39 [답] $m < 5$

이차방정식 $x^2-8x+3m+1=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$(-4)^2-(3m+1) > 0, 15-3m > 0$$

$$-3m > -15 \quad \therefore m < 5$$

40 [답] ⑤

이차방정식 $x^2+2(k-1)x+k^2=0$ 의 해가 없으므로

$$(k-1)^2-k^2 < 0, k^2-2k+1-k^2 < 0$$

$$-2k+1 < 0, -2k < -1 \quad \therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 k 의 값이 될 수 있는 것은 ⑤이다.

41 [답] ③

이차방정식 $2x^2-6x+(k-3)=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$(-3)^2-2(k-3) > 0, 9-2k+6 > 0$$

$$-2k > -15 \quad \therefore k < \frac{15}{2}$$

따라서 자연수 k 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이다.

42 [답] ①

이차방정식 $3x^2+4x+(k+1)=0$ 이 근을 가지므로

$$2^2-3(k+1) \geq 0, 4-3k-3 \geq 0$$

$$-3k+1 \geq 0, -3k \geq -1 \quad \therefore k \leq \frac{1}{3}$$

43 [답] ②

이차방정식 $(k-3)x^2+2x+3=0$ 의 해가 2개이므로

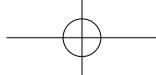
$$1-3(k-3) > 0, 1-3k+9 > 0$$

$$-3k > -10 \quad \therefore k < \frac{10}{3} \dots \textcircled{1}$$

①을 만족시키는 자연수 k 는 1, 2, 3인데 이 중 $k=3$ 이면 주어진 방정식이 이차방정식이 되지 않는다.

따라서 구하는 합은 $1+2=3$





Tip

$(k-3)x^2+2x+3=0$ 과 같이 x^2 의 계수가 미지수일 경우, k 의 값을 구하기 전에 먼저 이차방정식이 성립할 조건 $k-3 \neq 0$, 즉 $k \neq 3$ 을 적어 두어야 오답을 피할 수 있다.

44 [답] ④

이차방정식 $x^2-4x+k-1=0$ 이 중근을 가지므로 $(-2)^2-(k-1)=0 \quad \therefore k=5$

45 [답] ②

$x^2-3x=7(x-1)+k$ 에서 $x^2-3x=7x-7+k$
 $x^2-3x-7x+7-k=0, x^2-10x+7-k=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로 $(-5)^2-(7-k)=0, 25-7+k=0 \quad \therefore k=-18$

46 [답] -5

이차방정식 $(k+1)x^2+(k+1)x-1=0$ 이 중근을 가지므로 $(k+1)^2+4(k+1)=0$
 $k^2+2k+1+4k+4=0, k^2+6k+5=0$
 $(k+5)(k+1)=0 \quad \therefore k=-5$ 또는 $k=-1$
그런데 $k=-1$ 이면 주어진 방정식이 이차방정식이 되지 않으므로 $k=-5$ 이다.

47 [답] ①, ③

이차방정식 $x^2-2mx+4m-3=0$ 이 중근을 가지므로 $(-m)^2-(4m-3)=0, m^2-4m+3=0$
 $(m-1)(m-3)=0 \quad \therefore m=1$ 또는 $m=3$

48 [답] ②

$x^2+2(m+1)x=5m-9$ 에서 $x^2+2(m+1)x-5m+9=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로 $(m+1)^2-(-5m+9)=0, m^2+2m+1+5m-9=0$
 $m^2+7m-8=0, (m+8)(m-1)=0$
 $\therefore m=-8$ 또는 $m=1$
따라서 구하는 합은 $-8+1=-7$

49 [답] ③

이차방정식 $4x^2-12x+k=0$ 이 중근을 가지므로 $(-6)^2-4k=0, 36-4k=0 \quad \therefore k=9$
 $k=9$ 를 주어진 방정식에 대입하면 $4x^2-12x+9=0, (2x-3)^2=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$ (중근)
따라서 $a=\frac{3}{2}$ 이므로 $ka=9 \times \frac{3}{2}=\frac{27}{2}$

50 [답] ①

이차방정식 $x^2-6x+3+k=0$ 이 중근을 가지므로 $(-3)^2-(3+k)=0, 9-3-k=0 \quad \therefore k=6$
 $k=6$ 을 $x^2+kx-16=0$ 에 대입하면 $x^2+6x-16=0, (x+8)(x-2)=0$
 $\therefore x=-8$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은 $-8+2=-6$

51 [답] ③

이차방정식 $x^2+ax+a=0$ 이 중근을 가지므로 $a^2-4a=0, a(a-4)=0$
 $\therefore a=0$ 또는 $a=4$
이때, $a \neq 0$ 이므로 $a=4$
또, 이차방정식 $bx^2-20x+25=0$ 이 중근을 가지므로 $(-10)^2-25b=0$
 $25b=100 \quad \therefore b=4$
 $\therefore a+b=4+4=8$

52 [답] $3x^2+30x+63=0$

두 근이 $-7, -3$ 이고, x^2 의 계수가 3인 이차방정식은 $3(x+7)(x+3)=0, 3(x^2+10x+21)=0$
 $\therefore 3x^2+30x+63=0$

53 [답] ②

두 근이 2, 5이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-2)(x-5)=0, x^2-7x+10=0$
따라서 $a=-7, b=10$ 이므로 $b-a=10-(-7)=17$

54 [답] ②

두 근이 $-2, 1$ 이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은 $3(x+2)(x-1)=0, 3(x^2+x-2)=0$
 $3x^2+3x-6=0$
이것이 $3x^2+mx+n=0$ 과 같으므로 $m=3, n=-6$
 $\therefore m+n=3+(-6)=-3$

55 [답] ④

두 근이 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이고 x^2 의 계수가 4인 이차방정식은 $4(x+\frac{1}{2})(x-\frac{3}{2})=0, 4(x^2-x-\frac{3}{4})=0$
 $4x^2-4x-3=0$
따라서 x 의 계수 $a=-4$, 상수항 $b=-3$ 이므로 $ab=(-4) \times (-3)=12$



56 [답] -30

$x=3$ 을 중근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은
 $2(x-3)^2=0, 2(x^2-6x+9)=0$
 $2x^2-12x+18=0$
 이것이 $2x^2+ax+b=0$ 과 같으므로
 $a=-12, b=18$
 $\therefore a-b=-12-18=-30$

57 [답] ④

$x=-\frac{1}{2}$ 을 중근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은
 $2(x+\frac{1}{2})^2=0, 2(x^2+x+\frac{1}{4})=0$
 $2x^2+2x+\frac{1}{2}=0$
 이것이 $2x^2+ax+b=0$ 과 같으므로
 $a=2, b=\frac{1}{2}$
 $\therefore 2a+4b=2 \times 2+4 \times \frac{1}{2}=4+2=6$

58 [답] ③

$x=\frac{1}{5}$ 을 중근으로 하고 x^2 의 계수가 5인 이차방정식은
 $5(x-\frac{1}{5})^2=0, 5(x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25})=0$
 $5x^2-2x+\frac{1}{5}=0$
 이것이 $5x^2+ax+b=0$ 과 같으므로
 $a=-2, b=\frac{1}{5}$
 이차방정식 $x^2-5bx+a=0$, 즉 $x^2-x-2=0$ 을 풀면
 $(x+1)(x-2)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
 따라서 두 근의 차는 $2-(-1)=3$

59 [답] ③

이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 을 풀면
 $(x-1)(x-3)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=3$
 이때, $\alpha=1, \beta=3$ 또는 $\alpha=3, \beta=1$ 이므로 $\alpha+1, \beta+1$ 의 값은 2, 4 또는 4, 2이다.
 즉, 두 근이 2, 4이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은
 $(x-2)(x-4)=0, x^2-6x+8=0$
 이것이 $x^2+ax+b=0$ 과 같으므로
 $a=-6, b=8$
 $\therefore a+b=-6+8=2$

60 [답] 3, 10, -3, 7, 18, -18

지은이가 풀 이차방정식은
 $(x+2)(x-5)=0 \quad \therefore x^2-\boxed{3}x-\boxed{10}=0$
 이때, 지은이는 일차항의 계수는 제대로 보았으므로
 $a=\boxed{-3}$
 기준이가 풀 이차방정식을 구하면
 $(x+9)(x-2)=0 \quad \therefore x^2+\boxed{7}x-\boxed{18}=0$
 이때, 기준이는 상수항은 제대로 보았으므로
 $b=\boxed{-18}$

Tip

[잘못 보고 풀 이차방정식의 문제 해결]

이차방정식의 어떤 항을 잘못 보고 풀 경우, 나머지 제대로 본 항에 대한 정보를 찾으면 된다. 즉, 지은이가 구한 해를 통해 일차항의 계수에 대한 정보를, 기준이가 구한 해를 통해 상수항에 대한 정보를 얻을 수 있으므로 이를 통해 올바른 이차방정식을 구한다.

61 [답] (1) $x^2-2x-3=0$ (2) $x^2+7x-8=0$

(3) $m=-2, n=-8$ (4) $x=-2$ 또는 $x=4$

- (1) 하진이는 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 풀어 해가 $-1, 3$ 이 나왔으므로
 $(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x^2-2x-3=0$
- (2) 수호는 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 풀어 해가 $-8, 1$ 이 나왔으므로
 $(x+8)(x-1)=0 \quad \therefore x^2+7x-8=0$
- (3) 하진이는 일차항의 계수는 제대로 보았으므로 $m=-2$
 수호는 상수항은 제대로 보았으므로 $n=-8$
- (4) 원래의 이차방정식 $x^2-2x-8=0$ 을 풀면
 $(x+2)(x-4)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$

62 [답] $x^2+4x-1=0$

한 근이 $-2+\sqrt{5}$ 인 이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{5}$ 이다.
 따라서 x^2 의 계수가 1이고 $-2+\sqrt{5}, -2-\sqrt{5}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은
 $\{x-(-2+\sqrt{5})\}\{x-(-2-\sqrt{5})\}=0$
 $x^2-(-2+\sqrt{5}-2-\sqrt{5})x+(-2+\sqrt{5})(-2-\sqrt{5})=0$
 $\therefore x^2+4x-1=0$

63 [답] ③

한 근이 $1+\sqrt{3}$ 인 이차방정식 $x^2-ax-2=0$ 의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $1-\sqrt{3}$ 이다.





64 [답] 8

한 근이 $1+\sqrt{2}$ 인 이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$ 이다.

이때, x^2 의 계수가 2이고 $1+\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$2\{x-(1+\sqrt{2})\}\{x-(1-\sqrt{2})\}=0$$

$$2\{x^2-(1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2})x+(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})\}=0$$

$$2(x^2-2x-1)=0$$

$$\therefore 2x^2-4x-2=0$$

따라서 이 이차방정식의 일차항의 계수는 -4 , 상수항은 -2 이므로 구하는 곱은 $-4 \times (-2) = 8$

65 [답] ①

한 근이 $-2+\sqrt{3}$ 인 이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{3}$ 이다.

x^2 의 계수가 1이고 $-2+\sqrt{3}$, $-2-\sqrt{3}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$\{x-(-2+\sqrt{3})\}\{x-(-2-\sqrt{3})\}=0$$

$$x^2-(-2+\sqrt{3}-2-\sqrt{3})x+(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})=0$$

$$\therefore x^2+4x+1=0$$

이것이 $x^2-kx+1=0$ 과 같으므로 $-k=4$
 $\therefore k=-4$

[다른 풀이]

$x=-2+\sqrt{3}$ 을 이차방정식 $x^2-kx=-1$ 에 대입하면

$$(-2+\sqrt{3})^2-k(-2+\sqrt{3})=-1$$

$$7-4\sqrt{3}+2k-k\sqrt{3}+1=0$$

$$(8+2k)-(4+k)\sqrt{3}=0$$

이때, k 는 유리수이므로 위의 등식이 성립하려면 $8+2k=0$ 이고 $4+k=0$ 이어야 한다.

$$\therefore k=-4$$

66 [답] ④

한 근이 $-5+\sqrt{3}$ 인 이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $-5-\sqrt{3}$ 이다.

이때, x^2 의 계수가 1이고 $-5+\sqrt{3}$, $-5-\sqrt{3}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$\{x-(-5+\sqrt{3})\}\{x-(-5-\sqrt{3})\}=0$$

$$x^2-(-5+\sqrt{3}-5-\sqrt{3})x+(-5+\sqrt{3})(-5-\sqrt{3})=0$$

$$\therefore x^2+10x+22=0$$

이것이 $x^2+(k+1)x+22=0$ 과 같으므로 $k+1=10$
 $\therefore k=9$

67 [답] ②

한 근이 $3+\sqrt{7}$ 인 이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{7}$ 이다.

이때, x^2 의 계수가 2이고 $3+\sqrt{7}$, $3-\sqrt{7}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$2\{x-(3+\sqrt{7})\}\{x-(3-\sqrt{7})\}=0$$

$$2\{x^2-(3+\sqrt{7}+3-\sqrt{7})x+(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})\}=0$$

$$2(x^2-6x+2)=0$$

$$\therefore 2x^2-12x+4=0$$

이것이 $2x^2+ax+b=0$ 과 같으므로 $a=-12$, $b=4$
 $\therefore a+b=-12+4=-8$

68 [답] ⑤

두 근의 차가 3이므로 두 근을 a , $a+3$ 으로 놓으면 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-a)\{x-(a+3)\}=0$$

$$x^2-(a+a+3)x+a(a+3)=0$$

$$x^2-(2a+3)x+a(a+3)=0$$

이것이 이차방정식이 $x^2-7x+k=0$ 과 같으므로 $2a+3=7$ $\therefore a=2$
 $\therefore k=a(a+3)=2 \times 5=10$

69 [답] ①, ④

한 근이 다른 한 근의 2배이므로 두 근을 a , $2a$ 로 놓으면 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-a)(x-2a)=0$$

$$x^2-3ax+2a^2=0$$

이것이 이차방정식 $x^2+kx+8=0$ 과 같으므로 $2a^2=8$, $a^2=4$ $\therefore a=\pm 2$

따라서 k 의 값은 $a=2$ 일 때, $k=-3a=-3 \times 2=-6$
 $a=-2$ 일 때, $k=-3a=-3 \times (-2)=6$

70 [답] ①

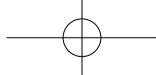
두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 $2a$, $3a$ 로 놓으면 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-2a)(x-3a)=0$$

$$x^2-5ax+6a^2=0$$

이것이 이차방정식 $x^2+3kx+54=0$ 과 같으므로 $6a^2=54$, $a^2=9$ $\therefore a=\pm 3$

이때, 두 근이 자연수이어야 하므로 $a>0$ 에서 $a=3$ 따라서 $3k=-5a=-15$ 이므로 $k=-5$



N 이차방정식의 활용 (2)

01 **답** $x+1$

02 **답** $x-2, x+2$

03 **답** $x+3$

04 **답** 빛변

05 **답** ○

06 **답** ×
연속하는 세 정수는 $x-1, x, x+1$ 또는 $x, x+1, x+2$ 로 놓아야 한다.

07 **답** ×
반지름의 길이가 r 인 원의 넓이는 πr^2 이다.

08 **답** ○



개념 연산 훈련

09 **답** $x+1$

10 **답** $x^2+x-56=0$
 $x(x+1)=56, x^2+x=56$
 $\therefore x^2+x-56=0$

11 **답** $x=-8$ 또는 $x=7$
 $x^2+x-56=0, (x+8)(x-7)=0$
 $\therefore x=-8$ 또는 $x=7$

12 **답** 7, 8
자연수이어야 하므로 $x=7$
따라서 연속하는 두 자연수는 7, 8이다.

13 **답** $(x+2)$ 살
형이 태호보다 2살 더 많으므로 $(x+2)$ 살이다.

14 **답** $x^2+2x-143=0$
 $x^2+(x+2)^2=290$
 $x^2+x^2+4x+4=290$
 $2x^2+4x-286=0$
 $\therefore x^2+2x-143=0$

15 **답** $x=-13$ 또는 $x=11$
 $x^2+2x-143=0, (x+13)(x-11)=0$
 $\therefore x=-13$ 또는 $x=11$

16 **답** 11살
나이는 자연수이므로 $x=11$
따라서 태호의 나이는 11살이다.

17 **답** $x^2-10x=0$
지면에 떨어지면 높이가 0 m이므로
 $50x-5x^2=0 \therefore x^2-10x=0$

18 **답** $x=0$ 또는 $x=10$
 $x^2-10x=0, x(x-10)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=10$

19 **답** 10초 후
지면에 다시 떨어질 때의 시간 x 는 양수이어야 하므로
 $x=10$
따라서 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 10초 후이다.

20 **답** $n^2-3n-40=0$
 $\frac{n(n-3)}{2}=20, n(n-3)=40$
 $n^2-3n=40 \therefore n^2-3n-40=0$

21 **답** $n=-5$ 또는 $n=8$
 $n^2-3n-40=0, (n+5)(n-8)=0$
 $\therefore n=-5$ 또는 $n=8$

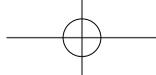
22 **답** 팔각형
 n 은 자연수이므로 $n=8$
따라서 구하는 다각형은 팔각형이다.



개념 필수 유형 잡기

23 **답** 11
 $\frac{n(n+1)}{2}=66$
 $n(n+1)=132$
 $n^2+n-132=0$
 $(n+12)(n-11)=0$
 $\therefore n=-12$ 또는 $n=11$
따라서 n 은 자연수이므로 $n=11$





24 [답] ⑤

$$\frac{n(n-3)}{2} = 135$$

$$n(n-3) = 270, n^2 - 3n - 270 = 0$$

$$(n+15)(n-18) = 0 \quad \therefore n = -15 \text{ 또는 } n = 18$$

이때, n 은 자연수이므로 $n = 18$

따라서 구하는 다각형은 십팔각형이다.

25 [답] 10명

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45$$

$$n(n-1) = 90, n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \quad \therefore n = -9 \text{ 또는 } n = 10$$

이때, n 은 자연수이므로 $n = 10$

따라서 회원은 모두 10명이다.

26 [답] ③

$$-t^2 + 8t = -20$$

$$t^2 - 8t - 20 = 0, (t+2)(t-10) = 0$$

$$\therefore t = -2 \text{ 또는 } t = 10$$

이때, $t > 0$ 이어야 하므로 $t = 10$

따라서 10초 후이다.

27 [답] ②, ⑤

$$(x, 2) \odot (x, x+1) = 2$$

$$x(x+1) - 2x = 2, x^2 + x - 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0, (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

28 [답] 1

$$(x+2) * (x-2) = 0$$

$$(x+2)(x-2) - (x+2) = 0$$

$$x^2 - 4 - x - 2 = 0, x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 모든 실수 x 의 값의 합은 $-2 + 3 = 1$

29 [답] 12

구하는 자연수를 x 라 하면

$$(x+3)^2 = 20x - 15$$

$$x^2 + 6x + 9 - 20x + 15 = 0$$

$$x^2 - 14x + 24 = 0, (x-2)(x-12) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 12$$

이때, x 는 두 자리 자연수이므로 $x = 12$

따라서 구하는 두 자리 자연수는 12이다.

