

제2교시

수학 영역 (B형)



5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x(x-2)}$ 의 값은? [2점]
- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B(10, \frac{1}{3})$ 을 따를 때, $V(3X - 2)$ 의 값은? [2점]
- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

4. $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\tan \frac{\theta}{2}$ 의 값은? (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$) [3점]
- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

5. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{9}{16}$,

$P(B|A) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 함수 $f(x) = 2x^2 + x$ 에 대하여 무리방정식

$$2f(x) = \sqrt{f(x)} + 1$$

의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

7. $f(x) = \pi e^x \int_a^x \cos(\pi t) dt$ 에 대하여 $f(0) = \frac{1}{2}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\pi - \frac{1}{2}$ ④ π ⑤ $\pi + \frac{1}{2}$

8. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$S_n = n^2 + 3n$ 이다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

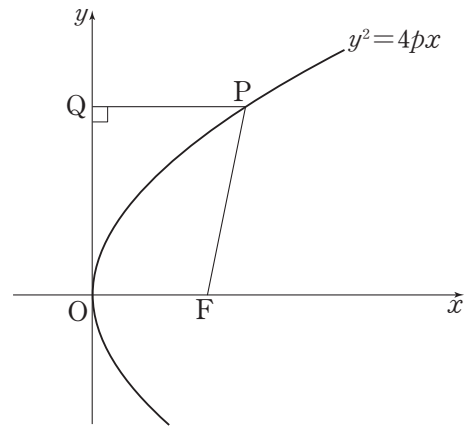
9. 반지름의 길이가 $r(\text{cm})$ 이고, 높이가 $h(\text{cm})$ 인 원기둥 모양의 안테나를 지면에 수직으로 세웠을 때의 인덕턴스를 $L(H)$ 이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$L = 2 \left(k \log \frac{h}{r} - 1 \right) \times 10^{-6} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

반지름의 길이가 8 cm 이고 높이가 $a(\text{cm})$ 인 원기둥 모양의 안테나를 지면에 수직으로 세웠을 때의 인덕턴스를 $L_1(H)$ 이라 하고, 반지름의 길이가 2 cm 이고 높이가 $\sqrt{a}(\text{cm})$ 인 원기둥 모양의 안테나를 지면에 수직으로 세웠을 때의 인덕턴스를 $L_2(H)$ 라 하자. $L_1 = 2L_2$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

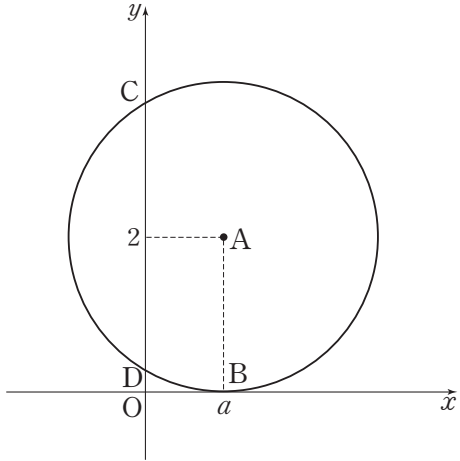
- ① $\frac{1}{\log 5}$ ② $\frac{1}{\log 2}$ ③ $\log 2$ ④ $2 \log 2$ ⑤ $\log 5$

10. 그림과 같이 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)의 제1사분면 위의 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 Q 라 하자. $\overline{PF} : \overline{PQ} = 5 : 4$ 일 때, 직선 OP 의 기울기는? (단, O 는 원점이다.) [3점]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[11~12] 그림과 같이 실수 a ($0 < a < 2$)에 대하여 중심이 $A(a, 2)$ 이고, 반지름의 길이가 2인 원이 x 축과 접하는 점을 B 라 하고, y 축과 만나는 두 점을 각각 C, D 라 하자. 11번과 12번의 두 물음에 각각 답하시오. (단, 점 C 의 y 좌표가 점 D 의 y 좌표보다 크다.)



11. $a=1$ 일 때, 좌표평면에서 두 점 A, B 를 각각 두 점 C, D 로 옮기는 일차변환 f 를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]
 ① $2-\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

12. 직선 DB 의 기울기를 $f(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{f(a)}{a}$ 의 값은? [3점]
 ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고,

$$a_{n+1}-1 = \frac{(n+1)a_n-1}{n+2} \quad (n \geq 1) \quad \dots\dots (*)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

(*)의 양변에 $n+2$ 를 각각 곱하면

$$(n+2)a_{n+1} - (n+2) = (n+1)a_n - 1$$

$$(n+2)a_{n+1} = (n+1)a_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = (n+1)a_n$ 이라 하면 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, $b_1 = 4$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(9)+g(9)$ 의 값은? [3점]

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

14. 어느 공장에서 펜을 만드는데 100개 당 1개의 불량품이

나온다고 한다. 이 공장에서 만든 110000개의 펜 중에서 n 개 이하의 불량품이 포함될 확률이 0.117 이하가 되도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.16	0.3770
1.17	0.3790
1.18	0.3810
1.19	0.3830

- ① 1050 ② 1060 ③ 1070
 ④ 1080 ⑤ 1090

6

수학 영역 (B형)

