

제 3 교 시

2020학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

가형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 먼저 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- **문제지**의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- **답안지**의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

관  
망

1. 제3사분면의 각  $\theta$ 에 대하여  $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ 일 때,  $\tan\theta$ 의 값은? [2점]

①  $-\sqrt{3}$

②  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

④ 1

⑤  $\sqrt{3}$

2. 좌표평면 위의 네 점  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 4)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(4, 0)$ 에 대하여  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [2점]

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$  의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(A^c \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

①  $\frac{1}{6}$ ②  $\frac{1}{3}$ ③  $\frac{1}{2}$ ④  $\frac{2}{3}$ ⑤  $\frac{5}{6}$

5. 같은 종류의 흰 바둑돌 5개와 같은 종류의 검은 바둑돌 4개가 있다. 이 9개의 바둑돌을 일렬로 나열할 때, 검은 바둑돌 4개 중 2개는 서로 이웃하고, 나머지 2개는 어느 검은 바둑돌과도 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 60

② 72

③ 84

④ 96

⑤ 108

6. 초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위의 점  $P(a, 6)$ 에 대하여  $\overline{PF} = k$ 이다.  $a+k$ 의 값은? [3점]

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

7. 이산확률변수  $X$ 가 가지는 값이 0, 2, 4, 6이고  $X$ 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \begin{cases} a & (x=0) \\ \frac{1}{x} & (x=2, 4, 6) \end{cases}$$

일 때,  $E(aX)$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{8}$

②  $\frac{1}{4}$

③  $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

8. 주머니 A에는 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 3장의 카드가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낸다. 꺼낸 2장의 카드에 적힌 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 홀수일 확률은? [3점]

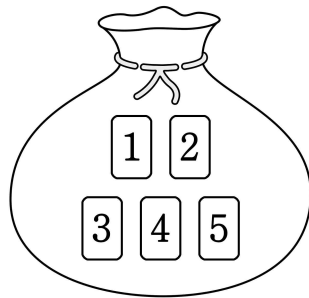
①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{3}{8}$

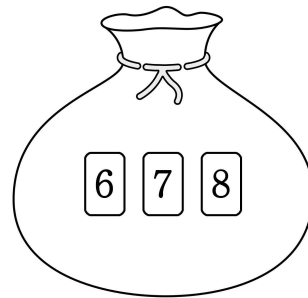
③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{5}{8}$

⑤  $\frac{3}{4}$



주머니 A



주머니 B

9. 평면  $\alpha$  위에 있는 서로 다른 두 점 A, B와 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 점 P에 대하여 삼각형 PAB는 한 변의 길이가 6인 정삼각형이다. 점 P에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발 H에 대하여  $\overline{PH}=4$ 일 때, 삼각형 HAB의 넓이는? [3점]

①  $3\sqrt{3}$

②  $3\sqrt{5}$

③  $3\sqrt{7}$

④ 9

⑤  $3\sqrt{11}$



10. 함수  $f(x) = \frac{6x^3}{x^2+1}$  의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(3)$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{6}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{2}{3}$

⑤  $\frac{5}{6}$

11. 좌표공간의 두 점  $A(2, 2, 1)$ ,  $B(a, b, c)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 1:2로 내분하는 점이  $y$ 축 위에 있다. 직선  $AB$ 와  $xy$ 평면이 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 이다. 양수  $b$ 의 값은?

[3점]

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

12.  $0 \leq x \leq 2\pi$  일 때, 방정식  $\tan 2x \sin 2x = \frac{3}{2}$  의 모든 해의 합은? [3점]

①  $2\pi$

②  $\frac{5}{2}\pi$

③  $3\pi$

④  $\frac{7}{2}\pi$

⑤  $4\pi$

13. 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 의 꼭짓점 중  $x$ 좌표가 음수인 점을 중심으로 하는 원  $C$ 가 있다.

