

**2022학년도 부산대학교 대학입학전형 대비
모의논술고사(의·약학계) 문제지**

지 원 학 과(부)		수험 번호	성 명
------------	--	-------	-----

【유의사항】

1. 시험시간은 공통문항과 선택문항을 포함하여 총 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 공통문항 1, 2는 모두 풀이하고 선택문항의 경우, 선택문항 유형1(미적분)과 선택문항 유형2(기하) 중 하나만 선택하여 답안을 작성하시오.
6. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
7. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
8. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【공통문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) m, n 이 양수일 때, $\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn}$ 이 성립한다. (단, 등호는 $m=n$ 일 때 성립한다.)

(나) 실수 x, y 에 대하여 다음이 성립한다.

- 1) $x - y \geq 0 \Leftrightarrow x \geq y$
- 2) $x > 0, y > 0$ 일 때, $\sqrt{x} > \sqrt{y} \Leftrightarrow x > y$
- 3) $x > 0, y > 0$ 일 때, $\frac{x}{y} > 1 \Leftrightarrow x > y$

집합 $A = \{p+q\sqrt{3} \mid p^2-3q^2=1, p, q \text{는 정수}\}$ 에 대하여, 다음 물음에 답하시오.

[1-1] a 가 집합 A 의 원소이면 $\frac{a}{2+\sqrt{3}}$ 도 집합 A 의 원소임을 보이시오. (10점)

[1-2] 실수 m, n 에 대하여

$$1 < m \leq n \text{ 이면 } 2 < m + \frac{1}{m} \leq n + \frac{1}{n}$$

이 성립함을 보이고, 이를 이용하여 $1 < b \leq 2 + \sqrt{3}$ 을 만족시키는 집합 A 의 원소 b 는 $2 + \sqrt{3}$ 뿐임을 보이시오. (15점)

[1-3] $2 + \sqrt{3} < c \leq (2 + \sqrt{3})^2$ 을 만족시키는 집합 A 의 원소 c 를 구하시오. (10점)

(뒷면에 계속)

【공통문항 2】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 두 연속함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 $f(x) \geq g(x)$ 이면

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

이다.

(나) 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능하면

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 음이 아닌 함수값을 갖는 모든 다항함수들을 원소로 하는 집합을 U 라 하자. 집합 U 의 부분집합 A 는

$$A = \left\{ f \mid f \in U \text{이고 } f\left(\frac{a}{2^n}\right) = \frac{b}{2^n}, n \text{은 자연수, } a \text{는 홀수, } b \text{는 짝수} \right\}$$

이고, 집합 U 의 부분집합 B 는

$$B = \left\{ f \mid f \in U \text{이고 } f\left(\frac{a}{2^n}\right) = \frac{b}{2^n}, n \text{은 자연수, } a \text{와 } b \text{는 홀수} \right\}$$

일 때, 다음 물음에 답하시오.

[2-1] 집합 U 의 원소 $f(x)$ 에 대하여,

$$\int_0^1 [\{f(x)\}^2 - 5xf(x) + 5x^2] [\{f(x)\}^2 - 5xf(x) + 7x^2] dx \geq k$$

를 만족시키는 k 의 최댓값을 k_0 라 할 때, k_0 의 값을 구하고,

$$\int_0^1 [\{f(x)\}^2 - 5xf(x) + 5x^2] [\{f(x)\}^2 - 5xf(x) + 7x^2] dx = k_0$$

을 만족시키는 집합 A 의 원소 $f(x)$ 를 구하시오. (15점)

[2-2] 두 자연수 n 과 a 는 $a < 2^n - 1$ 을 만족시키고 함수 $g(x)$ 는 집합 B 의 원소이다.

닫힌구간 $\left[\frac{a}{2^n}, \frac{a+1}{2^n}\right]$ 에서 $|g'(c)| \geq 1$ 을 만족시키는 c 가 존재함을 보이시오. (20점)

(다음 장에 계속)

【선택문항 유형1(미적분)】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 함수 $f(x)$ 에 대하여 극한값 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ 가 존재하면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다고 한다.

(나) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 함수 $g(x)$ 가 $x=f(a)$ 에서 미분가능하면 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다.

양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} a(x+1)^4 e^{-3x} & (x \leq 0) \\ \frac{2a}{x^2 - 2x + 2} & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$ 의 미분가능하지 않은 점의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

[미적분-1] 함수 $h(t)$ 를 구하시오. (20점)

[미적분-2] 함수 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, a 의 값을 구하시오. (10점)

$(h \circ h)(\alpha) = \alpha$ 가 되도록 하는 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 라 할 때, $m + \sum_{k=1}^m \alpha_k = 8$ 이다.

(뒷면에 계속)

【선택문항 유형2(기하)】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 좌표평면에서 초점이 $F(p, 0)$ 이고, 준선이 $x = -p$ 인 포물선의 방정식은 $y^2 = 4px$ (단, $p \neq 0$) 이다.

(나) 좌표평면에서 점 A 의 위치벡터를 \vec{a} , 점 B 의 위치벡터를 \vec{b} 라 할 때,

선분 AB 를 $m:n$ ($m > 0, n > 0$)으로 내분하는 점 P 의 위치벡터 \vec{p} 는 $\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$ 이다.

포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$) 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ($y_1 < y_2$)에 대하여, 점 A 에서의 접선과 점 B 에서의 접선의 교점을 P 라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

[기하-1] 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 점 $Q(x, y)$ ($y_1 < y < y_2$)에 대하여 삼각형 ABQ 의 넓이의 최대가 되도록 하는 점 Q 의 좌표를 y_1, y_2 를 이용하여 나타내시오. (10점)

[기하-2] 점 P 를 지나고 y 축에 수직인 직선이 포물선 $y^2 = 4px$ 와 만나는 점을 R , 선분 AB 와 만나는 점을 S 라 할 때, \vec{OR} 를 \vec{OP} 와 \vec{OS} 로 나타내시오. (단, $x_1 \neq x_2$ 이고 O 는 원점이다.) (10점)

[기하-3] 점 $T(t, 0)$ ($t > 2p$)와 포물선 $y^2 = 4px$ 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 포물선 위의 한 점을 C 라 하고, 점 C 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 E 라 하자. 점 T 를 중심으로 하고 선분 CT 를 반지름으로 하는 원의 넓이를 $S_1(t)$, 선분 ET 를 지름으로 하는 원의 넓이를 $S_2(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t \times S_1(t)}{S_2(t)}$ 의 값을 구하시오. (10점)

* 주의사항: 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.