

2022학년도 중앙대학교

## 편입학 시험 수학 문제지[A형]

<2022. 1. 9(일) 12:30 ~ 13:30>

대 학		모집단위	
수험번호		성 명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 8면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하여야 합니다.



2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[1] (3.5점)  $-1 < x < 1$ 에서  $\sec x = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  일 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ 의 값은?

- ①  $-\frac{43}{24}$                       ②  $-\frac{41}{24}$                       ③  $\frac{41}{24}$                       ④  $\frac{43}{24}$

[2] (3점) 곡선  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1, x \geq 0, y \geq 0$ 의 길이는?

- ①  $\frac{2}{3}$                               ②  $\frac{3}{2}$                               ③  $\frac{4}{3}$                               ④  $\frac{7}{6}$

[3] (3.5점) 방정식  $5x^2 + 2xy + 5y^2 = 12$ 를 만족하는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는?

- ①  $\sqrt{5}$                               ②  $\sqrt{6}$                               ③  $\sqrt{8}$                               ④  $\sqrt{10}$

[4] (3점) 행렬  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 의 역행렬의 대각합은?

- ①  $-\frac{3}{2}$                               ②  $\frac{5}{2}$                               ③  $-\frac{7}{2}$                               ④  $\frac{9}{2}$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[5] (3.5점) 반원판  $x^2 + \left(y - \frac{16}{3\pi}\right)^2 \leq 1, y \geq \frac{16}{3\pi}$  을  $x$  축 중심으로 회전하여 얻은 회전체의 부피는?

- ①  $\frac{25\pi}{3}$                       ②  $\frac{11\sqrt{3}\pi}{3}$                       ③  $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$                       ④  $\frac{20\pi}{3}$

[6] (3.5점) 다음 <보기>의 급수 중에서 수렴하는 것의 개수는?

<보기>

(가)  $\sum_{n=3}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right)$

(나)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)}$

(다)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

(라)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3                                      ④ 4

[7] (3.5점) 함수  $f(x) = \sqrt[3]{1+x^2}$  ( $-1 < x < 1$ ) 에 대하여  $f^{(6)}(0)$  의 값은?

- ①  $\frac{5}{81}$                                       ②  $\frac{10}{27}$                                       ③  $\frac{400}{9}$                                       ④  $\frac{2000}{3}$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[8] (3.5점) 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  위의 점 P와 두 점 A(1, 2, 3), B(3, 2, 1) 을 꼭짓점으로 가지는 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은?

- ①  $\sqrt{6}$                       ②  $2\sqrt{6}$                       ③  $3\sqrt{6}$                       ④  $4\sqrt{6}$

[9] (2.5점) 행렬  $\begin{pmatrix} 78 & 3 & \pi & \sqrt{2} \\ 1675 & 67 & 6 & e \\ 3025 & 121 & 11 & 5 \\ 1100 & 44 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ 의 행렬식은?

- ① 6                                  ② -12                              ③ 24                                ④ -48

[10] (4점) 선형사상  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$Tv = Av, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}^3.$$

T의 치역은  $\mathbb{R}^3$ 에서 평면을 이룬다. 이 평면에 대하여 점 (1, 1, 1)과 대칭인 점을 (a, b, c)라 할 때, a+b+c의 값은?

- ①  $\frac{23}{12}$                               ②  $\frac{23}{9}$                                 ③  $\frac{25}{6}$                                 ④  $\frac{25}{3}$

[11] (3점)  $2 \times 2$  행렬 A에 대하여  $A^3$ 의 특성다항식(characteristic polynomial)  $q(t)$ 가  $q(0) = -216$ ,  $q(1) = -234$ 를 만족한다고 하자. A의 특성다항식을  $p(t)$ 라 할 때,  $p(1)$ 의 값은?

- ① -12                                ② -6                                 ③ 6                                  ④ 12

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[12] (4점) 두 직선  $y=x, y=ex$  와 두 쌍곡선  $xy=1, xy=7$  에 의해 둘러싸인 제1사분면 위의 영역을  $R$  라 할 때,  $\iint_R xy \, dx dy$  의 값은?

- ① 15                      ② 12                      ③ 10                      ④ 8

[13] (2.5점) 세 벡터  $w_1 = (1, 0, 0, 0), w_2 = (1, 1, 1, 0), w_3 = (1, 2, 0, 1)$  에 그람-슈미트 과정(Gram - Schmidt process)을 적용하여 얻은 정규직교 벡터(orthonormal vectors)가  $u_1 = (1, 0, 0, 0), u_2 = (0, a, a, b), u_3 = (0, c, d, c)$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  의 값은?

- ①  $\frac{5}{6}$                       ②  $\frac{7}{6}$                       ③  $\frac{11}{12}$                       ④  $\frac{13}{12}$

[14] (3.5점) 반지름이 1인 원에 외접하는 정 $n$ 각형과 내접하는 정 $n$ 각형의 넓이 차를  $A_n$  이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k A_n$  이 0 이 아닌 값으로 존재하도록 하는 상수  $k$  에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k A_n = \alpha$  라 할 때,  $\alpha^k$  의 값은?

- ①  $\pi$                       ②  $\pi^2$                       ③  $\pi^3$                       ④  $\pi^6$

[15] (4점) 점  $(1, 1, 0)$  에서 곡면  $z = x^2 + y^2$  에 그은 접선들과 곡면  $z = x^2 + y^2$  으로 둘러싸인 영역의 부피는?