30 [답] ③

구하는 자연수를 x 라 하면

$$(x+2)^2 = 2x^2 - 8$$

$$x^2 + 4x + 4 - 2x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x+2)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

이때, x 는 자연수이므로 $x = 6$

따라서 구하는 자연수는 6이다.

31 [답] 210

어떤 자연수를 x 라 하면

$$x(x-1) = 182$$

$$x^2 - x - 182 = 0, (x+13)(x-14) = 0$$

$$\therefore x = -13 \text{ 또는 } x = 14$$

이때, x 는 자연수이므로 $x = 14$

따라서 원래 구하려던 값은

$$14 \times (14+1) = 14 \times 15 = 210$$

32 [답] 24, 48

두 자리 자연수의 십의 자리의 숫자를 x 라 하면 일의 자리의 숫자는 $2x$ 이다.

처음 두 자리 자연수는 $10 \times x + 2x = 12x$ 이므로 주어진 조건에 의해

$$2x \times x = 12x - 16$$

$$2x^2 - 12x + 16 = 0, x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x-2)(x-4) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 구하는 두 자리 자연수는 24 또는 48이다.

33 [답] ③

연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 이라 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 113$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 113, 2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0, (x+8)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 7$$

이때, x 는 자연수이므로 $x = 7$

따라서 두 자연수 중 작은 수는 7이다.

34 [답] ③

연속하는 두 짝수를 $x-2, x$ 라 하면

$$x(x-2) = 168$$

$$x^2 - 2x - 168 = 0, (x+12)(x-14) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 14$$

이때, x 는 자연수이므로 $x = 14$

따라서 두 짝수 중 큰 수는 14이다.



35 [답] ②

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면
 $(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=251$
 $x^2-4x+4+x^2+x^2+4x+4=251$
 $3x^2-243=0, x^2-81=0$
 $(x+9)(x-9)=0 \quad \therefore x=-9$ 또는 $x=9$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=9$
 따라서 세 홀수 중 가운데 수는 9이다.

36 [답] ②

연속하는 세 자연수를 $x, x+1, x+2$ 라 하면
 $x^2=\frac{1}{2}(x+1)(x+2)+43$
 $2x^2=(x+1)(x+2)+86, 2x^2=x^2+3x+2+86$
 $x^2-3x-88=0, (x+8)(x-11)=0$
 $\therefore x=-8$ 또는 $x=11$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=11$
 따라서 세 수 중 가장 작은 수는 11이다.

37 [답] 24

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면
 $(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-32$
 $x^2+2x+1=x^2-2x+1+x^2-32$
 $x^2-4x-32=0, (x+4)(x-8)=0$
 $\therefore x=-4$ 또는 $x=8$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=8$
 따라서 세 자연수는 7, 8, 9이므로 세 수의 합은
 $7+8+9=24$ 이다.

38 [답] ④

연속하는 네 자연수를 $x-1, x, x+1, x+2$ 라 하면
 $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=174$
 $x^2-2x+1+x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=174$
 $4x^2+4x-168=0, x^2+x-42=0$
 $(x+7)(x-6)=0 \quad \therefore x=-7$ 또는 $x=6$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=6$
 따라서 네 자연수 중 가장 큰 수는 8이다.

39 [답] ③

딸의 나이를 x 살이라 하면 어머니의 나이는 $(x+30)$ 살이다.
 $x^2=3(x+30)+18$
 $x^2=3x+90+18, x^2-3x-108=0$
 $(x+9)(x-12)=0 \quad \therefore x=-9$ 또는 $x=12$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=12$
 따라서 딸의 나이는 12살이다.

40 [답] ⑤

아들의 나이를 x 살이라 하면 아버지의 나이는 $(2x+3)$ 살이다.
 $(2x+3)^2=5x^2-180$
 $4x^2+12x+9=5x^2-180$
 $x^2-12x-189=0, (x+9)(x-21)=0$
 $\therefore x=-9$ 또는 $x=21$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=21$
 따라서 아버지의 나이는 $2 \times 21 + 3 = 45$ (살)이다.

41 [답] 39쪽

두 면의 쪽수를 x 쪽, $(x+1)$ 쪽이라 하면
 $x(x+1)=380$
 $x^2+x-380=0, (x+20)(x-19)=0$
 $\therefore x=-20$ 또는 $x=19$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=19$
 따라서 두 면의 쪽수는 19쪽, 20쪽이므로 구하는 합은
 $19+20=39$ (쪽)이다.

42 [답] ③

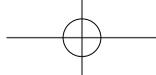
수련회를 4월 x 일, $(x+1)$ 일, $(x+2)$ 일 동안 간다고 하면
 $x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=677$
 $x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=677$
 $3x^2+6x-672=0, x^2+2x-224=0$
 $(x+16)(x-14)=0$
 $\therefore x=-16$ 또는 $x=14$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=14$
 따라서 수련회의 출발 날짜는 4월 14일이다.

43 [답] ③

승윤이의 생일이 12월 x 일이라 하면 형석이의 생일은
 12월 $(x+7)$ 일이다.
 $x(x+7)=170$
 $x^2+7x-170=0, (x+17)(x-10)=0$
 $\therefore x=-17$ 또는 $x=10$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=10$
 따라서 승윤이의 생일은 12월 10일이다.

44 [답] ①

학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 사탕의 개수는
 $(x+2)$ 개이다.
 $x(x+2)=80$
 $x^2+2x-80=0, (x+10)(x-8)=0$
 $\therefore x=-10$ 또는 $x=8$
 이때, x 는 자연수이므로 $x=8$
 따라서 학생 수는 8명이다.



45 [답] ④

학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 노트의 수는 $(2x+2)$ 권이다.

$$x(2x+2)=60$$

$$2x^2+2x-60=0$$

$$x^2+x-30=0$$

$$(x+6)(x-5)=0$$

$$\therefore x=-6 \text{ 또는 } x=5$$

이때, x 는 자연수이므로 $x=5$

따라서 한 학생이 받는 노트의 수는 $2 \times 5 + 2 = 12$ (권)이다.

46 [답] ⑤

줄의 개수를 x 개라 하면 한 줄에 배열된 의자의 수는 $(x+4)$ 개이다.

$$x(x+4)=320$$

$$x^2+4x-320=0$$

$$(x+20)(x-16)=0$$

$$\therefore x=-20 \text{ 또는 } x=16$$

이때, x 는 자연수이므로 $x=16$

따라서 한 줄에 배열된 의자의 개수는 $16 + 4 = 20$ (개)이다.

47 [답] ③

$$40t-5t^2=80$$

$$5t^2-40t+80=0, t^2-8t+16=0$$

$$(t-4)^2=0 \quad \therefore t=4 \text{ (중근)}$$

따라서 높이가 80 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 4초 후이다.

48 [답] 16초 후

지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$$80t-5t^2=0$$

$$t^2-16t=0, t(t-16)=0$$

$$\therefore t=0 \text{ 또는 } t=16$$

이때, $t > 0$ 이므로 $t=16$

따라서 지면에 떨어지는 것은 던진 지 16초 후이다.

49 [답] ⑤

지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$$-5t^2+10t+120=0$$

$$t^2-2t-24=0, (t+4)(t-6)=0$$

$$\therefore t=-4 \text{ 또는 } t=6$$

이때, $t > 0$ 이므로 $t=6$

따라서 쏘아 올린 후 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 6초이다.

50 [답] ②

건물의 옥상은 높이가 20 m이므로

$$-5t^2+30t+20=20$$

$$5t^2-30t=0, t^2-6t=0$$

$$t(t-6)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=6$$

이때, $t > 0$ 이므로 $t=6$

따라서 다시 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간은 6초이다.

51 [답] ④

공의 높이가 45 m일 때의 시간을 구하면

$$50t-5t^2=45$$

$$5t^2-50t+45=0, t^2-10t+9=0$$

$$(t-1)(t-9)=0 \quad \therefore t=1 \text{ 또는 } t=9$$

따라서 공이 45 m 이상인 지점을 지나는 것은 1초부터 9초까지인 8초 동안이다.

52 [답] ①

물로켓의 높이가 50 m일 때의 시간을 구하면

$$-5t^2+15t+40=50$$

$$5t^2-15t+10=0, t^2-3t+2=0$$

$$(t-1)(t-2)=0 \quad \therefore t=1 \text{ 또는 } t=2$$

따라서 물로켓이 50 m 이상인 지점을 지나는 것은 1초부터 2초까지인 1초 동안이다.

53 [답] 9초

물체의 높이가 135 m일 때의 시간을 구하면

$$60t-5t^2=135$$

$$5t^2-60t+135=0, t^2-12t+27=0$$

$$(t-3)(t-9)=0 \quad \therefore t=3 \text{ 또는 } t=9$$

즉, 처음으로 높이 135 m인 지점을 지나는 것은 3초 후이다.

또, 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$$60t-5t^2=0$$

$$t^2-12t=0, t(t-12)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=12$$

즉, 12초 후에 지면에 떨어진다.

따라서 높이 135 m인 지점을 처음 지난 후 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은 $12 - 3 = 9$ (초)이다.

54 [답] ③

$x > 0$ 이므로 세 변 중 가장 긴 변의 길이는 $x+2$ 이다.

$$\text{삼각형이 되려면 } x+2 < x+x+1 \quad \therefore x > 1$$

이때, 피타고라스 정리에 의해

$$x^2+(x+1)^2=(x+2)^2$$

$$x^2+x^2+2x+1=x^2+4x+4, x^2-2x-3=0$$

$$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 $x > 1$ 이므로 $x=3$ 이다.



55 [답] 12 cm

직사각형의 둘레의 길이가 44 cm이므로 가로와 세로의 길이의 합은 22 cm이다.

즉, 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(22-x)$ cm이고, 가로의 길이가 세로의 길이보다 더 길다고 하므로

$$x > 22 - x \quad \therefore x > 11$$

넓이가 120 cm²이므로

$$x(22-x) = 120$$

$$22x - x^2 = 120, \quad x^2 - 22x + 120 = 0$$

$$(x-10)(x-12) = 0 \quad \therefore x = 10 \text{ 또는 } x = 12$$

이때, $x > 11$ 이므로 $x = 12$

따라서 가로의 길이는 12 cm이다.

56 [답] ④

윗변의 길이와 높이를 모두 x cm라 하면 사다리꼴의 아랫변의 길이는 6 cm이고 넓이는 56 cm²이므로

$$\frac{1}{2} \times (x+6) \times x = 56$$

$$x(x+6) = 112, \quad x^2 + 6x - 112 = 0$$

$$(x+14)(x-8) = 0 \quad \therefore x = -14 \text{ 또는 } x = 8$$

이때, $x > 0$ 이므로 $x = 8$

따라서 높이는 8 cm이다.

57 [답] 7 cm

가로와 세로의 길이를 각각 x cm만큼 늘인다고 하면

$$(3+x)(5+x) = 8 \times (3 \times 5)$$

$$x^2 + 8x + 15 = 120, \quad x^2 + 8x - 105 = 0$$

$$(x+15)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -15 \text{ 또는 } x = 7$$

이때, $x > 0$ 이므로 $x = 7$

따라서 가로와 세로의 길이를 각각 7 cm씩 늘여야 한다.

58 [답] ②

원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 높이는 $(x+5)$ cm이다.

이때, 옆넓이가 48π cm²이므로

$$2\pi x(x+5) = 48\pi$$

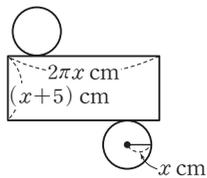
$$x^2 + 5x = 24, \quad x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$(x+8)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 3$$

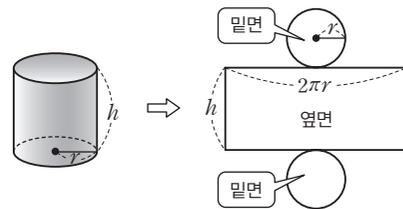
이때, $x > 0$ 이므로 $x = 3$

따라서 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이는 3 cm, 높이는 8 cm이므로

$$(\text{원기둥의 부피}) = \pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi (\text{cm}^3)$$



Tip



(1) 원기둥의 전개도에서 직사각형(옆면)의 세로의 길이는 원기둥의 높이와 같고, 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

$$(2) (\text{원기둥의 부피}) = (\text{밑넓이}) \times (\text{높이}) = \pi r^2 h$$

59 [답] 9 cm

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(13-x)$ cm이다.

$$x > 13 - x \quad \therefore x > \frac{13}{2}$$

두 정사각형의 넓이의 합이 97 cm²이므로

$$x^2 + (13-x)^2 = 97$$

$$x^2 + 169 - 26x + x^2 - 97 = 0$$

$$2x^2 - 26x + 72 = 0$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x-4)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 9$$

이때, $x > \frac{13}{2}$ 이므로 $x = 9$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9 cm이다.

60 [답] 6 cm

$\overline{AC} = 2x$ cm라 하면 $\overline{BC} = (16-2x)$ cm이고

$\overline{AC} < \overline{BC}$ 이므로

$$2x < 16 - 2x, \quad 4x < 16 \quad \therefore x < 4$$

반지름의 길이가 각각 x cm, $\frac{16-2x}{2} = 8-x$ (cm)인 두 반

원의 넓이의 합이 17π cm²라 하므로

$$\pi \times x^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times (8-x)^2 \times \frac{1}{2} = 17\pi$$

$$x^2 + (8-x)^2 = 34$$

$$x^2 + 64 - 16x + x^2 - 34 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 30 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

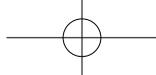
$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 5$$

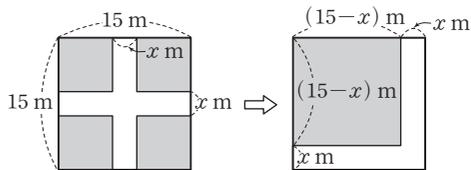
이때, $x < 4$ 이므로 $x = 3$

따라서 $\overline{AC} = 2x = 2 \times 3 = 6$ (cm)이다.





61 [답] ②



길의 폭을 x m라 하자.

그림과 같이 길을 한 쪽으로 모으면 길을 제외한 부분의 넓이가 144 m^2 이므로

$$(15-x)^2=144$$

$$225-30x+x^2=144, x^2-30x+81=0$$

$$(x-27)(x-3)=0 \quad \therefore x=27 \text{ 또는 } x=3$$

이때, $15-x > 0$ 에서 $x < 15$ 이므로 $x=3$

따라서 길의 폭은 3 m이다.

62 [답] 13 m

직사각형의 모양의 땅의 세로의 길이를 x m라 하면 가로 길이는 $2x$ m이다.

길을 제외한 잔디밭의 넓이가 264 m^2 이므로

$$(2x-2)(x-2)=264$$

$$2x^2-6x+4-264=0, 2x^2-6x-260=0$$

$$x^2-3x-130=0, (x+10)(x-13)=0$$

$$\therefore x=-10 \text{ 또는 } x=13$$

이때, $x > 0$ 이므로 $x=13$

따라서 이 땅의 세로의 길이는 13 m이다.

63 [답] 2 m

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 가로의 길이는 $(16-x)$ m, 세로의 길이는 $(10-2x)$ m이다.

$$10-2x > 0 \quad \therefore x < 5$$

도로를 제외한 땅의 넓이가 84 m^2 이므로

$$(16-x)(10-2x)=84$$

$$160-32x-10x+2x^2=84$$

$$2x^2-42x+76=0$$

$$x^2-21x+38=0$$

$$(x-2)(x-19)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=19$$

이때, $x < 5$ 이므로 $x=2$

따라서 도로의 폭은 2 m이다.

64 [답] 3 cm

오려 내는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 밑면의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 $(12-2x)$ cm,

$(15-2x)$ cm이다.

$$12-2x > 0 \quad \therefore x < 6$$

밑면의 넓이가 54 cm^2 이므로

$$(12-2x)(15-2x)=54$$

$$180-24x-30x+4x^2=54$$

$$4x^2-54x+126=0$$

$$2x^2-27x+63=0$$

$$(x-3)(2x-21)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{21}{2}$$

이때, $x < 6$ 이므로 $x=3$

따라서 오려 내는 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.

65 [답] 12 cm

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 직육면체의 밑면의 한 변의 길이는 $(x-4)$ cm이다.

이때, 직육면체의 높이가 2 cm이고 부피가 128 cm^3 이므로

$$(x-4)^2 \times 2=128$$

$$(x-4)^2=64$$

$$x-4=\pm 8$$

$$x=4\pm 8$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=12$$

이때, $x > 0$ 이므로 $x=12$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 12 cm이다.

66 [답] 2 cm

물받이의 높이를 x cm라 하면 빗금친 부분의 가로의 길이는 $(14-2x)$ cm, 세로의 길이는 x cm이다.

빗금친 부분의 가로의 길이가 세로의 길이보다 길다고 하므로

$$14-2x > x \quad \therefore x < \frac{14}{3}$$

빗금친 부분의 넓이가 20 cm^2 이므로

$$(14-2x)x=20$$

$$-2x^2+14x-20=0$$

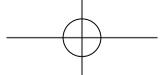
$$x^2-7x+10=0$$

$$(x-2)(x-5)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=5$$

이때, $x < \frac{14}{3}$ 이므로 $x=2$

따라서 물받이의 높이는 2 cm이다.



내신 대비 연습 문제 M ~ N

01 [답] ④

- ① $x^2-9=0$ 에서 $0^2-4 \times 1 \times (-9)=36 > 0$
 즉, 근의 개수는 2개이다.
- ② $3x^2-1=0$ 에서 $0^2-4 \times 3 \times (-1)=12 > 0$
 즉, 근의 개수는 2개이다.
- ③ $x^2-5x-6=0$ 에서 $(-5)^2-4 \times 1 \times (-6)=49 > 0$
 즉, 근의 개수는 2개이다.
- ④ $4x^2-12x+9=0$ 에서 $(-6)^2-4 \times 9=0$
 즉, 근의 개수는 1개이다.
- ⑤ $0.2x^2-0.3x=-0.1$ 에서 $2x^2-3x+1=0$
 $(-3)^2-4 \times 2 \times 1=1 > 0$
 즉, 근의 개수는 2개이다.
- 따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

02 [답] ①, ③

이차방정식 $(m+1)x^2+4x-2=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$2^2-(m+1) \times (-2) > 0$$

$$4+2(m+1) > 0, 2m+6 > 0$$

$$2m > -6 \quad \therefore m > -3 \quad \dots \textcircled{1}$$

이때, 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$$m+1 \neq 0 \quad \therefore m \neq -1 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해 $-3 < m < -1, m > -1$
 따라서 m 의 값이 될 수 없는 것은 ①, ③이다.

