문항카드 23

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열Ⅲ(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	확률변수, 확률분포, 기댓값
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

[수학]

[문제 1] 주사위를 네 번 던지는 실험을 할 때, 처음으로 6의 눈이 나올 때까지 던졌던 횟수를 확률변수 X로 정의한다. 만약 네 번 던지는 동안 6의 눈이 나오지 않는 경우는, $X=5$로 정의한다. 예를 들어, 주사위의 눈이 순서대로 $4,1,6,2$로 나오면 $X=3$이 된다. 주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이 나왔다고 하자. 이때 X의 기댓값을 구하시오. [20점]

3. 출제 의도

주어진 상황에서 확률변수가 가지는 값을 이해하고 관련된 확률을 이끌어 내기 위한 능력은 중요하다. 특히, 반복된 실험에서 동일한 확률 구조를 가지지 않는 경우 확률 계산에서 이해력이 요구된다. 확률변수의 기댓값은 확률변수의 성질을 파악하기 위한 중요한 값이다. 본 문제에서는 이산확률변수 및 그 확률분포를 이용하여 기댓값을 계산하는 능력을 평가한다. 본 문제는 이산확률변수의 기댓값에 대한 이해도를 평가하며 난이도는 ‘중,하’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	3. 통계 [12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. [12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	배종숙 외	금성출판사	2019	93-98, 99-103
	확률과 통계	류희찬 외	천재교과서	2019	80-84, 85-92

	확률과 통계	권오남 외	교학사	2019	82-88, 89-95

5. 문항 해설

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 $1, 3, 4, 5$ 중 하나이다. 또한, 주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이 나왔으므로, 첫 번째는 5가 아니며 두 번째에 5의 눈이 나온 것이다. 따라서, $X=1$일 확률은 $\frac{1}{5}$이며, $X=3$일 확률은 $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$이다. 세 번째에 6의 눈이 나올 확률은 5의 눈에 대한 제약이 없으므로 $\frac{1}{6}$이기 때문이다. $X=4$일 확률은 $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$이다. 세 번째에 6의 눈이 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{6}$이기 때문이다. $X=5$일 확률은 $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)$이 된다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	[채점요소] 확률변수가 가지는 값을 이해하고 확률분포를 계산할 수 있는가? 확률변수의 기댓값을 계산할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 1. 확률변수 X의 확률분포를 바르게 계산한 경우: +16점 ($X=1, 3, 4, 5$의 각 확률값을 바르게 계산한 경우, 각각 4점씩) 1. X의 기댓값을 X가 가지는 값과 확률을 곱하고 더하여 바르게 계산한 경우: +4점 (계산결과가 틀렸어도 기댓값의 구조를 정확하게 이해하고 있는 경우: +2점) ※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.	20

7. 예시 답안

주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이었을 때, X의 확률분포는 아래와 같다.

확률변수 X	1	3	4	5	계
확률	$\frac{1}{5}$	$\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$	$\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$	$\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)$	1

⇩

보조계산1	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$	$\frac{20}{180}=\frac{1}{9}$	$\frac{100}{180}=\frac{5}{9}$	1
보조계산2	$\frac{36}{180}$	$\frac{24}{180}$	$\frac{20}{180}$	$\frac{100}{180}$	1

따라서, X의 기댓값 $=1\left(\frac{1}{5}\right)+3\left(\frac{2}{15}\right)+4\left(\frac{1}{9}\right)+5\left(\frac{5}{9}\right).$

$$=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{4}{9}+\frac{25}{9}$$

$$=\frac{9+18+20+125}{45}$$

$$=\frac{172}{45}$$

문항카드 24

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열Ⅲ(수학) / 문제 [2-1], 문제 [2-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ 문제 2-2: 미적분, 수학 Ⅱ
	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 삼차방정식, 음함수 미분 문제 2-2: 부분적분, 다항식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$가 $x=c$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(c, f(c))$에서의 접선의 방정식은 $y-f(c)=f'(c)(x-c)$이다.
- 직선 $y=mx+n$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 $\tan\theta=m$이다.
- 각 α와 β에 대하여 다음 식이 성립한다.