점  $(3, 0)$ 을 지나고 원  $C$ 에 접하는 두 직선이 각각 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 과 한 점에서만 만날 때, 원  $C$ 의 반지름의 길이는? [3점]

① 2

②  $\sqrt{5}$ ③  $\sqrt{6}$ ④  $\sqrt{7}$ ⑤  $2\sqrt{2}$

14. 어느 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리는 평균이  $m$ km, 표준편차가  $\sigma$ km인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인들 중에서 36명을 임의추출하여 조사한 결과 36명이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 총합은 216km이었다. 이 결과를 이용하여, 이 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq m \leq a+0.98$ 이다.  $a+\sigma$ 의 값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

① 6.96

② 7.01

③ 7.06

④ 7.11

⑤ 7.16

15. 두 상수  $a, b$  ( $b < 0 < a$ )에 대하여 직선  $\frac{x-a}{a} = 3-y = \frac{z}{b}$  위의 임의의 점과 평면  $2x-2y+z=0$  사이의 거리가 4로 일정할 때,  $a-b$ 의 값은? [4점]

① 25

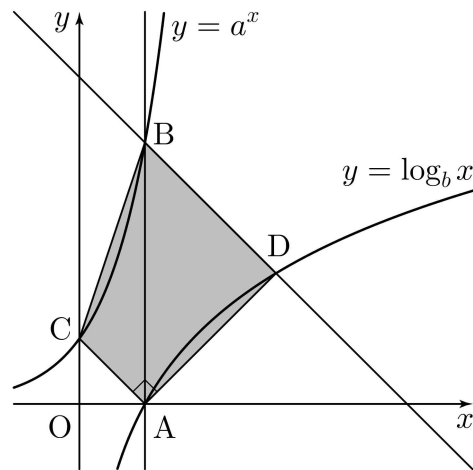
② 27

③ 29

④ 31

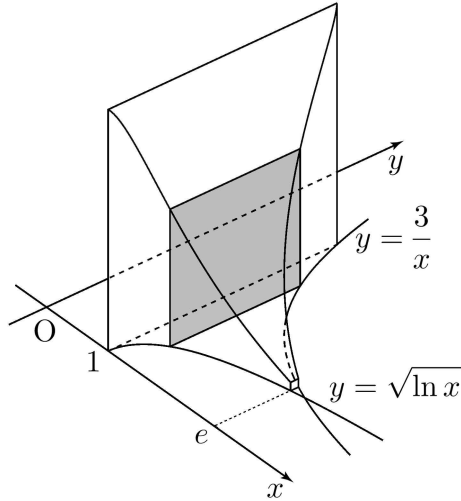
⑤ 33

16. 그림과 같이 1보다 큰 두 상수  $a, b$ 에 대하여 점  $A(1, 0)$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = a^x$ 과 만나는 점을  $B$ 라 하고, 점  $C(0, 1)$ 에 대하여 점  $B$ 를 지나고 직선  $AC$ 과 평행한 직선이 곡선  $y = \log_b x$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자.  $\overline{AC} \perp \overline{AD}$  이고, 사각형  $ADBC$ 의 넓이가 6일 때,  $a \times b$ 의 값은? [4점]



- ①  $4\sqrt{2}$       ②  $4\sqrt{3}$       ③ 8      ④  $4\sqrt{5}$       ⑤  $4\sqrt{6}$

17. 그림과 같이 두 곡선  $y = \frac{3}{x}$ ,  $y = \sqrt{\ln x}$  와 두 직선  $x=1$ ,  $x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



①  $5 - \frac{9}{e}$

②  $5 - \frac{8}{e}$

③  $5 - \frac{7}{e}$

④  $6 - \frac{9}{e}$

⑤  $6 - \frac{8}{e}$



18. 다음은 자연수  $n$ 에 대하여 방정식  $a+b+c=3n$ 을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$  중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍  $(a, b, c)$ 가

$$a > b \text{ 또는 } a > c$$

를 만족시킬 확률을 구하는 과정이다.

방정식

$$a+b+c=3n \dots\dots (*)$$

을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는  $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

방정식  $(*)$ 을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 가  $a > b$  또는  $a > c$ 를 만족시키는 사건을  $A$ 라 하면 사건  $A$ 의 여사건  $A^C$ 은 방정식  $(*)$ 을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 가  $a \leq b$ 와  $a \leq c$ 를 만족시키는 사건이다.

이제  $n(A^C)$ 의 값을 구하자.

자연수  $k(1 \leq k \leq n)$ 에 대하여  $a=k$ 인 경우,

$b \geq k, c \geq k$ 이고 방정식  $(*)$ 을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는

$\boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$n(A^C) = \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식에  $n=2$ 를 대입한 값을  $p$ , (나)에 알맞은 식에  $n=7, k=2$ 를 대입한 값을  $q$ , (다)에 알맞은 식에  $n=4$ 를 대입한 값을  $r$ 라 할 때,  $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

① 88

② 92

③ 96

④ 100

⑤ 104

19. 함수  $f(x) = xe^{2x} - (4x+a)e^x$  이  $x = -\frac{1}{2}$  에서 극댓값을 가질 때,  $f(x)$  의 극솟값은?