03 [답] -15

이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 이 중근을 가지므로

$$(-2)^2-k=0 \quad \therefore k=4$$

따라서 x^2 의 계수가 3이고 $k-2, -k+1$, 즉 2, -3을 두 근으로 갖는 이차방정식은

$$3(x-2)(x+3)=0$$

$$3(x^2+x-6)=0, 3x^2+3x-18=0$$

이것이 $3x^2+ax+b=0$ 과 같으므로

$$a=3, b=-18$$

$$\therefore a+b=3+(-18)=-15$$

04 [답] ⑤

두 근의 차가 1이므로 두 근을 $a, a+1$ 이라 하자.

작은 근은 큰 근의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$$a = \frac{1}{4}(a+1)$$

$$4a = a+1, 3a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

즉, 두 근이 $\frac{1}{3}, \frac{4}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 9인 이차방정식은

$$9\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{4}{3}\right)=0$$

$$9\left(x^2-\frac{5}{3}x+\frac{4}{9}\right)=0$$

$$9x^2-15x+4=0$$

이것이 $9x^2+ax+b=0$ 과 같으므로

$$a = -15, b = 4$$

$$\therefore b-a = 4 - (-15) = 19$$

05 [답] 2

주어진 이차방정식이 해를 갖지 않으므로

$$a^2 - a(a+b-1) < 0$$

$$a^2 - a^2 - ab + a < 0$$

$$a(1-b) < 0$$

이때, a 는 자연수, 즉 $a > 0$ 이므로

$$1-b < 0 \quad \therefore b > 1$$

따라서 가장 작은 자연수 b 의 값은 2이다.

06 [답] ①

x^2 의 계수가 6이고 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=0$$

$$6\left(x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)=0$$

$$6x^2-x-1=0$$

이것이 $6x^2+ax+b=0$ 과 같으므로

$$a = -1, b = -1$$

이차방정식 $bx^2+ax+2=0$, 즉 $-x^2-x+2=0$ 을 풀면

$$x^2+x-2=0$$

$$(x+2)(x-1)=0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 차는 $1 - (-2) = 3$

07 [답] ②

연속하는 4개의 자연수를 $x, x+1, x+2, x+3$ 이라 하면

$$(x+3)^2 - x^2 = (x+1)(x+2) - 3$$

$$x^2+6x+9-x^2 = x^2+3x+2-3$$

$$x^2-3x-10=0$$

$$(x+2)(x-5)=0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

이때, x 는 자연수이므로 $x = 5$

따라서 연속하는 4개의 자연수 중 가장 작은 수는 5이다.





08 [답] ③

원가가 1000원인 상품에 $a\%$ 의 이익을 붙이면 정가는 $1000\left(1+\frac{a}{100}\right)$ 원이고, 이 정가에 다시 $a\%$ 의 이익을 붙이면 판매가는 $1000\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{a}{100}\right)$ 원이다.
 (이익)=(판매가)-(원가)이고 한 개에 210원의 이익을 얻었다고 하므로 $1000\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{a}{100}\right)-1000=210$
 $1000\left(1+\frac{a}{100}\right)^2=1210, \left(1+\frac{a}{100}\right)^2=\frac{121}{100}$
 $1+\frac{a}{100}=\pm\frac{11}{10}, \frac{a}{100}=-1\pm\frac{11}{10}$
 $\therefore a=-210$ 또는 $a=10$
 따라서 $a>0$ 이므로 $a=10$

09 [답] ①

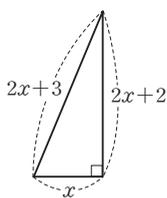
높이가 240 m일 때의 시간을 구하면
 $-5t^2+50t+160=240$
 $5t^2-50t+80=0, t^2-10t+16=0$
 $(t-2)(t-8)=0 \quad \therefore t=2$ 또는 $t=8$
 따라서 공이 처음으로 높이가 240 m인 지점을 지나는 것은 던진 지 2초 후이다.

10 [답] 50 m

꽃밭의 가로와 세로의 길이의 비가 2 : 3이므로 가로와 세로의 길이를 각각 $2x$ m, $3x$ m ($x>0$)라 하자.
 꽃밭의 넓이가 150 m^2 이므로
 $2x \times 3x=150$
 $6x^2=150, x^2=25 \quad \therefore x=\pm 5$
 이때, $x>0$ 이므로 $x=5$
 따라서 꽃밭의 가로와 세로의 길이는 각각 10 m, 15 m이므로 둘레의 길이는 $2 \times (10+15)=50(\text{m})$

11 [답] 30

가장 긴 변의 길이가 $2x+3$ 이므로 삼각형이 만들어지려면
 $2x+3 < x+2x+2 \quad \therefore x>1$
 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해
 $x^2+(2x+2)^2=(2x+3)^2$
 $x^2+4x^2+8x+4=4x^2+12x+9$
 $x^2-4x-5=0, (x+1)(x-5)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
 이때, $x>1$ 이므로 $x=5$
 따라서 직각삼각형의 세 변의 길이는 5, 12, 13이므로 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 12=30$



12 [답] ④

t 초 후의 변화된 직사각형의 가로의 길이는 $(16-t)$ cm이고 세로의 길이는 $(10+2t)$ cm이다.
 변화된 직사각형의 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아지면
 $(16-t)(10+2t)=16 \times 10$
 $160+32t-10t-2t^2=160$
 $2t^2-22t=0, t^2-11t=0$
 $t(t-11)=0 \quad \therefore t=0$ 또는 $t=11$
 이때, $t>0$ 이므로 $t=11$
 따라서 변화된 직사각형의 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아지는 것은 11초 후이다.

13 [답] 7월 6일

달력에서 같은 요일의 위의 수를 x 라 하면 일주일 후인 아래의 수는 $x+7$ 이다.
 두 수의 곱이 78이므로
 $x(x+7)=78$
 $x^2+7x-78=0, (x+13)(x-6)=0$
 $\therefore x=-13$ 또는 $x=6$
 이때, $x>0$ 이므로 $x=6$
 따라서 위의 수에 해당하는 날짜는 7월 6일이다.

14 [답] ④

길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 잔디밭의 넓이가 560 m^2 이므로
 $(32-x)(24-x)=560$
 $768-56x+x^2=560$
 $x^2-56x+208=0$
 $(x-4)(x-52)=0$
 $\therefore x=4$ 또는 $x=52$
 이때, $24-x>0$ 에서 $x<24$ 이므로 $x=4$
 따라서 길의 폭은 4 m이다.

15 [답] P(3, 1)

점 P가 직선 $y=4-x$ 위의 점이므로 점 P의 좌표를 $(t, 4-t)$ 라 하자.
 \square OQPR의 넓이가 3이므로
 $t(4-t)=3$
 $4t-t^2=3, t^2-4t+3=0$
 $(t-1)(t-3)=0$
 $\therefore t=1$ 또는 $t=3$
 이때, $\overline{OQ} > \overline{PQ}$ 이므로
 $t > 4-t, 2t > 4 \quad \therefore t > 2$
 따라서 $t=3$ 이므로 점 P의 좌표는 (3, 1)이다.

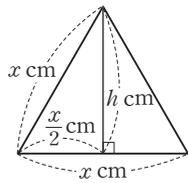


16 답 ③

정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하자.
그림에서 정삼각형의 높이를 h cm라 하면 피타고라스 정리에 의해

$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

($\because x > 0$)



정삼각형의 넓이가 $4\sqrt{3}$ cm²이므로

$$\frac{1}{2} \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3}, x^2 = 16$$

$$\therefore x = \pm 4$$

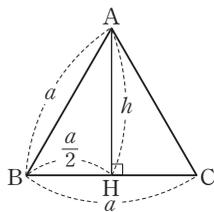
이때, $x > 0$ 이므로 $x = 4$

따라서 정삼각형의 한 변의 길이는 4 cm이다.

Tip

[정삼각형의 높이와 넓이]

이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다. 즉, 정삼각형도 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같은 한 변의 길이가 a 인 정삼각형 ABC에서



$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때,

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}a$$

이때, 직각삼각형 ABH에서 피타고라스 정리에 의해

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

또, 정삼각형 ABC의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

앞으로 한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 높이 h 와 넓이 S 는 아래와 같이 공식으로 외워 두면 편리하다.

(1) 높이 : $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (2) 넓이 : $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



대단원 총정리 문제

Ⅲ 이차방정식

01 답 ②

등식의 우변을 정리하면

$$\begin{aligned} -2(x+2)(x-1) + x^2 &= -2(x^2+x-2) + x^2 \\ &= -2x^2 - 2x + 4 + x^2 \\ &= -x^2 - 2x + 4 \end{aligned}$$

즉, $ax^2 + 2x + 1 = -x^2 - 2x + 4$ 에서

$$(a+1)x^2 + 4x - 3 = 0$$

이것이 이차방정식이 되려면 $a+1 \neq 0$ 이어야 하므로

$$a \neq -1$$

02 답 ⑤

주어진 이차방정식에 $x = -2$ 를 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾자.

- ① $(-2)^2 = 4$
 - ② $(-2)^2 + 3 \times (-2) + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$
 - ③ $(-2)^2 - 3 \times (-2) - 10 = 4 + 6 - 10 = 0$
 - ④ $2 \times (-2)^2 + 5 \times (-2) + 2 = 8 - 10 + 2 = 0$
 - ⑤ $3 \times (-2)^2 - 7 \times (-2) + 2 = 12 + 14 + 2 = 28 \neq 0$
- 따라서 $x = -2$ 를 해로 갖지 않는 것은 ⑤이다.

03 답 ④

이차방정식 $x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 한 근이 $x = a$ 이므로

$$a^2 - 4a - 2 = 0 \quad \therefore a^2 - 4a = 2$$

또, 이차방정식 $2x^2 + 9x + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = b$ 이므로

$$2b^2 + 9b + 3 = 0 \quad \therefore 2b^2 + 9b = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore 3a^2 - 2b^2 - 12a - 9b - 6 &= 3(a^2 - 4a) - (2b^2 + 9b) - 6 \\ &= 3 \times 2 - (-3) - 6 = 3 \end{aligned}$$

04 답 ①

이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + m + n = 0$$

$$\therefore m + n = -1 \quad \text{ⓐ}$$

또, 이차방정식 $x^2 + 2mx + n = -6$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$1 - 2m + n = -6$$

$$\therefore -2m + n = -7 \quad \text{ⓑ}$$

ⓐ-ⓑ을 하면

$$3m = 6 \quad \therefore m = 2$$

$m = 2$ 를 ⓐ에 대입하면

$$2 + n = -1 \quad \therefore n = -3$$

$$\therefore mn = 2 \times (-3) = -6$$





05 [답] ①

$$6x^2 - 7x + 2 = 0, (2x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

주어진 이차방정식의 두 근이 $x = a$ 또는 $x = b$ 이므로

$$a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{2} (\because a > b)$$

$$\therefore a - b = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

06 [답] ④

이차방정식 $(a-1)x^2 - 5x + 2a - 4 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 이므로

$$4(a-1) - 10 + 2a - 4 = 0$$

$$4a - 4 - 10 + 2a - 4 = 0$$

$$6a = 18 \quad \therefore a = 3$$

$a = 3$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$2x^2 - 5x + 2 = 0, (2x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 $b = \frac{1}{2}$ 이므로

$$a + b = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

07 [답] ③

이차방정식 $6x^2 = 1 - x$ 에서 $6x^2 + x - 1 = 0$

$$(2x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

이때, $m > n$ 이므로 $m = \frac{1}{3}, n = -\frac{1}{2}$

이차방정식 $3x^2 - (5a - 3)x + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = \frac{1}{3}$ 이므로

$$3 \times \frac{1}{9} - \frac{5a - 3}{3} + 2 = 0, \frac{1}{3} - \frac{5a - 3}{3} + 2 = 0$$

$$1 - (5a - 3) + 6 = 0, 1 - 5a + 3 + 6 = 0$$

$$5a = 10 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore an = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

08 [답] 3

이차방정식 $x^2 + 2x + a = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면

$$(-4)^2 + 2 \times (-4) + a = 0$$

$$16 - 8 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

즉, $x^2 + 2x + a = 0$ 에 $a = -8$ 을 대입하여 풀면

$$x^2 + 2x - 8 = 0, (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

즉, 공통이 아닌 나머지 근은 $x = 2$ 이다.

또, 이차방정식 $bx^2 + 5x - 12 = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면

$$16b - 20 - 12 = 0, 16b = 32 \quad \therefore b = 2$$

즉, $bx^2 + 5x - 12 = 0$ 에 $b = 2$ 를 대입하여 풀면

$$2x^2 + 5x - 12 = 0, (x + 4)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

즉, 공통이 아닌 나머지 근은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 공통이 아닌 나머지 근들의 곱은 $2 \times \frac{3}{2} = 3$

09 [답] ①, ④

이차방정식 $x^2 - (a + 1)x + 9 = 0$ 의 근이 1개이려면

$$\left(\frac{a+1}{2}\right)^2 = 9, (a+1)^2 = 36$$

$$a + 1 = \pm 6, a = -1 \pm 6$$

$$\therefore a = -7 \text{ 또는 } a = 5$$

10 [답] 1

이차방정식 $x^2 + 4(x - 1) + 2a = 0$ 이 중근을 가지므로

$$x^2 + 4x - 4 + 2a = 0 \text{에서}$$

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = -4 + 2a, 4 = -4 + 2a$$

$$2a = 8 \quad \therefore a = 4$$

이차방정식 $(a + 5)x^2 - 9x - 10 = 0$ 에 $a = 4$ 를 대입하여 풀면

$$9x^2 - 9x - 10 = 0, (3x + 2)(3x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{5}{3} = 1$

11 [답] ③

$5(x - a)^2 = b$ 에서

$$(x - a)^2 = \frac{b}{5}, x - a = \pm \sqrt{\frac{b}{5}}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{\frac{b}{5}}$$

이것이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 와 같으므로

$$a = 1, \frac{b}{5} = 2 \quad \therefore a = 1, b = 10$$

$$\therefore a + b = 1 + 10 = 11$$

12 [답] ⑤

$$\textcircled{1} x^2 = 1 \quad \therefore x = \pm 1$$

$$\textcircled{2} (x - 1)^2 = 4, x - 1 = \pm 2$$

$$x = 1 \pm 2 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\textcircled{3} x^2 - 5x + 4 = 0, (x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$



④ $2x^2+3x+1=0, (x+1)(2x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

⑤ $2(x-1)^2=6, (x-1)^2=3$

$x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 해가 유리수가 아닌 것은 ⑤이다.

13 **답** ①

이차방정식 $2x^2-4x+A=0$ 의 해를 근의 공식을 이용하여 구하면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 2A}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 2A}}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{4 - 2A}}{2}$$

이것이 $x = B \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} = B \pm \frac{\sqrt{18}}{2}$ 과 같으므로 $B=1$

$4 - 2A = 18, -2A = 14 \quad \therefore A = -7$

$\therefore AB = (-7) \times 1 = -7$

14 **답** ⑤

$2(x+1) + \frac{x^2+1}{3} = (x+1)(x+2)$ 의 양변에 3을 곱하면

$6(x+1) + x^2 + 1 = 3(x+1)(x+2)$

$6x + 6 + x^2 + 1 = 3x^2 + 9x + 6$

$2x^2 + 3x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

이것이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{4}$ 와 같으므로 $A = -3, B = 17$

$\therefore 5A + B = 5 \times (-3) + 17 = 2$

15 **답** $x = -1$

$0.3(x+1)^2 + \frac{1}{5}(2x-3) = -1$ 의 양변에 10을 곱하면

$3(x+1)^2 + 2(2x-3) = -10$

$3x^2 + 6x + 3 + 4x - 6 + 10 = 0$

$3x^2 + 10x + 7 = 0, (3x+7)(x+1) = 0$

$\therefore x = -\frac{7}{3}$ 또는 $x = -1$

따라서 정수인 해는 $x = -1$ 이다.

16 **답** ③

$2(x+2y)^2 = 5x+10y+63$ 에서

$2(x+2y)^2 = 5(x+2y) + 63$

$x+2y=A$ 로 놓으면

$2A^2 = 5A + 63$

$2A^2 - 5A - 63 = 0, (2A+9)(A-7) = 0$

$\therefore A = -\frac{9}{2}$ 또는 $A = 7$

이때, x, y 가 자연수이므로 $A = x+2y$ 도 자연수여야 한다.

$\therefore A = 7$

따라서 $x+2y=7$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 3), (3, 2), (5, 1)$ 의 3개이다.

17 **답** ④

이차방정식 $2x^2-3x+4=0$ 에서

$(-3)^2 - 4 \times 2 \times 4 = -23 < 0$ 이므로 근의 개수는 0개이다.

$\therefore a = 0$

이차방정식 $\frac{1}{3}x^2-2x+1=0$, 즉 $x^2-6x+3=0$ 에서

$(-3)^2 - 1 \times 3 = 6 > 0$ 이므로 근의 개수는 2개이다.

$\therefore b = 2$

이차방정식 $0.2(x+1)^2=0.4$ 에서

$2(x+1)^2=4, (x+1)^2=2$

$x^2+2x+1=2, x^2+2x-1=0$

즉, 이차방정식 $x^2+2x-1=0$ 에서

$1^2 - 1 \times (-1) = 2 > 0$

이므로 근의 개수는 2개이다.

$\therefore c = 2$

$\therefore a+b+c = 0+2+2 = 4$

18 **답** ①

이차방정식 $x^2-4x-3k-1=0$ 이 해를 갖지 않으므로

$(-2)^2 - (-3k-1) < 0$

$4+3k+1 < 0, 3k < -5$

$\therefore k < -\frac{5}{3}$

따라서 조건을 만족시키는 정수 k 의 최댓값은 -2 이다.

19 **답** ⑤

이차방정식 $x^2+10x+5k-5=0$ 이 중근을 가지므로

$5^2 - (5k-5) = 0$

$25 - 5k + 5 = 0, 5k = 30 \quad \therefore k = 6$

이차방정식 $x^2-7x+2k=0$, 즉 $x^2-7x+12=0$ 을 풀면

$(x-3)(x-4) = 0 \quad \therefore x = 3$ 또는 $x = 4$

따라서 두 근의 곱은 $3 \times 4 = 12$

20 **답** $3x^2-13x+4=0$

이차방정식 $x^2-5x+4=0$ 에서

$(x-1)(x-4) = 0 \quad \therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

여기서 큰 근은 $x = 4$ 이므로 $a = 4$

이차방정식 $3x^2-4x+1=0$ 에서

$(3x-1)(x-1) = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

여기서 작은 근은 $x = \frac{1}{3}$ 이므로 $b = \frac{1}{3}$





27 [답] 16살

언니의 나이를 x 살이라 하면 동생의 나이는 $(x-3)$ 살이다.

$$(x-3)^2 = 10x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 - 10x - 9 = 0, x^2 - 16x = 0$$

$$x(x-16) = 0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=16$$

이때, x 는 자연수이므로 $x=16$

따라서 언니의 나이는 16살이다.

28 [답] 8 cm

$\overline{BE} = x$ cm라 하면 $\overline{CE} = (12-x)$ cm이다.