15. 자연수 n 에 대하여 매개변수 t 로 나타내어진 함수

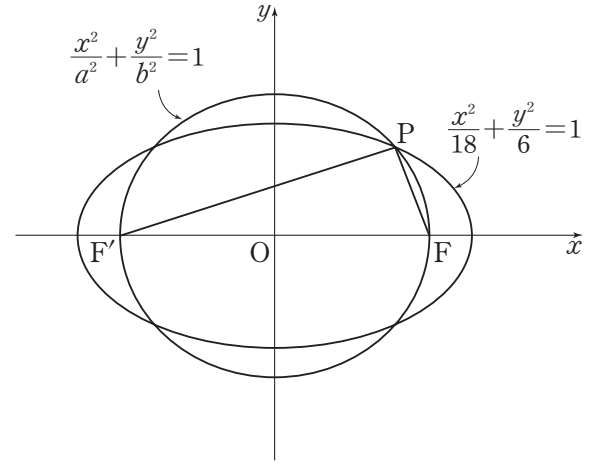
$$x = t^2 e^{-t}, \quad y = (2t + n)e^{-t}$$

이 있다. $t = n$ 에서 $\frac{dy}{dx} > 0$ 이 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

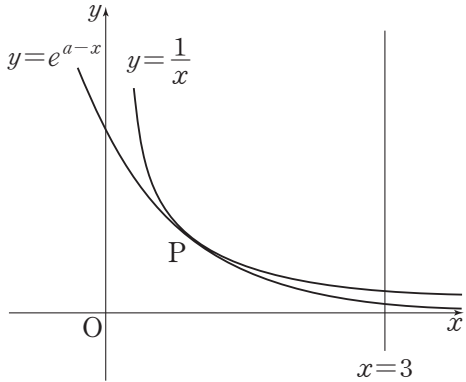
16. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{6} = 1$ 의 두 초점 F, F' 에 대하여

선분 FF' 을 장축으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 두 타원의 교점 중 제1사분면의 점 P 에 대하여 $\overline{PF} : \overline{PF'} = 1 : 2$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 b^2$ 의 값은? (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



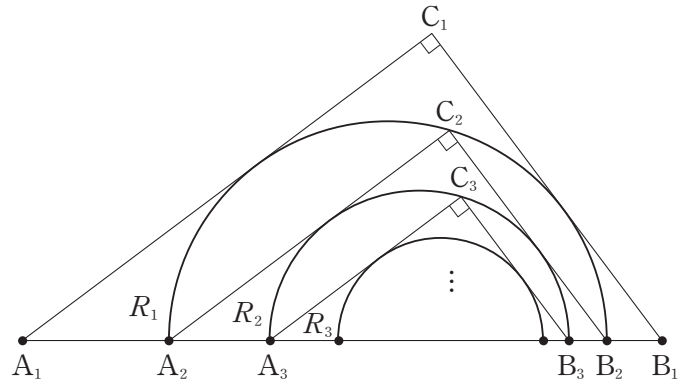
- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

17. 두 곡선 $y=e^{a-x}$, $y=\frac{1}{x}$ 이 한 점 P에서 만난다. 이 두 곡선 위의 점 P에서의 접선의 기울기가 서로 같을 때, 두 곡선 $y=e^{a-x}$, $y=\frac{1}{x}$ 과 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]



- ① $\ln 3 + e^{-2} - 3$ ② $\ln 3 + e^{-1} - 2$ ③ $\ln 3 + e^{-2} - 1$
- ④ $\ln 2 + e^{-1} - 2$ ⑤ $\ln 2 + e^{-2} - 1$

18. $\overline{A_1B_1}=5$, $\overline{B_1C_1}=3$, $\overline{A_1C_1}=4$ 인 직각삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 지름이 선분 A_1B_1 위에 있고 두 선분 A_1C_1 , B_1C_1 에 모두 접하는 반원을 R_1 이라 하자. 반원 R_1 의 지름의 양 끝점을 점 A_1 에 가까운 순서대로 각각 A_2 , B_2 라 하고 점 A_2 를 지나고 선분 A_1C_1 에 평행한 직선과 반원 R_1 이 만나는 점을 C_2 라 할 때, 직각삼각형 $A_2B_2C_2$ 에서 지름이 선분 A_2B_2 위에 있고 두 선분 A_2C_2 , B_2C_2 에 모두 접하는 반원을 R_2 라 하자. 반원 R_2 의 지름의 양 끝점을 점 A_2 에 가까운 순서대로 각각 A_3 , B_3 이라 하고 점 A_3 을 지나고 선분 A_2C_2 에 평행한 직선과 반원 R_2 가 만나는 점을 C_3 이라 할 때, 직각삼각형 $A_3B_3C_3$ 에서 지름이 선분 A_3B_3 위에 있고 두 선분 A_3C_3 , B_3C_3 에 모두 접하는 반원을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 반원 R_n 의 호의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{40}{11}\pi$ ② $\frac{45}{11}\pi$ ③ $\frac{50}{11}\pi$ ④ 5π ⑤ $\frac{60}{11}\pi$