  $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,\qquad \tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$
- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

[문제 2-1] 좌표평면 위의 원 $(x-1)^2+y^2=1$과 원 $x^2+y^2=t^2$의 교점 중 $y\geq 0$인 점을 $\mathrm{P}(t)$라고 하자. 점 $\mathrm{P}(t)$에서 두 원의 접선이 이루는 각을 $\theta(t)$라고 할 때, 정적분 $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2}\{\tan\theta(t)\}^2\,dt$의 값을 구하시오. (단, $\sqrt{2}\leq t\leq 2$이고 $0\leq\theta(t)\leq\dfrac{\pi}{2}$이다.) **[10점]**

[문제 2-2] 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 이등변 삼각형 ABC가 있다. $\overline{\mathrm{BC}}=x$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=y$라 할 때, x^3e^{-2y}의 최댓값을 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[문제 2-1] 원의 방정식을 이용하여 그래프를 그릴 수 있는지 평가한다. 미분을 활용하여 접선의 방정식을 구하는 과정을 묻는다. 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여 직선이 이루는 각을 구할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 삼각형의 각도와 변 사이의 관계식을 삼각함수를 이용해 표현할 수 있는지를 묻는다. 미분을 활용해서 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	(2) 기하 ③ 원의 방정식 [10수학I 02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II 02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12수학II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문제 2-2	(3) 적분 ② 정적분 [12수학II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. (2) 미분법 ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적 02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	황선욱 외 8인	미래엔	2019	73
	수학 I	배종숙 외 6안	금성출판사	2020	79
	미적분	권오남 외 14인	교학사	2020	65
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	68
	수학 II	김원경 외 14인	비상교육	2019	83

5. 문항 해설

문제 2-1

원의 방정식에 음함수 정리를 적용하면 접선의 방정식을 얻을 수 있다. 그리고 탄젠트의 덧셈정리를 이용하면 두 직선 사이의 각도를 구할 수 있다. 본 문항에서는 이 내용을 이해하여 두

개의 원이 주어진 상황에서 두 접선이 이루는 각도를 구할 수 있는 묻는 문제이다. 덧붙여 간단한 정적분을 계산할 수 있는 지도 평가한다.

문제 2-2

본 문항은 이등변 삼각형의 기본적인 성질을 이용해 각과 변 사이의 관계를 삼각함수로 표현할 수 있는지를 묻는다. 그리고 미분을 활용해서 최대최소 문제를 해결할 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	두 원의 교점을 찾아 두 접선의 기울기 $-\dfrac{t}{\sqrt{4-t^2}}$, $-\dfrac{t^2-2}{t\sqrt{4-t^2}}$를 얻으면 +4점. 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여 $\tan\theta(t)=\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{t}$를 얻으면 +4점. 적분을 계산하여 정답 $3\sqrt{2}-4$를 얻으면 +2점.	10
2-2	이등변 삼각형의 성질을 이용하여 함수 $y^3(4-y^2)^{\frac{3}{2}}e^{-2y}$를 얻으면 +5점. 도함수를 계산하여 도함수가 0인 $y=1$를 찾으면 +5점. $y=1$을 대입하여 최댓값 $3\sqrt{3}e^{-2}$을 얻으면 +5점.	15

7. 예시 답안

[문제 2-1]

$1=(x-1)^2+y^2=x^2-2x+1+y^2$를 전개한 후, $x^2+y^2=t^2$를 대입하여 교점 $\mathrm{P}\left(\dfrac{t^2}{2}, \dfrac{t}{2}\sqrt{4-t^2}\right)$를 구한다. $t=2$일 때는 두 원의 접선이 일치하므로 $\tan\theta(t)=0$이다. $\sqrt{2}\le t<2$이라고 하고, 원의 방정식 $x^2+y^2=t^2$에 음함수 미분을 적용하여 점 P에서의 접선의 기울기

$$2x+2y\frac{dy}{dx}=0 \ \Rightarrow\ m_1=-\frac{x}{y}=-\frac{t}{\sqrt{4-t^2}}$$

를 구한다. 마찬가지로 원의 방정식 $(x-1)^2+y^2=1$에 음함수 미분을 적용하여 접선의 기울기

$$2(x-1)+2y\frac{dy}{dx}=0 \ \Rightarrow\ m_2=-\frac{x-1}{y}=-\frac{t^2-2}{t\sqrt{4-t^2}}$$