(단,  $a$  는 상수이다.) [4점]

①  $1 - \ln 2$

②  $2 - 2\ln 2$

③  $3 - 3\ln 2$

④  $4 - 4\ln 2$

⑤  $5 - 5\ln 2$

20. 두 상수  $a, b$  와 함수  $f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$  에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f(b-x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $\int_a^{a-b} g(x) dx$  의 값은? [4점]

①  $\frac{1}{2} \ln 5$

②  $\ln 5$

③  $\frac{3}{2} \ln 5$

④  $2 \ln 5$

⑤  $\frac{5}{2} \ln 5$

## 21. 두 함수

$$f(x) = 4\sin \frac{\pi}{6}x,$$

$$g(x) = |2\cos kx + 1|$$

이 있다.  $0 < x < 2\pi$ 에서 정의된 함수

$$h(x) = (f \circ g)(x)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $k$ 는 자연수이다.) [4점]

— <보 기> —

ㄱ.  $k=1$ 일 때, 함수  $h(x)$ 는  $x = \frac{2}{3}\pi$ 에서 미분가능하지 않다.

ㄴ.  $k=2$ 일 때, 방정식  $h(x)=2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

ㄷ. 함수  $|h(x)-k|$ 가  $x=\alpha$  ( $0 < \alpha < 2\pi$ )에서 미분가능하지 않은 실수  $\alpha$ 의 개수를  $a_k$ 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^4 a_k = 34 \text{ 이다.}$$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 함수  $f(x) = (3x + e^x)^3$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = 2\sqrt{2} \sin t + \sqrt{2} \cos t, \quad y = \sqrt{2} \sin t + 2\sqrt{2} \cos t$$

가 있다. 이 곡선 위의  $t = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점에서의 접선의  $y$ 절편을 구하시오. [3점]

24. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(X \geq 128) = P(X \leq 140)$$

$$(나) P(m \leq X \leq m+10) = P(-1 \leq Z \leq 0)$$

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$P(X \geq k) = 0.0668$ 을 만족시키는 상수  $k$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단,  $Z$ 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [3점]

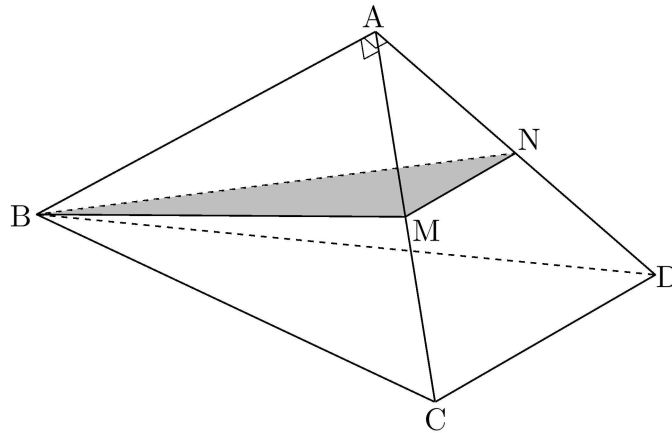
25. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공을 같은 종류의 세 상자에 3개씩 나누어 넣으려고 한다. 세 상자 중 어떤 한 상자에 들어 있는 3개의 공에 적힌 수의 합이 나머지 두 상자에 들어 있는 6개의 공에 적힌 수의 합보다 크도록 9개의 공을 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 공을 넣는 순서는 고려하지 않는다.) [3점]

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형  $ACD$ 를 한 면으로 하는 사면체  $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{BC} = 3\sqrt{10}$

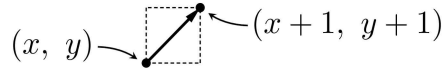
(나)  $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ ,  $\overline{AB} \perp \overline{AD}$

두 모서리  $AC$ ,  $AD$ 의 중점을 각각  $M$ ,  $N$ 이라 할 때, 삼각형  $BMN$ 의 평면  $BCD$  위로의 정사영의 넓이를  $S$ 라 하자.  $40 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

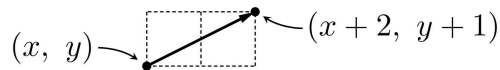


27. 한 번 누를 때마다 좌표평면 위의 점 P를 다음과 같이 이동시키는 두 버튼 ㉠, ㉡이 있다.

