

수학 영역 (나형)

시간 : 100분

점수 : 100점



5지선다형

1. $8 \times \sqrt{2^{-4}}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B)^c$ 의 모든 원소의 합은? [2점]
- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 4n}{3n^2 - 1}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B|A) = \frac{1}{5}$ 일 때, $P(A \cap B^c)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]
- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. $\log_2 3 \times \log_3 6 + \log_2 \frac{1}{3}$ 의 값은?

[3점]

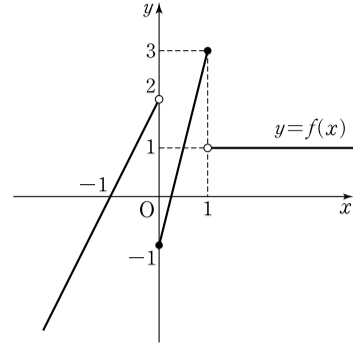
- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

6. $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 8) dx$ 의 값은?

[3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 21

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

[3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

8. 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 \times a_{10} = 10, a_1^2 + a_{10}^2 = 29$$

를 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33
 ④ 34 ⑤ 35

10. 정의역이 $\{x | x \geq 0\}$ 인 함수 $y = (x - k)^2 (k < 0)$ 의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프가 한 점에서 만날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
 ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

9. 1, 2, 3의 세 개의 수 중에서 중복을 허락하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 각 자리 숫자의 합이 10일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{10}{81}$ ③ $\frac{11}{81}$
 ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{13}{81}$

13. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 함수

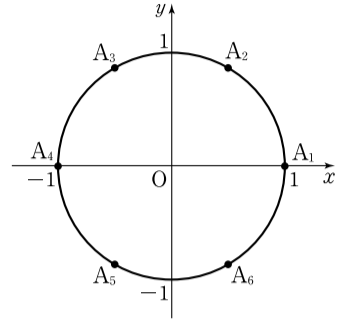
$$f(x) = \begin{cases} x & (x < k) \\ x^2 - x & (x \geq k) \end{cases}$$

가 일대일 대응일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

[3점]

14. 그림과 같이 좌표평면 위에 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 6등분하는 점을 A_1, A_2, \dots, A_6 이라 하자. 6개의 점 중에서 임의로 서로 다른 세 개의 점을 택하여 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 원점 O 가 삼각형의 외부 또는 삼각형의 변 위에 있을 확률은? [4점]



- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{17}{20}$
 ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = C$ 라 하자. 집합 C 와 서로소인 두 집합 X, Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & X \cup Y \cup C = A \cup B \\ \text{(나)} & A \cap X = X \text{이고 } Y - B = \emptyset \text{이다.} \end{aligned}$$

두 집합 X, Y 의 모든 원소의 합을 각각 a, b 라 할 때, $b - a$ 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

16. 다음은 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적힌 $n(n \geq 3)$ 장의 카드에서 임의로 세 장의 카드를 동시에 뽑을 때, 세 장의 카드에 적힌 수 중 어느 두 수도 연속되지 않을 확률을 구하는 과정이다.

n 장의 카드에서 동시에 3장의 카드를 뽑는 경우의 수는

$${}_n C_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

이다.

- (i) 3개의 수가 연속이 되는 경우

$$(1, 2, 3), (2, 3, 4), \dots, (n-2, n-1, n)$$

따라서 3개의 수가 연속이 되는 경우의 수는 $n-2$ (가지)이다.

- (ii) 2개의 수만 연속이 되는 경우

뽑은 3장의 카드에 적힌 수를 a_1, a_2, a_3 ($a_1 < a_2 < a_3$)라 하자.

a_1, a_2 가 연속인 경우에 $a_1 = k$ 라 하면 $a_2 = k+1$ 이고

a_3 은 $k+3$ 부터 n 이하의 값이어야 한다.

또한 a_2, a_3 이 연속인 경우도 같은 방법으로 구한다.

따라서 2개의 수만 연속인 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$ (가지)이다.

- (i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$$1 - \frac{(n-2) + \boxed{\text{(가)}}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}} = \boxed{\text{(나)}}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때,

$f(10) + 5g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 43 ② 57 ③ 73
④ 91 ⑤ 98

17. 실수 x, y 에 대한 두 조건

$$p: x^2 + y^2 \leq 2$$

$$q: y \leq |x - k|$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 양수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

18. 세 함수 $f(x) = \frac{bx}{x-a}$, $g(x) = x-1$, $h(x) = x+2$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프는 직선 $x=2$ 와 만나지 않는다.
 (나) 합성함수 $y = (h \circ f)(x)$ 의 그래프는 직선 $y=3$ 과 만나지 않는다.

두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $b \neq 0$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

19. $x > 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \int_0^2 |t^2 - x^2| dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>
- ㄱ. $f(2) = \frac{16}{3}$
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\frac{{}_9P_3}{4!}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x (t^4 + t^3 + 3) dt$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 세 수 $1, a\sqrt{a}, 10-a$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2 - 3x} = 1 \\ \text{(나)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

이때 $f(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 자연수 n 과 $1 \leq a < 10$ 인 자연수 a 에 대하여

$$a \times 10^n < 6^{10} < (a+1) \times 10^n$$

이 성립할 때, $n+a$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$,
 $\log 3 = 0.4771$, $\log 6.04 = 0.7810$ 으로 계산한다.)

[4점]

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B^c = \emptyset$ 을 만족시키는 집합 X 의 두 부분집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 1부터 20까지의 숫자가 하나씩 적혀 있는 20장의 카드가 있다. 이 중에서 세 장의 카드를 동시에 뽑을 때, 그 합이 20인 경우의 수를 구하시오. (단, 카드를 뽑는 순서는 생각하지 않는다.) [4점]

29. 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 직선 $x=100$ 및 직선 $y=1$ 로 둘러싸인 도형의 내부 또는 경계에 있는 점들 중 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $P(t, f(t))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 $(0, g(t))$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$

(나) 함수 $h(t)=8|t \times g(t)|$ 는 $t=2$ 에서만 미분가능하지 않다.

방정식 $h(t)=n$ 이 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.