를 구한다. 따라서 탄젠트 함수의 덧셈정리에 의해 두 접선이 이루는 각 $\theta(t)$는

$$\tan\theta(t)=\frac{m_2-m_1}{1+m_2m_1}=\frac{\sqrt{4-t^2}}{t}$$

로 주어진다. (보충설명: 위 식은 $t=2$일 때도 성립하므로 $t=2$도 포함한다. 실제 그림을 그려보면 $\tan(\theta(2))=0$이다. 또한, 여기서 조건 $\sqrt{2}\le t\le 2$에 의해 $\tan(\theta(t))$가 0과 1사이이므로 $\theta(t)$는 예각임을 확인할 수 있다)

마지막으로 위에서 얻은 식을 대입하여 적분을 계산하여 정답을 얻는다.

$$\int_{\sqrt{2}}^{2}\tan^2\theta(t)dt=\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{4-t^2}{t^2}dt=\left[-\frac{4}{t}-t\right]_{\sqrt{2}}^{2}=3\sqrt{2}-4$$

[문제 2-2]

각 BAC를 α, 각 ABC를 β라 하자. 사인법칙을 이용하면 $\sin\alpha=\frac{x}{2}$, $\sin\beta=\frac{y}{2}$임을 알 수 있다. 그런데 여기서 삼각형 ABC가 이등변 삼각형이므로 $\alpha+2\beta=\pi$를 만족하므로 $\sin(2\beta)=\frac{x}{2}$인데, 이 식에 사인함수의 덧셈공식을 적용하면

$$x=2\sin(2\beta)=4\sin\beta\cos\beta=2y\sqrt{1-\frac{y^2}{4}}=y\sqrt{4-y^2}$$

(또는 $y^4-4y^2+x^2=0$)임을 알 수 있다. 따라서

$$x^3e^{-2y}=y^3(4-y^2)^{\frac{3}{2}}e^{-2y}$$

이다. 위 식을 y에 대한 함수로 보고 미분을 하면,

$$2y^2\sqrt{4-y^2}\,e^{-2y}(y-1)(y^2-2y-6)$$

가 된다. y의 범위가 $0\le y\le 2$이므로 구간 내에서 도함수가 0인 경우는 $y=1$일 때 이다. (구간 내에서 y^2-2y-6은 0이 아니다.)

경계 $y=0$, $y=2$일 때 $y^3(4-y^2)^{\frac{3}{2}}e^{-2y}$의 값을 체크해서 $y=1$일 때 최댓값 $3\sqrt{3}e^{-2}$을 얻는다는 결론을 내린다.

[문제 2-2 별해1]

각 BAC를 θ로 두는 경우, 문제의 조건과 삼각함수의 성질로부터 $1\cdot\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{y}{2}$와 $y\cdot\cos\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)=\frac{x}{2}$를 얻고, $y=2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$와 $x=2y\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=4\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$로 정리한 후 x^3e^{-2y}에 대입한다. 이렇게 얻은 함수를 θ에 대한 함수로 보고 $f(\theta)$라 하자.

$$f(\theta)=x^3e^{-2y}=64\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{-4\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$f(\theta)$의 최댓값을 찾기 위해 도함수

$$f'(\theta)=32\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{-4\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left\{3\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+4\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\}$$

를 구한 다음, 방정식

$$3\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+4\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=0$$

을 풀어서 θ에 대한 도함수가 0인 $\theta=\frac{2\pi}{3}$를 구한다. θ의 범위의 경계값 $\theta=0,\pi$에서 $f(0)=f(\pi)=0$이고 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=3\sqrt{3}e^{-2}$이므로 최댓값은 $3\sqrt{3}e^{-2}$이다.