직각삼각형 DEC에서 $\angle C = 45^\circ$ 이므로 $\triangle DEC$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{DE} = \overline{CE} = (12-x) \text{ cm}$$

$\overline{BE} > \overline{EC}$ 이므로

$$x > 12-x \quad \therefore x > 6$$

직사각형 BEDF의 넓이가 32 cm^2 이므로

$$x(12-x) = 32$$

$$12x - x^2 = 32$$

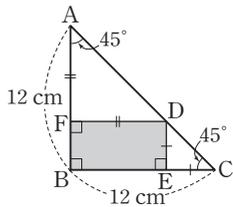
$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=8$$

이때, $x > 6$ 이므로 $x=8$

따라서 $\overline{BE} = 8$ cm이다.



29 [답] ⑤

공원의 가로와 세로의 길이의 비가 5 : 3이므로 각각 $5x$ m, $3x$ m라 하자. (단, $x > 0$)

길을 제외한 부분의 넓이가 48 m^2 이므로

$$(5x-2) \times 3x = 48$$

$$x(5x-2) = 16$$

$$5x^2 - 2x - 16 = 0$$

$$(5x+8)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{8}{5} \text{ 또는 } x=2$$

이때, $x > 0$ 이므로 $x=2$

따라서 공원의 가로의 길이는 $5 \times 2 = 10$ (m)이다.

30 [답] 6

그림과 같이 \overline{GE} 를 그으면 직각삼각형

EFG에서 피타고라스 정리에 의해

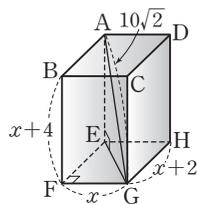
$$\overline{GE}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{EF}^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

또, 직각삼각형 AEG에서 피타고라스

정리에 의해

$$\overline{AG}^2 = \overline{GE}^2 + \overline{AE}^2$$

$$= \overline{FG}^2 + \overline{EF}^2 + \overline{AE}^2 \quad (\because \textcircled{1})$$



즉, $(10\sqrt{2})^2 = x^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2$ 이므로

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 8x + 16 = 200$$

$$3x^2 + 12x - 180 = 0$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x+10)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -10 \text{ 또는 } x=6$$

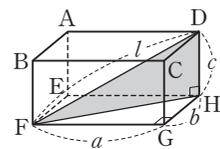
따라서 $x > 0$ 이므로 $x=6$ 이다.

Tip

[직육면체의 대각선의 길이]

(1) 직육면체의 대각선의 길이

그림과 같이 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 a, b, c 인 직육면체의 대각선의 길이를 l 이라 하자.



$\triangle FGH$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

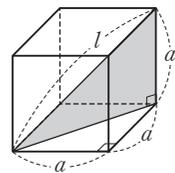
$$\overline{FH} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

따라서 $\triangle DFH$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

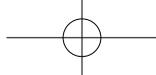
$$l = \sqrt{\overline{FH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

(2) 정육면체의 대각선의 길이

그림과 같이 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이를 l 이라 하면



$$l = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$$



IV 이차함수

이차함수

01 **답** (0, 0), y

02 **답** 아래, 위

03 **답** x

04 **답** ○

05 **답** ○

06 **답** ×

$|2| > |1|$ 이므로 $y=2x^2$ 의 그래프가 $y=x^2$ 의 그래프보다 y 축에 더 가깝다.



개념 연산 훈련

07 **답** ×

x 에 대한 이차방정식이다.

08 **답** ○

09 **답** ×

$x^2-3x+2=x^2-4$ 에서 $-3x+6=0$
⇒ x 에 대한 일차방정식이다.

10 **답** ×

$y=-x^2+x(x+1)-2=-x^2+x^2+x-2=x-2$
⇒ x 에 대한 일차함수이다.

11 **답** ○

12 **답** ×

분모에 x^2 이 있으므로 이차함수가 아니다.

13 **답** $y=x^2+2x$, ○

$y=x(x+2)=x^2+2x$
⇒ x 에 대한 이차함수이다.

14 **답** $y=8x+12$, ×

$y=4(2x+3)=8x+12$
⇒ x 에 대한 일차함수이다.

15 **답** $y=2x^2$, ○

$y=\frac{1}{2} \times x \times 4x=2x^2$
⇒ x 에 대한 이차함수이다.

16 **답** $y=\pi x^2$, ○

$y=\pi x^2 \Rightarrow x$ 에 대한 이차함수이다.

17 **답** $y=x^3$, ×

$y=x^3 \Rightarrow x^3$ 이 있으므로 이차함수가 아니다.

18 **답** (0, 0)

19 **답** 아래

20 **답** 증가

21 **답** y

22 **답** 위

23 **답** 감소

24 **답** ㉠, ㉡

25 **답** ㉢

$y=ax^2$ 에서 $|a|$ 의 값이 클수록 폭이 좁아진다.

㉠, ㉡ $|2| = |-2| = 2$

㉢ $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

㉣ $|3| = 3$

따라서 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㉢이다.

26 **답** ㉠, ㉡

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프와 이차함수 $y=-ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.



개념 필수 유형 잡기

27 **답** ④

① 일차함수

② $y=3x^2-2x^2+1-x^2=1$ 이므로 이차함수가 아니다.

③ 이차방정식

④ $y=2x^2-(1-x)^2=2x^2-(1-2x+x^2)=x^2+2x-1$
이므로 이차함수이다.

⑤ x^3 이 있으므로 이차함수가 아니다.

따라서 이차함수인 것은 ④이다.



28 답 ④

- ① $y = (3x-2) \times x = 3x^2 - 2x$ 이므로 이차함수이다.
- ② $y = x^2$ 이므로 이차함수이다.
- ③ $y = \frac{1}{2} \times 2x \times (x+5) = x^2 + 5x$ 이므로 이차함수이다.
- ④ $y = 2\pi x$ 이므로 일차함수이다.
- ⑤ 둘레의 길이가 10 cm이고, 가로 길이가 x cm이므로 세로 길이는 $(5-x)$ cm이다.
즉, $y = x(5-x) = -x^2 + 5x$ 이므로 이차함수이다.
따라서 이차함수가 아닌 것은 ④이다.

29 답 ④

$$y = kx^2 - 2x + 1 - x(x-1) = kx^2 - 2x + 1 - x^2 + x = (k-1)x^2 - x + 1$$

따라서 이차함수이려면 $k-1 \neq 0$ 이어야 하므로 $k \neq 1$

30 답 ⑤

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \text{에 } x=3 \text{을 대입하면}$$

$$f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$$

31 답 ②

$$f(x) = -x^2 - 3x + 3 \text{에 } x=-2 \text{를 대입하면}$$

$$f(-2) = -(-2)^2 - 3 \times (-2) + 3 = -4 + 6 + 3 = 5$$

32 답 ③

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \text{에 } x=0 \text{과 } x=2 \text{를 각각 대입하면}$$

$$f(0) = 0 - 0 + 1 = 1$$

$$f(2) = \frac{1}{2} \times 2^2 - 2 \times 2 + 1 = 2 - 4 + 1 = -1$$

$$\therefore f(0) + f(2) = 1 + (-1) = 0$$

33 답 ⑤

$$f(x) = 2x^2 - 4x + a \text{에서 } f(1) = 5 \text{이므로}$$

$$f(1) = 2 - 4 + a = -2 + a = 5$$

$$\therefore a = 7$$

34 답 13

$$f(x) = x^2 - ax - 3 \text{에서 } f(4) = -15 \text{이므로}$$

$$f(4) = 16 - 4a - 3 = -15, 13 - 4a = -15$$

$$-4a = -28 \quad \therefore a = 7$$

즉, $f(x) = x^2 - 7x - 3$ 에서 $f(b) = -9$ 이므로

$$b^2 - 7b - 3 = -9, b^2 - 7b + 6 = 0$$

$$(b-1)(b-6) = 0 \quad \therefore b = 1 \text{ 또는 } b = 6$$

이때, $b > 3$ 이므로 $b = 6$

$$\therefore a + b = 7 + 6 = 13$$

35 답 ④

- ② $1^2 = 1, (-1)^2 = 1$ 이므로 두 점 $(1, 1), (-1, 1)$ 을 지난다.
- ④ 아래로 볼록한 포물선이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

36 답 ②

- ㉠ 두 함수의 그래프 모두 원점을 지난다.
- ㉡ $y = -x^2$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $y = x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ㉢ y 축에 대하여 대칭이므로 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
- ㉣ $y = x^2$ 의 그래프는 $x < 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하지만, $y = -x^2$ 의 그래프는 $x < 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
따라서 공통된 성질인 것은 ㉠, ㉣이다.

37 답 ⑤

- ⑤ $|a|$ 의 값이 클수록 폭이 좁아진다.

38 답 ㉡, ㉢, ㉣, ㉠

- 이차함수 $y = ax^2$ 에서 $|a|$ 의 값이 클수록 폭이 좁다.
- ㉠ $|1| = 1$ ㉡ $|-2| = 2$ ㉢ $|\frac{3}{2}| = \frac{3}{2}$ ㉣ $|-1.2| = 1.2$
- 따라서 $2 > \frac{3}{2} > 1.2 > 1$ 이므로 ㉡, ㉢, ㉣, ㉠ 순으로 폭이 좁다.

39 답 ⑤

y 축에 더 가까운 그래프는 폭이 더 좁은 것이므로 $|a| > 3$ 에서 $a > 3$ 이다. ($\because a > 0$)

40 답 ⑤

각 점의 좌표를 $y = \frac{1}{4}x^2$ 에 대입해 보자.

- ① $\frac{1}{4} \times 0^2 = 0$
- ② $\frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$
- ③ $\frac{1}{4} \times 4^2 = 4$
- ④ $\frac{1}{4} \times (-6)^2 = 9$
- ⑤ $\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16} \neq \frac{1}{8}$

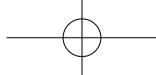
따라서 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

41 답 ⑤

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, 12)$ 를 지나므로

$$12 = 4a \quad \therefore a = 3$$





42 [답] ①

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(3, -18)$ 을 지나므로
 $-18=9a \quad \therefore a=-2$

즉, 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로
 $k=-2 \times (-2)^2=-8$

43 [답] ③

이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(k, 6k)$ 를 지나므로

$$\frac{2}{3}k^2=6k, 2k^2-18k=0$$

$$2k(k-9)=0 \quad \therefore k=0 \text{ 또는 } k=9$$

따라서 양수 k 의 값은 9이다.

44 [답] ③

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(4, 8)$ 을 지나므로

$$8=16a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k=\frac{1}{2} \times (-2)^2=2$$

$$\therefore ak=\frac{1}{2} \times 2=1$$

45 [답] ③

이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프가 점 $(3, k)$ 를 지나므로

$$k=-2 \times 3^2=-2 \times 9=-18$$

또, 두 이차함수 $y=ax^2$ 과 $y=-2x^2$ 의 그래프가 x 축에 대하여 대칭이므로 $a=-(-2)=2$

$$\therefore a+k=2+(-18)=-16$$

46 [답] ②

두 이차함수 $y=ax^2$ 과 $y=-3x^2$ 의 그래프가 x 축에 대하여 대칭이므로 $a=-(-3)=3$

즉, 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로

$$12=3 \times k^2, 3k^2=12$$

$$k^2=4 \quad \therefore k=\pm 2$$

이때, $k>0$ 이므로 $k=2$

$$\therefore a-k=3-2=1$$

47 [답] ③

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 3)$ 을 지나므로

$$3=a \times (-3)^2, 9a=3$$

$$\therefore a=\frac{1}{3}$$

48 [답] ③

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$1=4a \quad \therefore a=\frac{1}{4}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2$ 이다.

49 [답] ④

이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 $(5, -10)$ 을 지나므로

$$-10=25a \quad \therefore a=-\frac{2}{5}$$

따라서 이차함수 $y=-\frac{2}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인

그래프가 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{2}{5}x^2$ 이다.

50 [답] ④

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 $(2, 18)$ 을 지나므로

$$18=4a \quad \therefore a=\frac{9}{2}$$

즉, 이차함수 $y=\frac{9}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(-3, k)$ 를 지나므로

$$k=\frac{9}{2} \times (-3)^2=\frac{81}{2}$$

51 [답] $y=\frac{1}{8}x^2$

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 $(4, 2)$ 를 지나므로

$$2=16a \quad \therefore a=\frac{1}{8}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{8}x^2$ 이다.

52 [답] ⑤

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 $(3, -9)$ 를 지나므로

$$-9=9a \quad \therefore a=-1$$

즉, 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프가 지나는 점인지 확인하기
위해 주어진 점의 좌표를 대입하면

$$\textcircled{1} -(-2)^2=-4 \quad \textcircled{2} -\left(-\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}$$

$$\textcircled{3} -(-1)^2=-1 \quad \textcircled{4} -\left(\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$$

$$\textcircled{5} -4^2=-16 \neq -8$$

따라서 $y=-x^2$ 의 그래프가 지나지 않는 점이 아닌 것은 ⑤이다.



53 답 ⑤

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 (5, 4)를 지나므로

$$4=25a \quad \therefore a=\frac{4}{25}$$

즉, 이차함수의 식은 $f(x)=\frac{4}{25}x^2$ 이므로 $x=10$ 을 대입하면

$$f(10)=\frac{4}{25}\times 10^2=\frac{4}{25}\times 100=16$$

54 답 -6

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하면
그래프가 점 (-3, -3)을 지나므로

$$-3=9a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$$

즉, 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프가 점 (m, m-6)을 지나므로

$$m-6=-\frac{1}{3}m^2$$

$$m^2+3m-18=0$$

$$(m+6)(m-3)=0$$

$$\therefore m=-6 \text{ 또는 } m=3$$

따라서 음수 m의 값은 -6이다.

P 이차함수의 그래프 (1)

01 답 $y=ax^2+q$

02 답 x, p

03 답 $(p, q), x=p$

04 답 \times

이차함수 $y=2x^2+1$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

05 답 \bigcirc

06 답 \bigcirc

이차함수 $y=-2(x+3)^2+5$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (-3, 5)이므로 제2사분면에 있고, $-2 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.



개념 연산 훈련

07 답 $y=3x^2+1$

08 답 $y=-4x^2-2$

09 답 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{2}$

10 답 꼭짓점의 좌표 : (0, 3), 축의 방정식 : $x=0$

11 답 꼭짓점의 좌표 : (0, -2), 축의 방정식 : $x=0$

12 답 꼭짓점의 좌표 : $(0, \frac{2}{3})$, 축의 방정식 : $x=0$

13 답 $y=5(x-1)^2$

14 답 $y=-2(x+6)^2$

15 답 $y=-\frac{1}{2}(x+\frac{1}{4})^2$

16 답 꼭짓점의 좌표 : (1, 0), 축의 방정식 : $x=1$

17 답 꼭짓점의 좌표 : (-4, 0), 축의 방정식 : $x=-4$

18 답 꼭짓점의 좌표 : (-3, 0), 축의 방정식 : $x=-3$

19 답 $y=2(x-1)^2+3$

20 답 $y=-3(x-2)^2-1$

21 답 $y=\frac{3}{2}(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{3}$

22 답 꼭짓점의 좌표 : (1, 4), 축의 방정식 : $x=1$

23 답 꼭짓점의 좌표 : (-2, -3), 축의 방정식 : $x=-2$

24 답 꼭짓점의 좌표 : (-1, 7), 축의 방정식 : $x=-1$

25 답 꼭짓점의 좌표 : $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{5})$, 축의 방정식 : $x=\frac{1}{2}$



개념 필수 유형 잡기

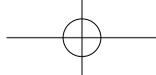
26 답 ②

이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2+3$

따라서 $y=2x^2+3$ 의 그래프가 점 (-1, k)를 지나므로

$$k=2\times(-1)^2+3=5$$





27 답 ②

이차함수 $y=4x^2+2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행 이동한 그래프의 식은 $y=4x^2+2+k$

이것이 이차함수 $y=4x^2-3$ 의 그래프와 일치하므로

$$2+k=-3 \quad \therefore k=-5$$

28 답 ⑤

⑤ 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

29 답 ③

이차함수 $y=2x^2-8$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -8)$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

30 답 ③

이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3(x-2)^2$

따라서 $y=3(x-2)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$,

축의 방정식은 $x=2$ 이므로 $p=2, q=0, r=2$

$$\therefore p+q+r=2+0+2=4$$

31 답 3

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}(x-p)^2$

이 이차함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

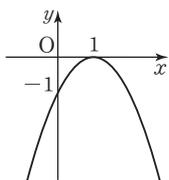
$$\frac{1}{2}(1-p)^2=2, (1-p)^2=4$$

$$1-p=\pm 2 \quad \therefore p=-1 \text{ 또는 } p=3$$

따라서 양수 p 의 값은 3이다.

32 답 ④

이차함수 $y=-(x-1)^2$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이고 위로 볼록한 포물선이므로 그래프는 오른쪽과 같다.



④ 이차함수 $y=(x-1)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y=-(x-1)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-(x-1+1)^2$ 에서 $y=-x^2$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

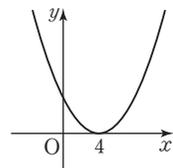
33 답 ②

이차함수 $y=-(x+1)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

34 답 ⑤

이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}(x-4)^2$

따라서 그래프는 그림과 같으므로 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x>4$ 이다.



35 답 ②

이차함수 $y=-(x-2)^2+3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 3)$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

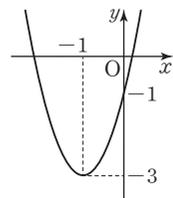
36 답 ③

① 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x=-1$ 이다.

③ $x=0$ 일 때, $y=2 \times 1^2-3=-1$

즉, 주어진 이차함수의 그래프는 그림과 같으므로 그래프는 모든 사분면을 지난다.



④ 평행이동하여도 이차함수의 x^2 의 계수는 변하지 않는다.

⑤ $|2| < |3|$ 이므로 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프가 $y=2x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

37 답 ④

㉠ 축의 방정식은 $x=4$ 이다. (거짓)

㉡ 위로 볼록한 포물선이다. (참)

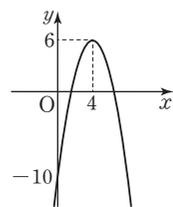
㉢ $x=0$ 일 때, $y=-(-4)^2+6=-10$

즉, y 축과 만나는 점의 좌표는

$(0, -10)$ 이다. (거짓)

㉣ $x>4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다.



38 답 ①

$$\textcircled{1} \frac{1}{2} \times (-4+2)^2 - 1 = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = 1 \neq -3$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2} \times (-2+2)^2 - 1 = \frac{1}{2} \times 0 - 1 = -1$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{2} \times (0+2)^2 - 1 = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = 1$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{2} \times (2+2)^2 - 1 = \frac{1}{2} \times 16 - 1 = 7$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} \times (4+2)^2 - 1 = \frac{1}{2} \times 36 - 1 = 17$$

따라서 그래프 위의 점이 아닌 것은 ①이다.