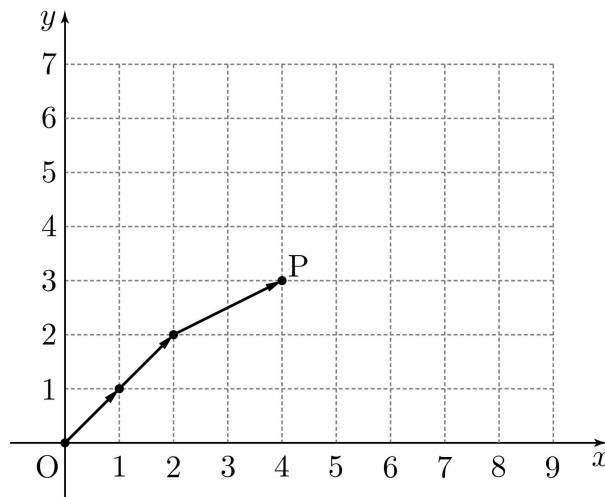
[버튼 ㉠] 그림과 같이 길이가  $\sqrt{2}$ 인 선분을 따라 점  $(x, y)$ 에 있는 점 P를 점  $(x+1, y+1)$ 로 이동시킨다.



[버튼 ㉡] 그림과 같이 길이가  $\sqrt{5}$ 인 선분을 따라 점  $(x, y)$ 에 있는 점 P를 점  $(x+2, y+1)$ 로 이동시킨다.



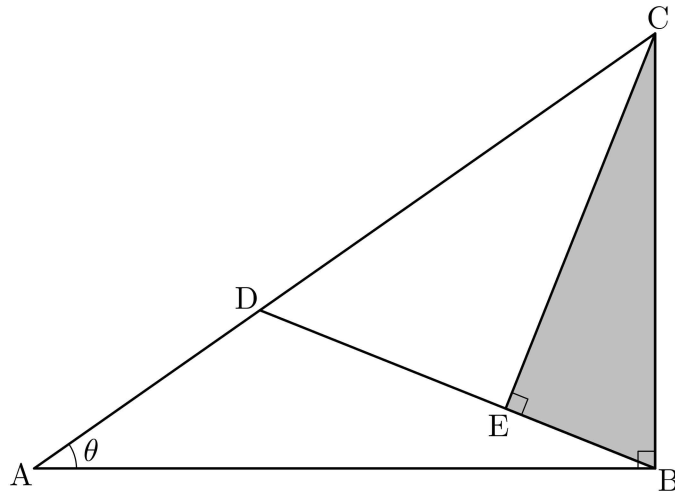
예를 들어, 버튼을 ㉠, ㉠, ㉡ 순으로 누르면 원점  $(0, 0)$ 에 있는 점 P는 아래 그림과 같이 세 선분을 따라 점  $(4, 3)$ 으로 이동한다. 또한 원점  $(0, 0)$ 에 있는 점 P를 점  $(4, 3)$ 으로 이동시키도록 버튼을 누르는 경우는 ㉠㉠㉡, ㉠㉡㉠, ㉡㉠㉠으로 3가지이다.



원점  $(0, 0)$ 에 있는 점 P를 두 점  $A(5, 5)$ ,  $B(6, 4)$  중 어느 점도 지나지 않고 점  $C(9, 7)$ 로 이동시키도록 두 버튼 ㉠, ㉡을 누르는 경우의 수를 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이  $\overline{AB}=1$  이고  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형 ABC 에서  $\angle CAB = \theta$  라 하자. 선분 AC 를 4:7로 내분하는 점을 D 라 하고 점 C 에서 선분 BD 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때, 삼각형 CEB 의 넓이를  $S(\theta)$  라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$  의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  이고,  $p$  와  $q$  는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 좌표공간에 구  $C: x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$ 와 점  $A(0, 3, 3)$ 이 있다. 구  $C$  위의 점  $P$ 와  $|\overrightarrow{AQ}|=2$ ,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{QA} = 3\sqrt{6}$ 을 만족시키는 점  $Q$ 에 대하여  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값은  $p\sqrt{2} + q\sqrt{6}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $p, q$ 는 유리수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{|t|+1} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g'(2) = 0$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) \geq 0$ 이다.

$g'(-1)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(-1) = \frac{n}{m-3\ln 3}$ 일 때,  $|m \times n|$ 의 값을 구하시오. (단,  $m, n$ 은 정수이고,  $\ln 3$ 은  $1 < \ln 3 < 1.1$ 인 무리수이다.) [4점]

관  
망