[문제 2-2 별해2]
각 ABC 또는 각 ACB를 θ로 두는 경우, 문제의 조건과 삼각함수의 성질로부터 $y=2\sin\theta$와 $x=2y\cos\theta=4\sin\theta\cos\theta$를 얻고 x^3e^{-2y}에 대입하여 함수

$$f(\theta)=x^3e^{-2y}=64(\sin^3\theta)(\cos^3\theta)e^{-4\sin\theta}$$

를 얻는다. 별해1과 마찬가지로 도함수

$$f'(\theta)=-64(\sin^2\theta)(\cos^2\theta)e^{-4\cos\theta}\left\{-3\cos^2\theta+3\sin^2\theta+4\sin\theta\cos^2\theta\right\}$$

를 구한 다음, 방정식

$$-3\cos^2\theta+3\sin^2\theta+4\sin\theta\cos^2\theta=0$$

을 풀어서 θ에 대한 도함수가 0인 $\theta=\frac{\pi}{6}$를 구한다. θ의 범위의 경계값 $\theta=0,\pi$에서 $f(0)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$이고 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}e^{-2}$이므로 최댓값은 $3\sqrt{3}e^{-2}$이다.

문항카드 25

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 III(수학) / 문제 [3-1], 문제 [3-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 미적분 문제 3-2: 수학 I, 수학 II
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 정적분의 활용 문제 3-2: 수열의 합, 극대와 극소
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(x) \geq 0$이면, 정적분 $\int_a^b f(x)dx$ 는 곡선 $y=f(x)$, 직선 $x=a$, 직선 $x=b$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸다.

- 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $x=g(t)$로 놓으면, 다음 식이 성립한다.

$$\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$$

- 수열 $\{a_k\}$, $\{b_k\}$와 상수 c에 대하여, 다음 식이 성립한다.

$$\sum_{k=0}^{n}(ca_k+b_k) = c\sum_{k=0}^{n}a_k + \sum_{k=0}^{n}b_k$$

[문제 3-1] 두 곡선 $y=x^4$과 $y=\dfrac{2}{1+x^2}$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. **[10점]**

[문제 3-2] $a_0=3$이고 자연수 i에 대하여 $a_i=3-i$인 수열이 있다. 음이 아닌 정수 n에 대하여 $b_n=\sum_{k=0}^{n}a_{n-k}a_k$라 할 때, b_n의 최솟값을 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

문제 3-1

좌표평면에서 두 곡선의 위치관계를 파악하고 교점을 구할 수 있는지 평가한다. 또한, 두 곡선 사이의 넓이를 적분법을 활용하여 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

문제 3-2
등차수열의 곱으로 표현된 급수를 잘 구할 수 있는지 평가한다. 그리고 급수의 합을 통해 구해진 n에 대한 3차 방정식의 최솟값을 그래프의 개형, 특히 극솟값을 통해 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	(3) 적분법 ② 정적분의 활용 [12미적03-05]곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 3-2	(3) 수열 ② 수열의 합 [12수학I 03-05]여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다. (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	박교식 외 19인	동아출판	2019	156
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	168
	수학 I	배종숙 외 6인	㈜금성출판사	2019	143
	수학 I	이준열 외 9인	천재교육	2019	141
	수학 II	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2019	80
	수학 II	이준열 외 9인	천재교육	2019	83

5. 문항 해설

문제 3-1
좌표평면에서 두 곡선의 위치관계를 파악하고 교점을 구할 수 있는지 평가한다. y의 4차 방정식이지만 y^2에 대한 2차 방정식이 나와서 인수분해를 통해서 y의 값을 구할 수 있고 교점의 x값도 구할 수 있다. 또한, 두 곡선 사이의 넓이를 적분법을 활용하여 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