49 [답] ①

이차함수 $y=7(x-1)^2-4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동한 식은
 $y=7(x-1-1)^2-4-6 \quad \therefore y=7(x-2)^2-10$
 이 이차함수의 그래프가 점 $(0, m)$ 을 지나므로
 $m=7 \times (-2)^2-10=18$

50 [답] ⑤

이차함수 $y=x^2-2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 $2p$ 만큼 평행이동한 식은
 $y=(x-p)^2-2+2p$
 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, -2+2p)$ 이고,
 이 점이 직선 $y=x+4$ 위에 있으므로
 $-2+2p=p+4 \quad \therefore p=6$

51 [답] -16

이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프와 모양이 같으면 x^2 의 계수가 같다.
 즉, x^2 의 계수가 -2 이고, 꼭짓점의 좌표가 $(5, -6)$ 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은
 $y=-2(x-5)^2-6$
 이것이 $y=a(x-p)^2+q$ 와 같으므로
 $a=-2, p=5, q=-6$
 $\therefore ap+q=-2 \times 5 + (-6) = -16$

52 [답] ②

이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프와 모양이 같으면 x^2 의 계수가 같다.
 따라서 x^2 의 계수가 3이고, 꼭짓점의 좌표의 좌표가 $(1, 2)$ 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은
 $y=3(x-1)^2+2$

53 [답] ⑤

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 4)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+4$ 라 하자.
 이 그래프가 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
 $0=4a+4 \quad \therefore a=-1$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2+4$ 이다.

54 [답] ②

꼭짓점의 좌표가 $(0, -5)$ 인 이차함수의 그래프의 식을 $y=ax^2-5$ 라 하자.
 이 그래프가 점 $(2, 7)$ 을 지나므로
 $7=4a-5 \quad \therefore a=3$
 따라서 $y=3x^2-5$ 의 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로
 $k=3 \times (-1)^2-5=-2$

55 [답] ⑤

축의 방정식이 $x=-2$ 인 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x+2)^2+q$ 라 하자.
 이 그래프가 두 점 $(-3, 3), (1, -5)$ 를 지나므로
 $3=a \times (-3+2)^2+q \quad \therefore a+q=3 \quad \dots \text{㉠}$
 $-5=a \times (1+2)^2+q \quad \therefore 9a+q=-5 \quad \dots \text{㉡}$
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1, q=4$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$ 이다.

56 [답] $x > 2$

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 인 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-2)^2+5$ 라 하자.
 이 그래프가 점 $(3, 8)$ 을 지나므로
 $8=a(3-2)^2+5, 8=a+5 \quad \therefore a=3$
 따라서 이차함수 $y=3(x-2)^2+5$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x > 2$ 이다.

57 [답] ②

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 (p, q) 가 $(-2, -5)$ 이므로 $p=-2, q=-5$
 또, 이차함수 $y=a(x+2)^2-5$ 의 그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로
 $-1=a \times 2^2-5, 4a=4 \quad \therefore a=1$
 $\therefore a+p+q=1+(-2)+(-5)=-6$

58 [답] ②

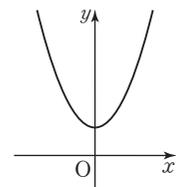
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 고, 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로 $p > 0, q < 0$

59 [답] ③

이차함수 $y=-(x-p)^2+q$ 의 그래프의 꼭짓점 (p, q) 가 제2사분면 위에 있으므로 $p < 0, q > 0$

60 [답] ③

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$ 이고, 그래프가 제1사분면과 제2사분면만을 지나므로 그림과 같아야 한다.
 즉, 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이고, 꼭짓점이 y 축의 양의 부분에 있어야 하므로 $q > 0$
 따라서 항상 옳은 것은 ③이다.





61 [답] ⑤

이차함수 $y=ax^2-q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $a < 0$
또, 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -q)$ 이고, x 축보다 아래쪽에 위치하므로 $-q < 0$ 에서 $q > 0$
따라서 항상 옳은 것은 ⑤이다.

62 [답] ③, ⑤

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하므로 $a > 0$
또, 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고, y 축의 왼쪽에 위치하므로 $p < 0$

③ $a > 0$ 이고, $p < 0$ 에서 $-p > 0$ 이므로 $a-p = a+(-p) > 0$
따라서 항상 옳은 것은 ③, ⑤이다.

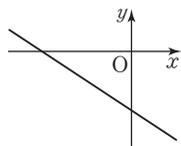
63 [답] ⑤

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제3사분면 위에 있으므로 $p < 0, q < 0$

따라서 $ap < 0, q < 0$ 에서 일차함수

$y=apx+q$ 의 그래프의 기울기는 음수이고 y 절편도 음수이므로 그래프는 그림과 같다.



 **내신 대비 연습 문제 O~P**

01 [답] ②

㉠ $y=4\pi x^2$ 이므로 이차함수이다.

㉡ $y = \frac{1}{2} \times \{x + (x+2)\} \times 4 = 2(2x+2) = 4x+4$

이므로 일차함수이다.

㉢ $y = \frac{1}{3} \times \pi x^2 \times 6 = 2\pi x^2$ 이므로 이차함수이다.

㉣ $y = \frac{50}{x}$ 이므로 이차함수가 아니다.

따라서 이차함수인 것은 ㉠, ㉢이다.

02 [답] 3

$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$ 에서

$f(0) = 1, f(1) = -\frac{1}{3} + 2 + 1 = \frac{8}{3}$

$f(3) = -\frac{1}{3} \times 3^2 + 2 \times 3 + 1 = -3 + 6 + 1 = 4$

$\therefore f(0) + 3 \times \frac{f(1)}{f(3)} = 1 + 3 \times \frac{8}{3} \times \frac{1}{4} = 1 + 2 = 3$

03 [답] 4

$f(x) = x^2 - (a+1)x + 2$ 에서 $f(-2) = 16$ 이므로

$(-2)^2 + 2(a+1) + 2 = 16$

$4 + 2a + 2 + 2 = 16, 2a = 8 \quad \therefore a = 4$

04 [답] ⑤

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 아래로 볼록하면 $a > 0$

또, $|a|$ 의 값이 클수록 폭이 좁아지므로 조건을 만족시키는 이차함수의 그래프는 ⑤ $y=4x^2$ 이다.

05 [답] 4

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(3, -3)$ 을 지나므로

$-3 = 9a \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$

즉, 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(6, k)$ 를 지나므로

$k = -\frac{1}{3} \times 6^2 = -\frac{1}{3} \times 36 = -12$

$\therefore ak = -\frac{1}{3} \times (-12) = 4$

06 [답] $y = \frac{2}{3}x^2$

주어진 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 $y=ax^2$ 이라 하면 그래프가 점 $(-3, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a \times (-3)^2, 9a = -6 \quad \therefore a = -\frac{2}{3}$

따라서 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인

그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y = \frac{2}{3}x^2$ 이다.

07 [답] ②

① 이차함수 $y=x^2-4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.

② 이차함수 $y=x^2-4$ 의 그래프의 축은 y 축이므로 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

③ $y=0$ 일 때

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

즉, 이차함수의 그래프는 두 점

$(2, 0), (-2, 0)$ 을 지난다.

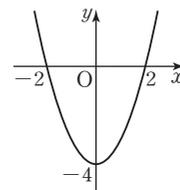
④ 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.

⑤ 이차함수 $y=x^2-4$ 의 그래프를 y 축의

방향으로 4만큼 평행이동하면

$y=x^2-4+4=x^2$ 의 그래프와 포개어진다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.





08 답 ①, ③

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-p)^2$

이때, 이 이차함수의 그래프가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = -2(-2-p)^2, (p+2)^2 = 1$$

$$p+2 = \pm 1 \quad \therefore p = -3 \text{ 또는 } p = -1$$

09 답 ③

③ $y = a(x-p)^2 + q$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = ap^2 + q$

즉, y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, ap^2 + q)$ 이다.

10 답 ④

이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 2x^2 + q$ 이므로 $f(x) = 2x^2 + q$ 이다.

$$f(2) = 2 \times 2^2 + q = 8 + q, f(1) = 2 \times 1^2 + q = 2 + q$$

$$\therefore f(2) - f(1) = 8 + q - (2 + q) = 6$$

11 답 ①

이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y = -3x^2$ 이고, 이것을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면

$$y = -3(x+1)^2 - 2$$

이 그래프가 점 $(k, -14)$ 를 지나므로

$$-3(k+1)^2 - 2 = -14, -3(k+1)^2 = -12$$

$$(k+1)^2 = 4, k+1 = \pm 2 \quad \therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

따라서 자연수 k 의 값은 1이다.

12 답 27

이차함수 $y = -(x-1)^2 + 9$ 의 그래프의 꼭짓점은 $A(1, 9)$

x 축과 만나는 점의 좌표를 구하기 위해

$y=0$ 을 대입하면

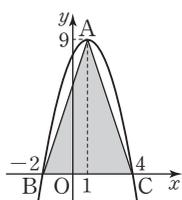
$$-(x-1)^2 + 9 = 0, (x-1)^2 = 9$$

$$x-1 = \pm 3 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 $\overline{BC} = 4 - (-2) = 6$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \text{점 A의 } y\text{좌표}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$



13 답 ③

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2$ 이라 놓자.

그래프가 점 $(0, -2)$ 를 지나므로 대입하면

$$-2 = a \times 2^2, 4a = -2 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

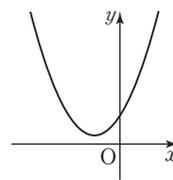
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

14 답 ②

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프는 아래로 볼록하므로 $a > 0$, 꼭짓점 (p, q) 가 제4사분면 위에 있으므로 $p > 0, q < 0$

이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 에서 $p > 0$ 이므로 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (q, a) 는 $q < 0, a > 0$ 이므로 제2사분면 위에 있다.

따라서 구하는 이차함수의 그래프는 그림과 같다.



15 답 5

이차함수 $y = a(x-1)^2 - 6$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

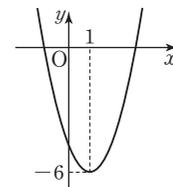
$(1, -6)$ 이고, 그래프가 모든 사분면을 지나려면 $a > 0$ 이어야 한다.

또, 모든 사분면을 지나려면 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

즉, $y = a(x-1)^2 - 6$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y = a - 6 < 0 \quad \therefore a < 6$$

따라서 조건을 만족시키는 가장 큰 정수 a 의 값은 5이다.



Q 이차함수의 그래프 (2)

01 답 $x = -\frac{b}{2a}, (0, c)$

02 답 $>, <$

03 답 $>, <$

04 답 ○

$$y = x^2 + 4x + 7 = (x^2 + 4x + 4) + 3 = (x+2)^2 + 3$$

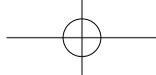
따라서 축의 방정식은 $x = -2$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$ 이다.

05 답 ○

이차함수 $y = 5x^2 - 5x + 2$ 에서 $x=0$ 일 때 $y=2$ 이므로 그래프와 y 축의 교점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

06 답 ×

이차함수 $y = x^2 + kx + 1$ 의 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으면 $1 \times k = k < 0$ 이다.



개념 연산 훈련

07 답 $y = (x+4)^2 - 20$

$y = x^2 + 8x - 4$
 $= (x^2 + 8x + 16 - 16) - 4$
 $= (x+4)^2 - 20$

08 답 $y = 3(x-1)^2 + 4$

$y = 3x^2 - 6x + 7 = 3(x^2 - 2x) + 7$
 $= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7$
 $= 3(x-1)^2 - 3 + 7$
 $= 3(x-1)^2 + 4$

09 답 $y = -4(x-1)^2 + 3$

$y = -4x^2 + 8x - 1 = -4(x^2 - 2x) - 1$
 $= -4(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1$
 $= -4(x-1)^2 + 4 - 1$
 $= -4(x-1)^2 + 3$

10 답 $y = -2(x+3)^2 + 15$

$y = -2x^2 - 12x - 3 = -2(x^2 + 6x) - 3$
 $= -2(x^2 + 6x + 9 - 9) - 3$
 $= -2(x+3)^2 + 18 - 3$
 $= -2(x+3)^2 + 15$

11 답 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) + 3$
 $= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3$
 $= \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2 + 3$
 $= \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$

12 답 꼭짓점의 좌표 : (5, 19)

y 축과의 교점의 좌표 : (0, -6)
 $y = -x^2 + 10x - 6$
 $= -(x^2 - 10x + 25 - 25) - 6$
 $= -(x-5)^2 + 19$

13 답 꼭짓점의 좌표 : (-2, -3)

y 축과의 교점의 좌표 : (0, 5)
 $y = 2x^2 + 8x + 5$
 $= 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5$
 $= 2(x+2)^2 - 3$

14 답 꼭짓점의 좌표 : (2, -10)

y 축과의 교점의 좌표 : (0, 2)
 $y = 3x^2 - 12x + 2 = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2$
 $= 3(x-2)^2 - 10$

15 답 꼭짓점의 좌표 : (-3, 2)

y 축과의 교점의 좌표 : (0, -1)
 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$
 $= -\frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) - 1$
 $= -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 2$

16 답 >

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

17 답 >

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 같다.
즉, $a > 0$ 이므로 $b > 0$ 이다.

18 답 <

y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

19 답 <

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

20 답 >

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 다르다.
즉, $a < 0$ 이므로 $b > 0$ 이다.

21 답 >

y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으므로 $c > 0$

22 답 $a > 0, b < 0, c > 0$

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 다르다.
즉, $a > 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.
 y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으므로 $c > 0$

23 답 $a < 0, b < 0, c < 0$

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 같다.
즉, $a < 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.
 y 축과의 교점이 x 축의 아래에 있으므로 $c < 0$

IV



개념 필수 유형 잡기

24 답 ⑤

$$\begin{aligned}
 y &= -2x^2 - 8x - 3 && \text{(가)} \\
 &= -2(x^2 + \boxed{4}x) - 3 && \text{(나)} \\
 &= -2(x^2 + \boxed{4}x + \boxed{4} - \boxed{4}) - 3 && \text{(다)} \\
 &= -2(x^2 + \boxed{4}x + \boxed{4}) + \boxed{8} - 3 && \text{(라)} \\
 &= -2(x + \boxed{2})^2 + \boxed{5} && \text{(마)}
 \end{aligned}$$

따라서 (가) 4, (나) 4, (다) 8, (라) 2, (마) 5이므로 알맞지 않은 것은 ⑤이다.

25 답 ②

$$\begin{aligned}
 y &= 3x^2 - 6x + 1 = 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\
 &= 3(x - 1)^2 - 3 + 1 = 3(x - 1)^2 - 2
 \end{aligned}$$

이것이 $y = a(x - p)^2 + q$ 와 같으므로
 $a = 3, p = 1, q = -2$
 $\therefore a + p + q = 3 + 1 + (-2) = 2$

26 답 6

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9 - 9) - 1 \\
 &= -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 3 - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 2
 \end{aligned}$$

이것이 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + q$ 와 같으므로

$$\begin{aligned}
 p &= 3, q = 2 \\
 \therefore pq &= 3 \times 2 = 6
 \end{aligned}$$

27 답 ③

이차함수 $y = 2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 점 (2, 3)을 지나므로
 $3 = 2 \times 2^2 - 4 \times 2 + k \quad \therefore k = 3$

즉, 이차함수의 식은 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 이므로

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\
 &= 2(x^2 - 2x + 1) - 2 + 3 = 2(x - 1)^2 + 1
 \end{aligned}$$

이것이 $y = 2(x - p)^2 + q$ 와 같으므로

$$\begin{aligned}
 p &= 1, q = 1 \\
 \therefore k + p + q &= 3 + 1 + 1 = 5
 \end{aligned}$$

28 답 ⑤

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{5}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 25 - 25) - 1 \\
 &= -\frac{1}{5}(x - 5)^2 + 5 - 1 = -\frac{1}{5}(x - 5)^2 + 4
 \end{aligned}$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (5, 4)이고, 축의 방정식은 $x = 5$ 이다.

29 답 ①

$$\begin{aligned}
 \text{① } y &= x^2 + 6x + 12 = (x^2 + 6x + 9 - 9) + 12 = (x + 3)^2 + 3 \\
 &\text{즉, 꼭짓점의 좌표는 } (-3, 3)\text{이므로 제2사분면에 있다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{② } y &= -x^2 + 2x - 4 = -(x^2 - 2x + 1 - 1) - 4 \\
 &= -(x - 1)^2 - 3 \\
 &\text{즉, 꼭짓점의 좌표는 } (1, -3)\text{이므로 제4사분면에 있다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{③ } y &= -2x^2 + 12x - 10 = -2(x^2 - 6x + 9 - 9) - 10 \\
 &= -2(x - 3)^2 + 8 \\
 &\text{즉, 꼭짓점의 좌표는 } (3, 8)\text{이므로 제1사분면에 있다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{④ } y &= 2x^2 + 4x = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) = 2(x + 1)^2 - 2 \\
 &\text{즉, 꼭짓점의 좌표는 } (-1, -2)\text{이므로 제3사분면에 있다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{⑤ } y &= -4x^2 - 8x - 5 = -4(x^2 + 2x + 1 - 1) - 5 \\
 &= -4(x + 1)^2 - 1 \\
 &\text{즉, 꼭짓점의 좌표는 } (-1, -1)\text{이므로 제3사분면에 있다.} \\
 &\text{따라서 꼭짓점이 제2사분면에 있는 것은 ①이다.}
 \end{aligned}$$

30 답 ②

$$\text{① } y = -x^2 + 4 \text{의 축의 방정식은 } x = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{② } y &= 3x^2 + 6x = 3(x^2 + 2x + 1 - 1) = 3(x + 1)^2 - 3 \\
 &\text{즉, 축의 방정식은 } x = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{③ } y &= -x^2 + 2x = -(x^2 - 2x + 1 - 1) = -(x - 1)^2 + 1 \\
 &\text{즉, 축의 방정식은 } x = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{④ } y &= x^2 - 10x + 3 = (x^2 - 10x + 25 - 25) + 3 \\
 &= (x - 5)^2 - 22 \\
 &\text{즉, 축의 방정식은 } x = 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{⑤ } y &= -2x^2 - 8x + 1 = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 1 \\
 &= -2(x + 2)^2 + 9 \\
 &\text{즉, 축의 방정식은 } x = -2
 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = -1$ 인 것은 ②이다.