- ①  $\pi$                       ②  $\frac{2}{3}\pi$                       ③  $\frac{1}{2}\pi$                       ④  $\frac{5}{6}\pi$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[16] (2.5점) 극한  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x^3}$  의 값은?

①  $\frac{1}{12}$

②  $\frac{1}{6}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{3}$

[17] (3.5점)  $x > 1$ 에서 정의된 곡선  $y = \frac{\sqrt{2}}{x-1}$  위의 점 P를 포함하는 두 직선이 각각 점 A와 점 B에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 에 접한다. 내적  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은?

①  $\frac{7}{3}$

②  $\frac{8}{3}$

③  $\frac{10}{3}$

④  $\frac{11}{3}$

[18] (3점) 함수  $f(x, y) = \int_{xy}^{x^2+y^2} e^{t^2} dt$ 의 편미분계수  $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1)$ 의 값은?

①  $e^4 - 2e$

②  $e^4 - e$

③  $2e^4 - 2e$

④  $2e^4 - e$

[19] (4점)  $\int_0^{\infty} \frac{x + x \ln x}{1 + x^4} dx$ 의 값은?

①  $\frac{\pi - 2}{4}$

②  $\frac{\pi - 1}{4}$

③  $\frac{\pi}{4}$

④  $\frac{\pi + 1}{4}$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[20] (3.5점)  $x > 0, y > 0$ 에서 정의된  $x^4 + y^4 = 16$ 에 대하여  $x = 1$ 에서  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 의 값은?

①  $-\frac{2^4}{3^4 5^4}$

②  $-\frac{2^5}{3^4 5^4}$

③  $-\frac{2^4}{3^4 5^4}$

④  $-\frac{2^5}{3^4 5^4}$

[21] (3.5점) 좌표평면에서  $y = x^4 - x^5$ 과  $y = 0$ 으로 둘러싸인 영역을  $y$ 축을 중심으로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는?

①  $\frac{\pi}{24}$

②  $\frac{\pi}{23}$

③  $\frac{\pi}{22}$

④  $\frac{\pi}{21}$

[22] (3점)  $\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)(k+2) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k}{2}}$ 의 값은?

①  $38 + 26\sqrt{2}$

②  $38 + 28\sqrt{2}$

③  $40 + 26\sqrt{2}$

④  $40 + 28\sqrt{2}$

[23] (3점) 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{\infty} \det(A^k) k \left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}$ 의 값은?

(단,  $\det(B)$ 는 정사각행렬  $B$ 의 행렬식을 나타낸다.)

① 16

② 24

③ 48

④ 72

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[24] (3.5점) 행렬  $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ -1 & -9 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $\det(A^3 - 81A)$ 의 값은?

- ①  $2^7 3^3 5$       ②  $2^6 3^4 5$       ③  $2^8 3^3 5$       ④  $2^8 3^4 5$

[25] (2.5점) 곡면  $x^2 - xyz + z^3 = 1$ 이 있다. 이 곡면 위의 점  $(1, 1, 1)$ 에서의 접평면과  $z$ 축의 교점의 좌표는?

- ①  $(0, 0, \frac{3}{4})$       ②  $(0, 0, 1)$       ③  $(0, 0, \frac{5}{4})$       ④  $(0, 0, \frac{3}{2})$

[26] (3.5점) 선형사상  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 은  $T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 2x + y, 3x + 2z)$ 로 정의된다. 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  위의 점  $(x, y, z)$ 에 대하여  $\|T(x, y, z)\|$ 의 최솟값은? (단,  $\|(a, b, c)\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이다.)

- ①  $\frac{\sqrt{13}-2}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{13}-1}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{13}+1}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{13}+2}{2}$

[27] (3.5점)  $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{y^3+2} dy dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{5}{9} \sqrt{2}$       ②  $\frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{4}{9} \sqrt{2}$       ③  $\frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{2}{9} \sqrt{2}$       ④  $\frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{1}{9} \sqrt{2}$



2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[28] (3.5점)  $0 \leq t \leq \pi$ 에서 정의된 곡선  $C$ 는  $r(t) = (e^t \sin t, e^t \cos t)$ 로 주어지고  $t=0$ 에서 출발하여  $t=\pi$ 에서 끝난다. 벡터장  $F(x, y) = (3 + 2xy, x^2 - 3y^2)$ 에 대하여 선적분  $\int_C F \cdot dr$ 의 값은?

- ①  $e^{3\pi} + 1$                       ②  $e^{3\pi} + 2$                       ③  $e^{5\pi} + 1$                       ④  $e^{5\pi} + 2$

[29] (4점) 두 평면  $z=0, z=3$ 과 원기둥  $x^2 + y^2 = 1$ 로 둘러싸인 영역  $R$ 의 경계를  $S$ 라 하자. 이때 곡면  $S$ 에 대한 벡터장  $F = (xe^{x^2+y^2}, ye^{x^2+y^2}, ze^{x^2+y^2})$ 의 유량(flux)  $\iint_S F \cdot dS$ 의 값은?

- ①  $2\pi(2e - 1)$                       ②  $3\pi(2e - 1)$                       ③  $2\pi(3e - 1)$                       ④  $3\pi(3e - 1)$

[30] (3점) 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여,  $A^3$ 의 고윳값의 합은?

- ① 34                                      ② 35                                      ③ 36                                      ④ 37