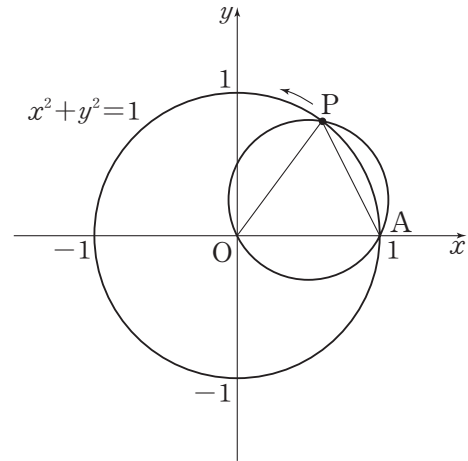
19. 자연수 n 에 대하여 이차함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \frac{x^2}{n} + 1$ 이라 하자. 함수 $f(x)$ 에 대하여 부등식

$$\frac{5}{f(x)+1} + \frac{4}{f(x)-2} \geq 3$$

을 만족시키는 자연수 x 의 집합이 $\{4, 5, 6\}$ 이 되도록 하는 자연수 n 의 개수는? [4점]

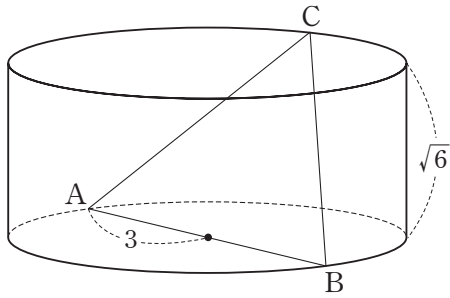
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

20. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P가 점 A(1, 0)에서 출발하여 시계 반대 방향으로 매초 1의 일정한 속력으로 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위를 움직이고 있다. 삼각형 OAP의 외접원의 넓이를 S라 할 때, $\angle POA = \frac{\pi}{2}$ 가 되는 순간, S의 시간(초)에 대한 변화율은? (단, O는 원점이고, 점 P의 y 좌표는 0 이상이다.) [4점]



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

21. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3이고 높이가 $\sqrt{6}$ 인 원기둥이 있다. 아래쪽 밑면인 원의 지름 AB와 위쪽 밑면의 둘레 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 ABC와 원기둥의 밑면이 이루는 각의 크기를 α 라 하고, 두 직선 AC, BC가 이루는 예각의 크기를 β 라 하자. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{66}}{11}$ 일 때, $\cos \beta$ 의 값은?
(단, $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

단답형

22. 좌표공간에서 점 $(3, -1, 5)$ 와 평면 $2x - 3y - 6z = 0$ 사이의 거리를 구하시오. [3점]

23. $(3x - \frac{1}{x})^5$ 의 전개식에서 x 의 계수를 구하시오. [3점]

24. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a-2 & 4 \\ 3 & a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 평면 $x+ky-z=0$ 과 평면 $2x-z=0$ 이 이루는 예각의

크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, $100k^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.)

[3점]

26. 첫째항이 -5 이고 공차가 양수 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_n > 0$ 인 자연수 n 의 최솟값을 $f(d)$ 라 하자. $10 \leq f(d) \leq 11$ 을 만족시키는 d 의 값의 범위가 $\alpha < d \leq \beta$ 일 때, $80(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 직선 $y = -x + n$ 이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점의 x 좌표가 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x)$ 와 두 실수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = a \sin x + b \cos x$$

$$(나) a + b \geq 5\sqrt{2}$$

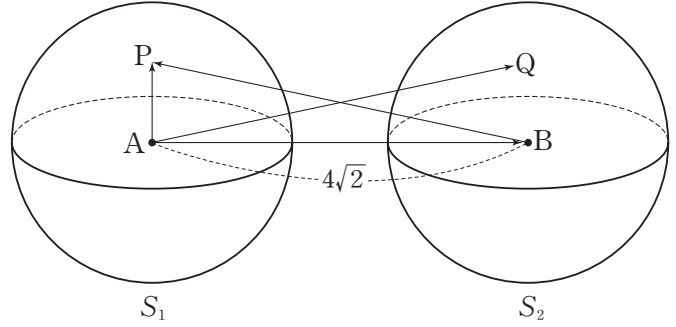
$\int_{-\pi}^{\pi} \{f(x)\}^2 dx$ 의 최솟값이 $k\pi$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

29. 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수를 k 라 할 때, 행렬 A_k 를

$$A_k = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{k} & -\sin \frac{\pi}{k} \\ \sin \frac{\pi}{k} & \cos \frac{\pi}{k} \end{pmatrix}$$

라 하자. 주사위를 네 번 연속하여 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 할 때, 등식 $A_a A_b A_c A_d = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이 성립할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 두 구 S_1, S_2 의 중심을 각각 A, B 라 할 때, $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$ 이다. 두 점 A, B 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AQ} = -26$ 을 만족시키는 구 S_1 위의 고정된 점 P 와 구 S_2 위를 움직이는 점 Q 가 있다. 점 Q 가 나타내는 도형의 길이가 $a\pi$ 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]



♣ 확인 사항
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.