31 답 ⑤

$$\begin{aligned}
 y &= 3x^2 - 6x + q = 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + q \\
 &= 3(x - 1)^2 - 3 + q
 \end{aligned}$$

즉, 꼭짓점의 좌표가 (1, $-3 + q$)이고, 이것이 (p, 5)와 같으므로 $p = 1$

$$-3 + q = 5 \quad \therefore q = 8$$

$$\therefore p + q = 1 + 8 = 9$$

32 답 ⑤

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 + ax + 7 = \left(x^2 + ax + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4}\right) + 7 \\
 &= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 7
 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = -\frac{a}{2} = -3$ 이므로 $a = 6$



[다른 풀이]

이차함수 $y=x^2+ax+7$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=-3$
 이므로 이차함수의 식을 $y=(x+3)^2+q$ 라 하면
 $y=(x+3)^2+q=x^2+6x+9+q$
 이것이 $y=x^2+ax+7$ 과 같으므로 $a=6$

33 [답] ③

$y=2x^2-4px+1=2(x^2-2px+p^2-p^2)+1$
 $=2(x-p)^2-2p^2+1$
 즉, 꼭짓점의 좌표가 $(p, -2p^2+1)$ 이고, 이것이 $(2, q)$ 와 같
 으므로 $p=2$
 $q=-2p^2+1=-8+1=-7$
 $\therefore pq=2 \times (-7)=-14$

34 [답] -7

$y=x^2-6x+8=(x^2-6x+9-9)+8$
 $=(x-3)^2-1$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, -1)$ 이다.
 이때, x^2 의 계수가 -2 이고, 그래프의 꼭짓점의 좌표가
 $(3, -1)$ 인 이차함수의 식을 구하면
 $y=-2(x-3)^2-1=-2(x^2-6x+9)-1$
 $=-2x^2+12x-19$
 이것이 $y=-2x^2+px+q$ 와 같으므로
 $p=12, q=-19$
 $\therefore p+q=12+(-19)=-7$

35 [답] ①

$y=-\frac{1}{4}x^2+x+k$
 $=-\frac{1}{4}(x^2-4x+4-4)+k$
 $=-\frac{1}{4}(x-2)^2+1+k$
 즉, 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1+k)$ 이고 이 점이 제4사분면에 있
 으므로
 $1+k < 0 \quad \therefore k < -1$

36 [답] -1

이차함수 $y=x^2-5x-6$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의
 $(y$ 좌표) $=0$ 이므로
 $0=x^2-5x-6, (x+1)(x-6)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=6$
 즉, $p=-1, q=6$ 또는 $p=6, q=-1$ 이다.
 또, 이차함수 $y=x^2-5x-6$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의
 좌표는 $(0, -6)$ 이므로 $r=-6$
 $\therefore p+q+r=(-1)+6+(-6)=-1$

37 [답] ④

이차함수 $y=2x^2-5x+k$ 의 그래프가 점 $(1, -1)$ 을 지나므로
 $-1=2-5+k \quad \therefore k=2$
 이차함수 $y=2x^2-5x+2$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의
 $(y$ 좌표) $=0$ 이므로
 $0=2x^2-5x+2, (2x-1)(x-2)=0$
 $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
 즉, $p=\frac{1}{2}, q=2$ 또는 $p=2, q=\frac{1}{2}$ 이다.
 $\therefore kpq=2 \times \frac{1}{2} \times 2=2$

38 [답] (0, -1)

이차함수 $y=-x^2+ax+b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므
 로 이차함수의 식은
 $y=-(x+2)^2+3=-(x^2+4x+4)+3$
 $=-x^2-4x-1$
 따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.

39 [답] ③

이차함수 $y=-x^2+7x-10$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의
 $(y$ 좌표) $=0$ 이므로
 $0=-x^2+7x-10, x^2-7x+10=0$
 $(x-2)(x-5)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=5$
 따라서 주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 좌
 표는 $(2, 0), (5, 0)$ 이므로
 $($ 두 점 사이의 거리 $)=5-2=3$

40 [답] ②

이차함수 $y=-3x^2+3x+18$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의
 좌표는 $(0, 18)$ 이다.
 즉, 직선 $y=x+5k+3$ 이 점 $(0, 18)$ 을 지나므로
 $18=5k+3 \quad \therefore k=3$

41 [답] ⑤

$y=x^2+4x+a=(x^2+4x+4-4)+a$
 $=(x+2)^2-4+a$
 즉, 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -4+a)$ 이고, 이차함수
 $y=x^2+4x+a$ 의 x^2 의 계수는 양수이므로 그래프는 아래로 볼
 록하다.
 이때, 이 이차함수의 그래프가 x 축과 만나려면 꼭짓점의 y 좌
 표가 0보다 작거나 같아야 하므로
 $-4+a \leq 0 \quad \therefore a \leq 4$
 따라서 조건을 만족시키는 가장 큰 정수 a 의 값은 4이다.





Tip

이차함수 $y=x^2+4x+a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 (y 좌표)=0이므로 x 좌표는 이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 해이다.

따라서 이차함수 $y=x^2+4x+a$ 의 그래프가 x 축과 만난다는 것은 이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 해가 존재한다는 뜻이므로

$$4^2-4 \times 1 \times a \geq 0$$
$$16-4a \geq 0 \quad \therefore a \leq 4$$

42 [답] ①

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 1$$
$$= -(x-2)^2 + 3$$

즉, 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 1$ 의 그래프는 x^2 의 계수가 음수이므로 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 (2, 3), y 축과 점 (0, -1)에서 만난다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ①이다.

43 [답] (1) $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ (2) (-2, -1)

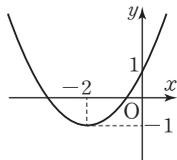
(3) (0, 1) (4) 해설 참조

$$(1) y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) + 1$$
$$= \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$$

(2) 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (-2, -1)이다.

(3) 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ 의 그래프는 y 축과 점 (0, 1)에서 만난다.

(4) 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ 의 그래프는 그림과 같다.

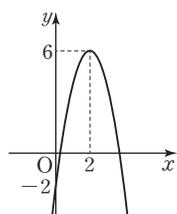


44 [답] 제 1, 3, 4사분면

$$y = -2x^2 + 8x - 2 = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 2$$
$$= -2(x-2)^2 + 6$$

이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 2$ 의 x^2 의 계수가 음수이므로 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 (2, 6), y 축과 점 (0, -2)에서 만난다.

따라서 그래프는 그림과 같으므로 제 1, 3, 4사분면을 지난다.



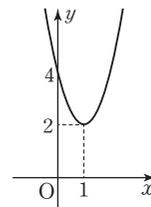
45 [답] 제 3, 4사분면

이차함수 $y = ax^2 - 2ax + 4$ 의 그래프가 점 (3, 10)을 지나므로

$$10 = 9a - 6a + 4$$
$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$
$$y = 2x^2 - 4x + 4$$
$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 4$$
$$= 2(x-1)^2 + 2$$

이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 4$ 의 x^2 의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 (1, 2), y 축과 점 (0, 4)에서 만난다.

따라서 그래프는 그림과 같으므로 지나지 않는 사분면은 제 3, 4사분면이다.



46 [답] ④

$$y = x^2 + 2x + 4$$
$$= (x^2 + 2x + 1 - 1) + 4$$
$$= (x+1)^2 + 3$$

① 꼭짓점의 좌표는 (-1, 3)이다.

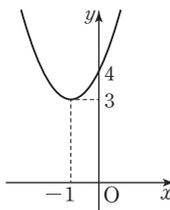
② x^2 의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 4)이다.

④ 그래프는 그림과 같으므로 x 축과 만나지 않는다.

⑤ $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.



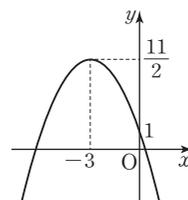
47 [답] ⑤

⑤ $|2a| > |a|$ 이므로 $y = 2ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 폭이 $y = ax^2 + bx + c$ 보다 더 좁다.

48 [답] $x > -3$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$$
$$= -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 9 - 9) + 1$$
$$= -\frac{1}{2}(x+3)^2 + \frac{11}{2}$$

따라서 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프는 그림과 같으므로 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $x > -3$ 이다.





49 [답] ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

㉠ $y=2x^2+8x-10$

$=2(x^2+4x+4-4)-10$
 $=2(x+2)^2-18$

즉, 이차함수 $y=2x^2+8x-10$ 의 그래프는 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -18 만큼 평행이동한 것이다. (참)

㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -18)$ 이다. (거짓)

㉢ 축의 방정식은 $x=-2$ 이다. (참)

㉣ x^2 의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하다. (참)

㉤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -10)$ 이다. (참)

㉥ x 축과 만나는 점의 (y 좌표) $=0$ 이므로

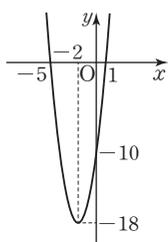
$0=2x^2+8x-10, x^2+4x-5=0$
 $(x+5)(x-1)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=1$

즉, 주어진 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $(-5, 0), (1, 0)$ 이다. (거짓)

㉦ 이차함수 $y=2x^2+8x-10$ 의 그래프는 그림과 같으므로 제1사분면을 지난다. (거짓)

㉧ 그래프에서 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤, ㉧이다.



50 [답] (7, -3)

$y=-\frac{1}{4}x^2+2x-5$
 $=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16-16)-5$
 $=-\frac{1}{4}(x-4)^2-1$

이 이차함수의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-(-2)=-\frac{1}{4}(x-3-4)^2-1$
 $\therefore y=-\frac{1}{4}(x-7)^2-3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(7, -3)$ 이다.

51 [답] $y=x^2-1$

$y=x^2+4x+1$
 $=(x^2+4x+4-4)+1$
 $=(x+2)^2-3$

이 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-2=(x-2+2)^2-3 \quad \therefore y=x^2-1$

52 [답] ④

$y=-3x^2+6x-1=-3(x^2-2x+1-1)-1$
 $=-3(x-1)^2+2$

이 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 식은 $y=-3(x-1-a)^2+2+b$ 이때,

$y=-3x^2-6x+4=-3(x^2+2x+1-1)+4$
 $=-3(x+1)^2+7$

이므로 두 그래프가 일치하려면

$-1-a=1 \quad \therefore a=-2$

$2+b=7 \quad \therefore b=5$

$\therefore a+b=-2+5=3$

53 [답] ②

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식이

$y=-(x-4)^2+3$ 이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=-(x-4)^2+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$y=-(x+2-4)^2+3+2=-(x-2)^2+5$
 $=-(x^2-4x+4)+5=-x^2+4x+1$

이것이 $y=ax^2+bx+c$ 와 같으므로

$a=-1, b=4, c=1$

$\therefore a+b-c=(-1)+4-1=2$

54 [답] ⑤

$y=x^2-10x+17=(x^2-10x+25-25)+17$
 $=(x-5)^2-8$

이 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동하면

$y=(x+1-5)^2-8+3=(x-4)^2-5$

이 그래프가 점 $(3, k)$ 를 지나므로

$k=(3-4)^2-5=-4$

55 [답] ③

이차함수 $y=-x^2+9$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 (y 좌표) $=0$ 이므로

$0=-x^2+9$

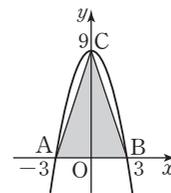
$x^2=9 \quad \therefore x=\pm 3$

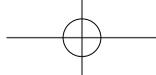
즉, $A(-3, 0), B(3, 0)$ 이므로

$\overline{AB}=3-(-3)=6$

꼭짓점 C 의 좌표는 $C(0, 9)$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 밑변의 길이가 6이고 높이가 9이므로 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9=27$

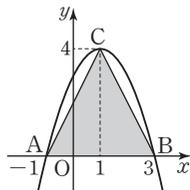




56 **답** (1) A(-1, 0), B(3, 0) (2) C(1, 4) (3) 4 (4) 8

(1) $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 (y 좌표)=0이므로
 $0 = -x^2 + 2x + 3, x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
 즉, A(-1, 0), B(3, 0)이다.

(2) $y = -x^2 + 2x + 3$
 $= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$
 $= -(x-1)^2 + 4$
 즉, 꼭짓점 C의 좌표는 C(1, 4)이다.



(3) $\overline{AB} = 3 - (-1) = 4$

(4) $\triangle ABC$ 의 밑변의 길이가 4이고 높이가 4이므로 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

57 **답** ④

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 6$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 (y 좌표)=0이므로

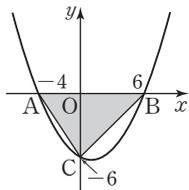
$$0 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 6, x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x+4)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 6$$

즉, A(-4, 0), B(6, 0)이므로

$$\overline{AB} = 6 - (-4) = 10$$

또, 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 6$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점 C의 좌표는 C(0, -6)이다.



따라서 $\triangle ABC$ 의 밑변의 길이가 10이고 높이가 6이므로
 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$

58 **답** ③

$$y = x^2 + 2x - 4 = (x^2 + 2x + 1 - 1) - 4 = (x+1)^2 - 5$$

즉, 꼭짓점의 좌표는 A(-1, -5)이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 B(0, -4)이다.

따라서 $\triangle ABO$ 의 밑변의 길이는 4, 높이는 1이므로 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$$

59 **답** ②

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 다르다. 즉, $a > 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.

또, 그래프와 y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

④ $a + b$ 의 부호는 알 수 없다.

⑤ $a > 0, c < 0$ 이므로 $ac < 0$

60 **답** $a < 0, b > 0, c < 0$

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 다르다. 즉, $a < 0$ 이므로 $b > 0$ 이다.

또, 그래프와 y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

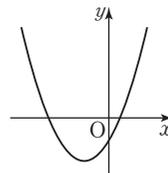
61 **답** 제 3사분면

a, b, c 는 자연수이므로 모두 양수이다.

이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 에서 $a > 0$ 이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, a 와 b 의 부호가 같으므로 그래프의 축은 y 축의 왼쪽에 있다.

또, $-c < 0$ 이므로 그래프와 y 축과의 교점은 x 축의 아래쪽에 있다.

따라서 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프는 그림과 같은 모양이므로 꼭짓점은 제 3사분면에 있다.

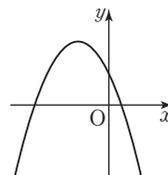


62 **답** 제 1, 2, 3, 4사분면

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a < 0$ 이므로 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, a 와 b 의 부호가 같으므로 그래프의 축은 y 축의 왼쪽에 있다.

또, $c > 0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축의 위쪽에 있다.

따라서 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 그림과 같은 모양이므로 제 1, 2, 3, 4사분면을 모두 지난다.



R 이차함수의 활용

01 **답** $x - 2, 3$

02 **답** $x + 3$

03 **답** x^2, x

04 **답** $x - 4$

05 **답** ○

06 **답** ×

$y = a(x-5)^2 + q$ 라 놓아야 한다.



07 답 ○

08 답 ×

$y=a(x+1)(x-3)$ 이라 놓아야 한다.



개념 연산 훈련

09 답 $y=-3x^2+2$

꼭짓점의 좌표가 (0, 2)인 이차함수의 식을

$y=ax^2+2$ 라 놓자.

그래프가 점 (1, -1)을 지나므로

$$-1=a+2 \quad \therefore a=-3$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-3x^2+2$ 이다.

10 답 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2$

꼭짓점의 좌표가 (-3, 0)인 이차함수의 식을

$y=a(x+3)^2$ 이라 놓자.

그래프가 점 (1, 8)을 지나므로

$$8=16a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2$ 이다.

11 답 $y=-2(x-1)^2$

축의 방정식이 $x=1$ 인 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2+q$ 라 놓자.

점 (0, -2)를 지나므로 $-2=a+q \dots \textcircled{1}$

점 (3, -8)을 지나므로 $-8=4a+q \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 을 하면

$$3a=-6 \quad \therefore a=-2$$

$a=-2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-2+q=-2 \quad \therefore q=0$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-2(x-1)^2$ 이다.

12 답 $y=3(x-2)^2-1$

축의 방정식이 $x=2$ 인 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+q$ 라 놓자.

점 (1, 2)를 지나므로 $2=a+q \dots \textcircled{1}$

점 (4, 11)을 지나므로 $11=4a+q \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 을 하면

$$3a=9 \quad \therefore a=3$$

$a=3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3+q=2 \quad \therefore q=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=3(x-2)^2-1$ 이다.

13 답 $y=-x^2+4x-3$

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라 놓자.

그래프가 점 (0, -3)을 지나므로 $c=-3$

즉, $y=ax^2+bx-3$ 의 그래프가 점 (1, 0)을 지나므로

$$a+b-3=0 \quad \therefore a+b=3 \dots \textcircled{1}$$

그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$$4a+2b-3=1 \quad \therefore 2a+b=2 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 을 하면 $a=-1$

$a=-1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-1+b=3 \quad \therefore b=4$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2+4x-3$ 이다.

14 답 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라 놓자.

그래프가 점 (0, 2)를 지나므로 $c=2$

즉, $y=ax^2+bx+2$ 의 그래프가 점 (1, 1)을 지나므로

$$a+b+2=1 \quad \therefore a+b=-1 \dots \textcircled{1}$$

그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$$4a+2b+2=1 \quad \therefore 4a+2b=-1 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}-\textcircled{1} \times 2$ 를 하면

$$2a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

$a=\frac{1}{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{1}{2}+b=-1 \quad \therefore b=-\frac{3}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$ 이다.

15 답 $y=2x^2-8x+6$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-3)$ 이라 놓자.

그래프가 점 (2, -2)를 지나므로

$$-2=a \times (2-1) \times (2-3)$$

$$-a=-2 \quad \therefore a=2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=2(x-1)(x-3)=2(x^2-4x+3)$$

$$=2x^2-8x+6$$

16 답 $y=-x^2+4$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-2)$ 라 놓자.

그래프가 점 (0, 4)를 지나므로

$$4=a \times 2 \times (-2)$$

$$-4a=4 \quad \therefore a=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-(x+2)(x-2)=-x^2+4$$

$$=-x^2+4$$





17 **답** $y = -5(x-2)^2 + 20$

꼭짓점의 좌표 : (2, 20)

$$\begin{aligned} y &= 20x - 5x^2 \\ &= -5(x^2 - 4x + 4 - 4) \\ &= -5(x-2)^2 + 20 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (2, 20)이다.

18 **답** 4초 후

지면에 떨어지면 높이가 0 m이므로

$y = 20x - 5x^2$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$20x - 5x^2 = 0, \quad x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 4$$

이때, $x > 0$ 이므로 $x = 4$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 4초 후이다.

19 **답** 1초 후 또는 3초 후

$y = 20x - 5x^2$ 에 $y = 15$ 를 대입하면

$$15 = 20x - 5x^2, \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 물체의 높이가 15 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후 또는 3초 후이다.



개념 필수 유형 잡기

20 **답** ④

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (-2, 8)이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 + 8$ 이라 놓자.

그래프가 점 (0, 4)를 지나므로

$$4 = 4a + 8 \quad \therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = -(x+2)^2 + 8$$

21 **답** (0, 1)

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (-1, -3)이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 3$ 이라 놓자.

그래프가 점 (1, 13)을 지나므로

$$13 = 4a - 3 \quad \therefore a = 4$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = 4(x+1)^2 - 3 = 4x^2 + 8x + 1$$

이므로 이 이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 1)이다.

22 **답** 5

그래프의 꼭짓점의 좌표가 (-1, -3)이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 3$ 이라 놓자.

그래프가 점 (0, -1)을 지나므로

$$-1 = a - 3 \quad \therefore a = 2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$\begin{aligned} y &= 2(x+1)^2 - 3 = 2(x^2 + 2x + 1) - 3 \\ &= 2x^2 + 4x - 1 \end{aligned}$$

이고, 이것이 $y = ax^2 + bx + c$ 와 같으므로

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 4 + (-1) = 5$$

23 **답** -5

그래프의 꼭짓점의 좌표가 (-2, 3)이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 + 3$ 이라 놓자.

그래프가 점 (0, 1)을 지나므로

$$1 = 4a + 3 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 이고,

이 그래프가 점 (2, k)를 지나므로

$$k = -\frac{1}{2} \times (2+2)^2 + 3 = -8 + 3 = -5$$

24 **답** ①

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 7 = 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

즉, 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (1, 4)이고, 이 이차함수의 그래프와 이차함수

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프의 꼭짓점이 같으므로

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (1, 4)이다.

$$\therefore p = 1, \quad q = 4$$

또, 이차함수 $y = a(x-1)^2 + 4$ 의 그래프가 점 (2, 0)을 지나므로

$$0 = a + 4 \quad \therefore a = -4$$

$$\therefore apq = (-4) \times 1 \times 4 = -16$$

25 **답** $y = \frac{2}{3}x^2 - 6$

그래프의 꼭짓점의 좌표가 (0, -6)이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 - 6$ 이라 놓자.

그래프가 점 (3, 0)을 지나므로

$$0 = 9a - 6 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = \frac{2}{3}x^2 - 6$$

**Tip**

이차함수의 그래프에서 축이 y 축과 일치하므로 그래프가 x 축과 만나는 두 점은 y 축에 대하여 대칭이다.

즉, 주어진 그래프는 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만나고 점 $(0, -6)$ 을 지나는 포물선이다.

이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-3)$ 으로 놓으면 그래프가 점 $(0, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = -9a \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = \frac{2}{3}x^2 - 6$ 이다.

26 **답** ④

축의 방정식이 $x=3$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x-3)^2 + q \text{라 놓자.}$$

그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + q \cdots \text{㉠}$$

또, 그래프가 점 $(9, 9)$ 를 지나므로

$$9 = 36a + q \cdots \text{㉡}$$

㉡-㉠을 하면

$$27a = 9 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

$a = \frac{1}{3}$ 을 ㉠에 대입하면

$$9 \times \frac{1}{3} + q = 0 \quad \therefore q = -3$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 3$$

27 **답** ①

축의 방정식이 $x=0$ 이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+q$ 라 놓자.

그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a + q \cdots \text{㉠}$$

또, 그래프가 점 $(-2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 4a + q \cdots \text{㉡}$$

㉡-㉠을 하면

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

$a=2$ 를 ㉠에 대입하면

$$2 + q = -2 \quad \therefore q = -4$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = 2x^2 - 4$$

이것이 $y=a(x-p)^2+q$ 와 같으므로

$$a=2, p=0, q=-4$$

$$\therefore a+p+q=2+0+(-4)=-2$$

28 **답** ①

축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x-2)^2 + q \text{라 놓자.}$$

그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $0 = 4a + q \cdots \text{㉠}$

또, 그래프가 점 $(6, 6)$ 을 지나므로 $6 = 16a + q \cdots \text{㉡}$

㉡-㉠을 하면

$$12a = 6 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$a = \frac{1}{2}$ 을 ㉠에 대입하면

$$2 + q = 0 \quad \therefore q = -2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

이것이 $y=ax^2+bx+c$ 와 같으므로

$$a = \frac{1}{2}, b = -2, c = 0$$

$$\therefore a+b+c = \frac{1}{2} + (-2) + 0 = -\frac{3}{2}$$

Tip

이차함수의 그래프에서 축이 직선 $x=2$ 이므로 그래프가 x 축과 만나는 두 점은 직선 $x=2$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 주어진 그래프는 x 축과 두 점 $(0, 0)$, $(4, 0)$ 에서 만나고 점 $(6, 6)$ 을 지나는 포물선이다.

이차함수의 식을 $y=ax(x-4)$ 로 놓으면 그래프가

점 $(6, 6)$ 을 지나므로

$$6 = a \times 6 \times 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 이다.

29 **답** ②

축의 방정식이 $x=-2$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x+2)^2 + q \text{라 놓자.}$$

그래프가 점 $(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = 4a + q \cdots \text{㉠}$

또, 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로 $0 = 9a + q \cdots \text{㉡}$

㉡-㉠을 하면

$$5a = -5 \quad \therefore a = -1$$

$a=-1$ 을 ㉠에 대입하면

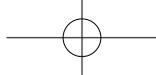
$$-4 + q = 5 \quad \therefore q = 9$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -(x+2)^2 + 9$ 이고

이 이차함수의 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로

$$k = -4^2 + 9 = -16 + 9 = -7$$





35 [답] ①

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라 놓자.

그래프가 점 $(0, -2)$ 를 지나므로 $c=-2$

이차함수 $y=ax^2+bx-2$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$$3=a+b-2 \quad \therefore a+b=5 \cdots \text{㉠}$$

또, 그래프가 점 $(2, 6)$ 을 지나므로

$$6=4a+2b-2 \quad \therefore 2a+b=4 \cdots \text{㉡}$$

㉡-㉠을 하면 $a=-1$

$a=-1$ 을 ㉠에 대입하면

$$-1+b=5 \quad \therefore b=6$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2+6x-2$ 이고

이 이차함수의 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로

$$k=-1-6-2=-9$$

36 [답] ⑤

이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-4)$ 라 놓자.

그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$$3=a \times 3 \times (-3), -9a=3 \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+2)(x-4) = -\frac{1}{3}(x^2-2x-8) \\ &= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \end{aligned}$$

이것이 $y=ax^2+bx+c$ 와 같으므로

$$a=-\frac{1}{3}, b=\frac{2}{3}, c=\frac{8}{3}$$

$$\therefore 3a + \frac{c}{b} = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{8}{3} \div \frac{2}{3} = -1 + \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = 3$$

37 [답] ③

이차함수 $y=3x^2$ 과 그래프의 모양이 같으므로 x^2 의 계수는 3이다.

따라서 그래프가 두 점 $(2, 0), (5, 0)$ 을 지나는 이차함수의 식은

$$\begin{aligned} y &= 3(x-2)(x-5) = 3(x^2-7x+10) \\ &= 3x^2-21x+30 \end{aligned}$$

38 [답] ③

이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-4)$ 라 놓자.

그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4=a \times (-4) \quad \therefore a=1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=(x+1)(x-4)=x^2-3x-4$$

이것이 $y=ax^2+bx+c$ 와 같으므로

$$a=1, b=-3, c=-4$$

$$\therefore a+b+c=1+(-3)+(-4)=-6$$

39 [답] 8

이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$ 라 놓자.

그래프가 점 $(0, 12)$ 를 지나므로

$$12=a \times 3 \times (-2) \quad \therefore a=-2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$\begin{aligned} y &= -2(x+3)(x-2) = -2(x^2+x-6) \\ &= -2x^2-2x+12 \end{aligned}$$

이고, 이 이차함수의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k=-2-2+12=8$$

40 [답] $(-1, 1)$

이차함수 $y=-x^2+mx+n$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0), (0, 0)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} y &= -x(x+2) = -x^2-2x \\ &= -(x^2+2x+1-1) = -(x+1)^2+1 \end{aligned}$$

따라서 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

41 [답] ④

이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표가 $-1, 5$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$ 라 놓자.

그래프가 점 $(3, 8)$ 을 지나므로

$$8=a \times 4 \times (-2) \quad \therefore a=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-(x+1)(x-5) = -(x^2-4x-5) = -x^2+4x+5$$

이므로 이 이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 5이다.

42 [답] ④

직사각형의 가로 길이 x 이고, 둘레 길이 20이므로 $(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})=10$ 에서 세로의 길이는 $10-x$ 이다.

$$\therefore y=x(10-x) = -x^2+10x \quad (\text{단}, 0 < x < 10)$$

43 [답] (1) $y=x^2+20x$ (2) 4, 24

(1) 차가 20인 두 수 중 작은 수가 x 이므로 큰 수는 $x+20$ 이다. 따라서 두 수의 곱 y 는

$$y=x(x+20)=x^2+20x$$

(2) 두 수의 곱이 96이므로 $y=x^2+20x$ 에 $y=96$ 을 대입하면

$$96=x^2+20x$$

$$x^2+20x-96=0$$

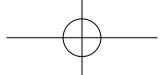
$$(x+24)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-24 \text{ 또는 } x=4$$

이때, x 는 자연수이므로 $x=4$

따라서 두 수는 4, 24이다.





44 [답] 6

$$\overline{AP} = x \text{이므로 } \overline{BP} = 10 - x$$

두 직각이등변삼각형의 넓이의 합 y 는

$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}(10-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}(100 - 20x + x^2) \\ = x^2 - 10x + 50$$

넓이가 26이 되는 것은 $y=26$ 이므로

$$26 = x^2 - 10x + 50$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x-4)(x-6) = 0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=6$$

따라서 $\overline{AP} > \overline{BP}$ 이므로 $\overline{AP} = 6$

45 [답] (1) $S = -t^2 + 10t$ (2) (5, 25)

(1) □OQPR는 직사각형이고, 직사각형 OQPR의 넓이는 $\overline{OQ} \times \overline{PQ}$ 이다.

이때, $\overline{OQ} = t$, $\overline{PQ} = -t + 10$ 이므로

$$S = t(-t + 10) = -t^2 + 10t \quad (0 < t < 10)$$

$$(2) S = -t^2 + 10t = -(t^2 - 10t + 25 - 25)$$

$$= -(t-5)^2 + 25$$

따라서 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (5, 25)이다.

46 [답] 해설 참조

x 초 후에 $\overline{AP} = x$ cm이고, $\overline{QB} = 2x$ cm이므로

$\overline{AQ} = (8 - 2x)$ cm이다.

따라서 $\triangle PAQ$ 의 넓이가 y cm²이므로

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (8 - 2x) = x(4 - x) = -x^2 + 4x$$

이것을 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 정리하면

$$y = -x^2 + 4x = -(x^2 - 4x + 4 - 4)$$

$$= -(x-2)^2 + 4$$

47 [답] $y = -(x-4)^2 + 16$

부채꼴의 반지름의 길이가 x cm, 둘레의 길이가 16 cm이므로 호의 길이를 l cm라 하면

$$2 \times (\text{반지름의 길이}) + (\text{호의 길이}) = 16 \text{이므로}$$

$$2x + l = 16 \quad \therefore l = 16 - 2x$$

따라서 (부채꼴의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{반지름의 길이}) \times (\text{호의 길이})$

이므로

$$y = \frac{1}{2}x(16 - 2x)$$

$$= 8x - x^2$$

$$= -(x^2 - 8x + 16 - 16)$$

$$= -(x-4)^2 + 16 \quad (0 < x < 8)$$

내신 대비 연습 문제 Q~R

01 [답] ⑤

$$y = -\frac{1}{4}x^2 - 3x + 5 = -\frac{1}{4}(x^2 + 12x + 36 - 36) + 5$$

$$= -\frac{1}{4}(x+6)^2 + 9 + 5 = -\frac{1}{4}(x+6)^2 + 14$$

이것이 $y = a(x-p)^2 + q$ 와 같으므로

$$a = -\frac{1}{4}, p = -6, q = 14$$

$$\therefore apq = -\frac{1}{4} \times (-6) \times 14 = 21$$

02 [답] 제3사분면

$$y = 2x^2 + 8x + 7 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 7$$

$$= 2(x+2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (-2, -1)이므로 제3사분면에 위치한다.

03 [답] ④

$$y = 2x^2 - 4x + p = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + p$$

$$= 2(x-1)^2 - 2 + p$$

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (1, -2+p)이고,

이 점이 직선 $y = 3x + 1$ 위에 있으므로

$$-2 + p = 3 + 1 \quad \therefore p = 6$$

04 [답] 8

이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의

(y 좌표) = 0이므로 $y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

즉, $a = 2$, $b = 3$ 이다.

또, 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점

의 좌표는 (0, 3)이므로 $c = 3$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 + 3 = 8$$

05 [답] ①

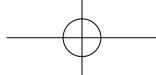
$$y = -3x^2 - 6x + a + 1 = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + a + 1$$

$$= -3(x+1)^2 + a + 4$$

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (-1, a+4)이고,

위로 볼록한 포물선이므로 x 축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y 좌표가 0보다 작아야 한다.

$$a + 4 < 0 \quad \therefore a < -4$$



06 답 ③

$$y=2x^2-4x-5=2(x^2-2x+1-1)-5=2(x-1)^2-7$$

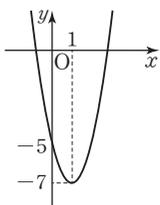
㉠ 축의 방정식은 $x=1$ 이다. (참)

㉡ 주어진 이차함수를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 7 만큼 평행이동하면 $y=2x^2$ 의 그래프와 포개어진다. (참)

㉢ 그래프는 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다. (참)

㉣ $x>1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.



07 답 (-1, -2)

$$y=\frac{1}{3}x^2+2x-4=\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)-4=\frac{1}{3}(x+3)^2-7$$

이 이차함수의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면

$$y=\frac{1}{3}(x-2+3)^2-7+5=\frac{1}{3}(x+1)^2-2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.

08 답 64

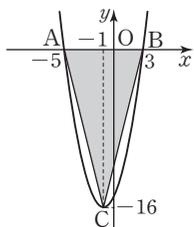
이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-5, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만나므로

$$y=(x+5)(x-3)=x^2+2x-15$$
$$=(x^2+2x+1-1)-15=(x+1)^2-16$$

즉, 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $C(-1, -16)$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 밑변의 길이가 $\overline{AB}=3-(-5)=8$, 높이가 16 이므로

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$$



09 답 ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

㉠ 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$ (참)

㉡ 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 다르다. 즉, $a<0$ 이므로 $b>0$ 이다. (참)

㉢ y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으므로 $c>0$ (거짓)

㉣ $b>0, c>0$ 이므로 $b+c>0$ (참)

㉤ $a<0, b>0, c>0$ 이므로 $abc<0$ (거짓)

㉥ 그래프에서 $x=1$ 일 때, $y=a+b+c>0$ (참)

㉦ 그래프에서 $x=-1$ 일 때, $y=a-b+c<0$ (거짓)

㉧ 그래프에서 $0\leq x\leq 1$ 일 때, $y>0$ 이므로

$$x=\frac{1}{2}\text{일 때, }y=\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c>0$$

$$\therefore a+2b+4c>0\text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣, ㉤이다.

10 답 제 2사분면

주어진 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

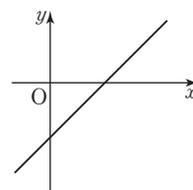
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 같다.

즉, $a>0$ 이므로 $b>0$ 이다.

또, y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

즉, 일차함수 $y=(a+b)x+c$ 의 기울기는 $a+b>0$ 이고, y 절편은 $c<0$ 이므로 그래프의 모양은 그림과 같다.

따라서 일차함수의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 2사분면이다.



11 답 -10

$$y=-\frac{1}{3}x^2+4x-2=-\frac{1}{3}(x^2-12x+36-36)-2$$

$$=-\frac{1}{3}(x-6)^2+10$$

이 이차함수의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그

$$\text{래프의 식은 }y=-\frac{1}{3}(x-6)^2+10+k$$

따라서 꼭짓점이 x 축 위에 있으려면

$$10+k=0 \quad \therefore k=-10$$

12 답 ③

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y=a(x-1)^2-2\text{라 놓자.}$$

그래프가 점 $(2, -1)$ 을 지나므로

$$-1=a-2 \quad \therefore a=1$$

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y=(x-1)^2-2=x^2-2x+1-2=x^2-2x-1$$

이것이 $y=ax^2+bx+c$ 와 같으므로

$$a=1, b=-2, c=-1$$

$$\therefore a+b-c=1+(-2)-(-1)=0$$

13 답 ③

축의 방정식이 $x=-1$ 이므로 이차함수의 식을

$$y=a(x+1)^2+q\text{라 놓자.}$$

그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로 $1=a+q \dots$ ㉠

또, 그래프가 점 $(2, -15)$ 를 지나므로 $-15=9a+q \dots$ ㉡

$$\text{㉡}-\text{㉠}\text{을 하면 }8a=-16 \quad \therefore a=-2$$

$$a=-2\text{를 ㉠에 대입하면 }-2+q=1 \quad \therefore q=3$$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-2(x+1)^2+3$

이 이차함수의 그래프가 점 $(k, -5)$ 를 지나므로

$$-5=-2(k+1)^2+3, (k+1)^2=4$$

$$k+1=\pm 2 \quad \therefore k=-3\text{ 또는 }k=1$$

따라서 음수 k 의 값은 -3 이다.



14 [답] 4

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라 놓자.
 그래프가 점 $(0, -5)$ 를 지나므로 $c=-5$
 즉, 이차함수 $y=ax^2+bx-5$ 의 그래프가 점 $(-1, -12)$ 를 지나므로

$$-12=a-b-5 \quad \therefore a-b=-7 \cdots \text{㉠}$$

또, 그래프가 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$3=4a+2b-5 \quad \therefore 2a+b=4 \cdots \text{㉡}$$

㉠+㉡을 하면

$$3a=-3 \quad \therefore a=-1$$

$a=-1$ 을 ㉡에 대입하면

$$-2+b=4 \quad \therefore b=6$$

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y=-x^2+6x-5$$

이 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 교점의 (y 좌표) $=0$ 이므로 $y=0$ 을 대입하면

$$0=-x^2+6x-5, x^2-6x+5=0$$

$$(x-1)(x-5)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 두 교점 A, B의 좌표는 $(1, 0), (5, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}=5-1=4$$

15 [답] ①

이차함수 $y=x^2$ 의 그래프와 모양이 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 x^2 의 계수는 1이고, 꼭짓점의 좌표가 $(2, q)$ 이므로 이차함수의 식을 $y=(x-2)^2+q$ 라 놓자.

그래프가 점 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$0=25+q \quad \therefore q=-25$$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=(x-2)^2-25$ 이고 이 그래프

가 점 $(p, 0)$ 을 지나므로

$$0=(p-2)^2-25, (p-2)^2=25$$

$$p-2=\pm 5 \quad \therefore p=-3 \text{ 또는 } p=7$$

그런데 $p \neq -3$ 이므로 $p=7$

$$\therefore p+q=7+(-25)=-18$$

16 [답] $y=-3x^2+12x$

점 P가 매초 3 cm의 속력으로 움직이므로 출발한 지 x 초 후

$$\overline{BP}=3x \text{ cm}, \overline{PC}=(12-3x) \text{ cm} \text{이다.}$$

또, 점 Q가 매초 2 cm의 속력으로 움직이므로 출발한 지 x 초 후

$$\overline{CQ}=2x \text{ cm} \text{이다.}$$

따라서 $\triangle PCQ$ 의 넓이 y 는

$$y=\frac{1}{2} \times (12-3x) \times 2x=x(12-3x)$$

$$=-3x^2+12x \quad (0 < x < 4)$$



대단원 총정리 문제 IV 이차함수

01 [답] ③, ⑤

③ $y=\frac{1}{x^2}+5$ 는 분모에 x^2 이 있으므로 이차함수가 아니다.

⑤ $y=(2-x)^2+x^3$ 은 x^3 이 있으므로 이차함수가 아니다.

02 [답] 7

이차함수 $f(x)=2x^2+6x-a(a+1)$ 에서

$$f(-2)=2 \times (-2)^2+6 \times (-2)-a(a+1) \\ =-4-a(a+1)$$

$$f(-2)=-16 \text{이므로}$$

$$-4-a(a+1)=-16$$

$$a(a+1)-12=0$$

$$a^2+a-12=0$$

$$(a+4)(a-3)=0$$

$$\therefore a=-4 \text{ 또는 } a=3$$

이때, $a > 0$ 이므로 $a=3$

즉, 이차함수 $f(x)=2x^2+6x-12$ 이므로

$$b=f(1)=2+6-12=-4$$

$$\therefore a-b=3-(-4)=7$$

03 [답] ⑤

⑤ $|-3| > |2|$ 이므로 $y=-3x^2$ 의 그래프가 $y=2x^2$ 의 그래프보다 y 축에 더 가깝다.

04 [답] ⑤

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$-4=4a \quad \therefore a=-1$$

즉, 이차함수의 식은 $y=-x^2$ 이고 이 이차함수의 그래프가 점

$(-3, b)$ 를 지나므로

$$b=-(-3)^2=-9$$

$$\therefore \frac{b}{a}=\frac{-9}{-1}=9$$

05 [답] ③

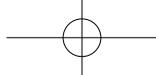
이차함수 $y=-5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-5x^2+q$$

이 이차함수의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$$3=-5+q \quad \therefore q=8$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-5x^2+8$ 이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 8)$ 이다.

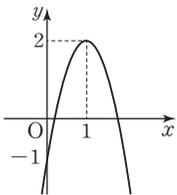


06 답 ④

- ㉠ $y=4x^2$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이지만 $y=4(x+1)^2$ 의 그래프는 직선 $x=-1$ 에 대하여 대칭이다.
 - ㉡ 두 이차함수 모두 x^2 의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하다.
 - ㉢ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하는 것은 $y=4x^2$ 의 그래프이다. $y=4(x+1)^2$ 의 그래프는 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 - ㉣ $y=4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동하거나 $y=4(x+1)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=4(x-1)^2$ 의 그래프와 포개어진다.
- 따라서 주어진 두 이차함수의 공통된 성질인 것은 ㉡, ㉣이다.

07 답 ⑤

- 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -3(x-1)^2 + 2$
- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 2)이다.
 - ② $x=3$ 을 대입하면 $y = -3 \times (3-1)^2 + 2 = -12 + 2 = -10$ 이므로 점 (3, -10)을 지난다.
 - ③ x^2 의 계수가 음수이므로 위로 볼록한 포물선이고, $x=0$ 일 때, $y = -3 \times (-1)^2 + 2 = -3 + 2 = -1$ 이므로 그래프는 그림과 같다. 즉, 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.
 - ④ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 - ⑤ 위의 그래프에서 모든 실수 x 의 값에 대하여 y 의 값은 2보다 작거나 같다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



08 답 ⑤

- 이차함수 $y = -2(x+1)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 $p+1$ 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-p+1)^2 + 1 + p + 1 = -2(x-p+1)^2 + p + 2$
- 이 이차함수의 그래프가 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로 $-1 = -2(-1-p+1)^2 + p + 2$
 $-1 = -2p^2 + p + 2, 2p^2 - p - 3 = 0$
 $(p+1)(2p-3) = 0 \quad \therefore p = -1$ 또는 $p = \frac{3}{2}$
- 따라서 p 는 음수이므로 $p = -1$

09 답 ㉠, ㉢, ㉣

- 이차함수 $y = 2(x-2)^2 - 3$ 에 대하여
- ㉠ $x=2$ 일 때, $y = -3$
 - ㉡ $x=1$ 일 때, $y = 2 - 3 = -1$
 - ㉢ $x=0$ 일 때, $y = 2 \times (-2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$
 - ㉣ $x=3$ 일 때, $y = 2 - 3 = -1$
 - ㉤ $x=4$ 일 때, $y = 2 \times 2^2 - 3 = 8 - 3 = 5$
 - ㉥ $x=-1$ 일 때, $y = 2 \times (-3)^2 - 3 = 15$
- 따라서 그래프 위의 점인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

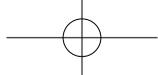
10 답 ⑤

- ① 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이므로 제3사분면 위에 있다.
 - ② 이차함수 $y = -2(x-3)^2 + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4)$ 이므로 제1사분면 위에 있다.
 - ③ 이차함수 $y = 3(x - \frac{1}{2})^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(\frac{1}{2}, -1)$ 이므로 제4사분면 위에 있다.
 - ④ 이차함수 $y = -x^2 + 8$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 8)$ 이므로 y 축 위에 있다.
 - ⑤ 이차함수 $y = \frac{3}{5}(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{5}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ 이므로 제2사분면 위에 있다.
- 따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ⑤이다.

11 답 ⑤

- 직선 $x=3$ 을 기준으로 y 의 값의 증가, 감소가 바뀌므로 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$ 이다.
- $\therefore p=3$
- 이차함수 $y = a(x-3)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(0, -2)$ 를 지나므로 $-2 = a \times (-3)^2 + q$
 $\therefore 9a + q = -2 \dots \text{㉠}$
- 또, 그래프가 점 $(-2, 6)$ 을 지나므로 $6 = a \times (-5)^2 + q$
 $\therefore 25a + q = 6 \dots \text{㉡}$
- ㉡ - ㉠을 하면 $16a = 8 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$
- $a = \frac{1}{2}$ 을 ㉠에 대입하면 $\frac{9}{2} + q = -2 \quad \therefore q = -\frac{13}{2}$
- $\therefore a - p - q = \frac{1}{2} - 3 - (-\frac{13}{2}) = 4$





12 [답] ④

꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$ 인 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2-1$ 이라 놓자.

그래프가 점 $(4, 1)$ 을 지나므로

$$1=4a-1 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$

따라서 이 이차함수의 그래프가 점 $(k, 17)$ 을 지나므로

$$17=\frac{1}{2}(k-2)^2-1$$

$$\frac{1}{2}(k-2)^2=18, (k-2)^2=36$$

$$k-2=\pm 6, k=2\pm 6$$

$$\therefore k=-4 \text{ 또는 } k=8$$

따라서 k 는 양수이므로 $k=8$

13 [답] ④

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

또, 꼭짓점 (p, q) 가 제 1사분면에 있으므로 $p>0, q>0$

② $p>0, q>0$ 이므로 $p+q>0$

③ $a+p+q$ 의 부호는 알 수 없다.

④ $a<0, -p<0, -q<0$ 이므로

$$a-p-q=a+(-p)+(-q)<0$$

⑤ $apq<0$

따라서 항상 옳은 것은 ④이다.

14 [답] 2

이차함수 $y=a(x+1)^2+3$ 의 그래프의

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$ 이므로 그래프

가 모든 사분면을 다 지나려면 [그림 1]과 같이 그래프가 위로 볼록하여야 한다.

$$\therefore a<0$$

그런데 [그림 2]와 같이 그래프와 y 축과의 교

점이 x 축의 아래쪽에 있으면 그래프가 제 1사

분면을 지나지 않으므로 [그림 1]의 그래프와

같이 y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있어야

모든 사분면을 지난다. 즉, $x=0$ 일 때

$$y=a+3>0 \quad \therefore a>-3$$

따라서 조건을 만족시키는 정수 a 는 $-2, -1$ 이므로 구하는

곱은 2이다.

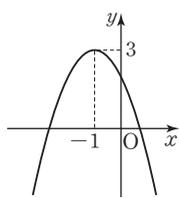
15 [답] ③

$$y=-x^2-6x+3=-(x^2+6x+9-9)+3$$

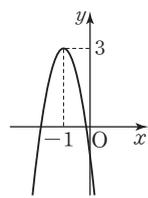
$$=-(x+3)^2+12$$

$$y=-x^2+2x+6=-(x^2-2x+1-1)+6$$

$$=-(x-1)^2+7$$



[그림 1]



[그림 2]

이때, $y=-(x+3)^2+12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$$y=-(x-m+3)^2+12+n$$

이것이 $y=-(x-1)^2+7$ 과 같으므로

$$-m+3=-1 \quad \therefore m=4$$

$$12+n=7 \quad \therefore n=-5$$

$$\therefore m+n=4+(-5)=-1$$

16 [답] $x<5$

$$y=\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)-\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}(x-3)^2-5$$

이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만

큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면

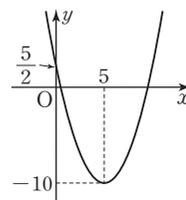
$$y=\frac{1}{2}(x-2-3)^2-5-5 \quad \therefore y=\frac{1}{2}(x-5)^2-10$$

따라서 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-5)^2-10$ 의

그래프가 그림과 같으므로 x 의 값이 증

가할 때 y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범

위는 $x<5$ 이다.



17 [답] ②

$$y=-4x^2+16x+a=-4(x^2-4x+4-4)+a$$

$$=-4(x-2)^2+16+a$$

즉, 꼭짓점의 좌표는 $(2, 16+a)$ 이다.

$$y=\frac{1}{2}x^2+bx-2=\frac{1}{2}(x^2+2bx+b^2-b^2)-2$$

$$=\frac{1}{2}(x+b)^2-\frac{1}{2}b^2-2$$

즉, 꼭짓점의 좌표는 $(-b, -\frac{1}{2}b^2-2)$ 이다.

이때, 두 꼭짓점이 일치하므로

$$2=-b \quad \therefore b=-2$$

$$16+a=-\frac{1}{2}b^2-2, 16+a=-\frac{1}{2}\times(-2)^2-2$$

$$\therefore a=-2-2-16=-20$$

$$\therefore ab=-20\times(-2)=40$$

18 [답] ④

이차함수 $y=x^2-ax+3$ 의 그래프가 점 $(3, -3)$ 을 지나므로

$$-3=9-3a+3 \quad \therefore a=5$$

$$y=x^2-5x+3=\left\{x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right\}+3$$

$$=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{13}{4}$$

따라서 축의 방정식은 $x=\frac{5}{2}$ 이다.

**26** [답] 1

이차함수 $y = -2x^2 + 8x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 (y 좌표) $=0$ 이므로

$$0 = -2x^2 + 8x + k, \quad 2x^2 - 8x - k = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 2 \times (-k)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+2k}}{2}$$

이때, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{4 + \sqrt{16+2k}}{2} - \frac{4 - \sqrt{16+2k}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{16+2k} = \sqrt{18}, \quad 16+2k = 18$$

$$2k = 2 \quad \therefore k = 1$$

27 [답] -2

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 이차함수의 식을

$$f(x) = a(x+2)^2 + q \text{라 놓자.}$$

$$f(1) = -10 \text{이므로}$$

$$9a + q = -10 \quad \text{㉠}$$

$$f(-4) = -5 \text{이므로}$$

$$4a + q = -5 \quad \text{㉡}$$

㉠-㉡을 하면

$$5a = -5 \quad \therefore a = -1$$

$a = -1$ 을 ㉡에 대입하면

$$-4 + q = -5 \quad \therefore q = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$f(x) = -(x+2)^2 - 1 = -x^2 - 4x - 5$$

이것이 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 와 같으므로

$$a = -1, \quad b = -4, \quad c = -5$$

$$\therefore a - b + c = -1 - (-4) + (-5) = -2$$

28 [답] ①

이차함수 $y = ax^2 + 3x + b$ 의 그래프가 점 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$b = -2$$

즉, 이차함수 $y = ax^2 + 3x - 2$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$a + 3 - 2 = 0 \quad \therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -x^2 + 3x - 2$ 이고

이 이차함수의 그래프가 점 $(4, k)$ 를 지나므로

$$k = -16 + 12 - 2 = -6$$

$$\therefore \frac{k}{ab} = \frac{-6}{(-1) \times (-2)} = -3$$

29 [답] 48

부채꼴의 반지름의 길이가 x cm, 둘레의 길이가 24 cm이므로 호의 길이는 $(24 - 2x)$ cm이다.

이때, (부채꼴의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (\text{반지름의 길이}) \times (\text{호의 길이})$ 이

므로

$$y = \frac{1}{2}x(24 - 2x) = -x^2 + 12x$$

$$= -(x^2 - 12x + 36 - 36) = -(x - 6)^2 + 36$$

따라서 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(6, 36)$ 이

고, 축의 방정식은 $x = 6$ 이므로

$$p = 6, \quad q = 36, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = 6 + 36 + 6 = 48$$

30 [답] (1) $S = -t^2 + 4t$

$$(2) (1, 6), (3, 2)$$

(1) $\triangle POA$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{AP}$ 이고,

$$\overline{OA} = t, \quad \overline{AP} = -2t + 8 \text{이므로}$$

$$S = \frac{1}{2}t(-2t + 8) = -t^2 + 4t \quad (0 < t < 4)$$

(2) $\triangle POA$ 의 넓이가 3이므로 $S = -t^2 + 4t$ 에 $S = 3$ 을 대입하면

$$-t^2 + 4t = 3$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

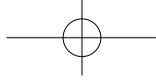
$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 3$$

$$t = 1 \text{일 때, (점 P의 } y \text{좌표)} = -2 \times 1 + 8 = 6$$

$$t = 3 \text{일 때, (점 P의 } y \text{좌표)} = -2 \times 3 + 8 = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 6)$ 또는 $(3, 2)$ 이다.



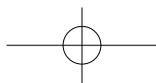
아름다운 입술을 가지고 싶으면...

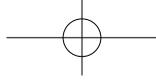
아름다운 입술을 가지고 싶으면
 친절한 말을 하라.
 사랑스런 눈을 갖고 싶으면
 사람들에게서 좋은 점을 보라.
 날씬한 몸매를 갖고 싶으면
 너의 음식을 배고픈 사람과 나누어라.
 아름다운 머리카락을 갖고 싶으면
 하루에 한 번 어린이가 손가락으로
 너의 머리를 쓰다듬게 하라.
 아름다운 자세를 갖고 싶으면
 결코 너 혼자 걷고 있지 않음을 명심하라.

사람들은 상처로부터 복구되어야 하며
 낡은 것으로부터 새로워져야 하고
 병으로부터 회복되어야 하고
 무지함으로부터 교화되어야 하며
 고통으로부터 구원받고 또 구원받아야 한다.
 결코 누구도 버려서는 안 된다.

기억하라.
 만약 도움의 손이 필요하다면
 너의 팔 끝에 있는 손을 이용하면 된다.
 네가 더 나이가 들면
 손이 두 개라는 걸 발견하게 된다.
 한 손은 너 자신을 돕는 손이고
 다른 한 손은 다른 사람을 돕는 손이다.

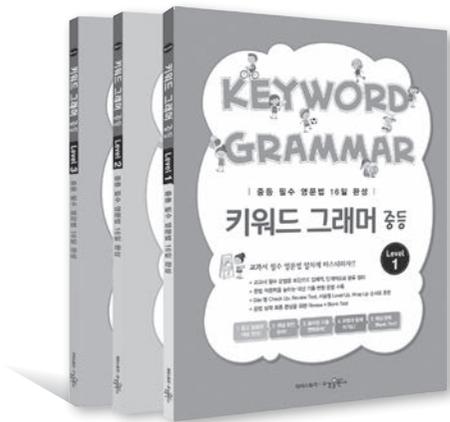
- 오드리 헵번 -





| 중등 필수 영문법 **16일** 완성 |

키워드 그램머 **중등**



[Level 1, 2, 3]

교과서 필수 영문법 알차게 마스터하자!!

- ★ 교과서 필수 문법을 16강으로 입체적, 단계적으로 분류 정리
- ★ 문법 적응력을 높이는 내신 기출 변형 문항 수록
- ★ Day 별 Check Up, Review Test, 서술형 Level Up, Wrap Up 순서로 훈련
- ★ 문법 실력 최종 완성을 위한 Review + Blank Test

Step 1 쉽고 깔끔한 개념 정리!

1 인칭대명사와 be동사

인칭대명사는 사람이나 사물을 대신하여 나타내는 말이다.

인칭	주격-은, ~가	소유격-의	목적격-을	소유대명사-의 것
1인칭단수	I	my	me	mine
2인칭단수	you	your	you	yours
3인칭단수	he	his	him	his
그녀	she	her	her	hers
그것	it	its	it	-
1인칭부정명사	we	our	us	ours
2인칭부정명사	you	your	you	yours
3인칭부정명사	they	their	them	theirs

• He is a firefighter. (그는 소방사입니다.)
 • They are my friends. I love them. (그들은 나의 친구입니다. 저는 그들을 사랑합니다.)
 • His brother is a scientist. (그의 형은 과학자입니다.)
 • This book is mine. (mine = my book) (이 책은 저의 것입니다.)

Step 2 풍부한 기출 변형문제!

Review Test Chapter A

[해설] • 밑줄표인 인칭대명사와 be동사 찾기

01 다음 밑줄표인 사람과 직업 또는 사물을 찾아라!
 1 Yuna _____ a nurse. She is a doctor.
 2 _____ in the kitchen. I'm in the room.
 *Sam and Willy _____ my dogs. They are not cats.

05 다음 중 어떤 장소에 있는 곳인가?
 1 You am in the library.
 2 It are an art museum.
 3 She is from America.
 4 We is excited about the tour.
 5 He are very young.

06 106-071 다음 밑줄표인 사람이 내지 못한 것을 고라라!
 06 1 My uncle _____ handsome.
 2 His sister _____ a nice person.
 3 The books on the desk _____ mine.
 4 It _____ her dog.
 5 Myonce _____ famous singer.

Step 3 문법과 함께 쓰기도!

Level Up

[26-30] 다음 글을 읽고 빈칸에 알맞은 말로 답하십시오.

Hi! My name is Simon. I'm 14 years old. What do you see in my hand? Yes, it's a kind of skateboard. Its name is a fingerboard. It is very small and cute. How do I ride it? I ride it with my fingers. On a wet day, I don't ride a skateboard, but I ride this fingerboard. It's really exciting.

26. A: How old is Simon?
 B: He _____.

27. A: What does he have in his hand?
 B: He _____.

28. A: What is the name of the skateboard in his hand?
 B: It's _____.

29. A: Is a fingerboard big?
 B: No, it's _____.

Step 4 Review+Blank Test!

Review + Blank Test Chapter A be동사의 일반형사

인칭대명사: 사람이나 사물을 대신하여 나타내는 말이다.

인칭	주격-은, ~가	소유격-의	목적격-을	소유대명사-의 것
1인칭단수	I	my	me	mine
2인칭단수	you	your	you	yours
3인칭단수	he	his	him	his
그녀	she	her	her	hers
그것	it	its	it	-
1인칭부정명사	we	our	us	ours
2인칭부정명사	you	your	you	yours
3인칭부정명사	they	their	them	theirs

be동사의 부정명사: am/amn/ is / not / Am/Isn't / 주어 - ?
 주어: 부정명사 / not / am/amn / is / isn't / Am/Isn't / 주어 - ?
 I / You are not / Yes, you are. / No, you aren't.