문제 3-2
등차수열의 곱으로 표현된 급수를 잘 구할 수 있는지 평가한다. 그리고 급수의 합을 통해 구해진 n에 대한 3차 방정식의 최솟값을 그래프의 극소를 통해 구할 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 3-1	● 교점을 구하여 적분 구간이 $[-1,1]$이다. +3점 ● 적분식을 구성한다. +3점 ● $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}dx=\frac{\pi}{2}$와 $\int_0^1 x^4dx=\frac{1}{5}$ 구해서 $\pi-\frac{2}{5}$ 구하면 +4점	10
문제 3-2	● $b_n=\frac{1}{6}(n^3-18n^2+35n+54)$을 구한다. +5점 ● 그래프의 개형을 고려해서 $n=9,10,11,12$ 조사한다. 아니면 미분 등을 이용하여 $n=10,11$ 조사한다. +7점 ● $b_{11}=-68$ 구하면 +3점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]
교점을 구하자. $x^4(1+x^2)=2$ 이고 $x^2=t$로 쓰면 $t^2(1+t)=2$이 되고 $t=1$이다. 주어진 영역의 넓이는 아래와 같다.

$$\int_{-1}^{1}\left\{\frac{2}{1+x^2}-x^4\right\}dx=2\int_0^1\left\{\frac{2}{1+x^2}-x^4\right\}dx$$

$\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}dx=\frac{\pi}{2}$이고 $\int_0^1 x^4dx=\frac{1}{5}$이므로 정답은 $\pi-\frac{2}{5}$이다.

[문제 3-2]
$b_n=\frac{1}{6}(n^3-18n^2+35n+54)=\frac{1}{6}(n+1)(n^2-19n+54)$이다.

삼차함수 $f(x)=\frac{1}{6}(x+1)(x^2-19x+54)$의 그래프의 개형을 고려해 보자. 근이 $x=-1$, $\frac{19-\sqrt{145}}{2}\approx 3.5$, $\frac{19+\sqrt{145}}{2}\approx 15.5$이므로 $n=4,5,\cdots,15$일 때 b_n이 음수가 나온다.
그래프의 개형을 고려해서 $n=9,10,11,12$인 경우만 조사해 보면 된다.

최솟값의 위치를 찾는 다른 방법으로 $f(x)=\frac{1}{6}(x+1)(x^2-19x+54)$를 미분하면 $f'(x)=0$의 근이 $6-\frac{\sqrt{219}}{3}$, $6+\frac{\sqrt{219}}{3}$이고 $10<6+\frac{\sqrt{219}}{3}<11$이므로 $n=10, 11$만 체크해도 된다. $b_{10}=-66$이고 $b_{11}=-68$이므로 최솟값은 -68이다.

문항카드 26

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 Ⅲ(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	유전, 가계도, 항상성과 몸의 조절, 생식, 유전
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 가계도는 한 가계의 유전 형질을 조사하여 기호로 나타낸 것으로, 집안의 유전 형질을 조사할 때 주로 이용되는 유전 연구 방법이다. 사람의 형질 가운데 혀 말기, 쌍꺼풀, 귓불 등과 같은 형질은 한 쌍의 대립유전자가 하나의 형질을 결정하는 단일 인자 유전 형질이다. 단일 인자 유전 형질의 유전자가 상염색체에 있는 경우, 가계도 분석을 통하여 그 형질이 우성인지 열성인지 쉽게 확인할 수 있다. 형질을 결정하는 유전자가 X 염색체에 있어서 유전자가 발현되는 빈도가 성에 따라 달라지는 유전 현상을 반성 유전이라고 한다. 어떤 형질을 나타내는 유전자가 Y 염색체에 있으면 항상 남자에게만 그 형질이 유전된다.

(나) 항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합한다. 이러한 특성을 항원 항체 반응의 특이성이라고 한다. 항체는 특정 항원에 대해서만 반응하므로 이를 이용하여 혈액형을 판정하거나 질병을 진단할 수 있다. 예를 들면, 적혈구 표면의 응집원(A, B)과 혈청 속의 응집소(α, β) 사이에서 일어나는 혈액의 응집 반응으로 혈액형을 판정할 수 있다.

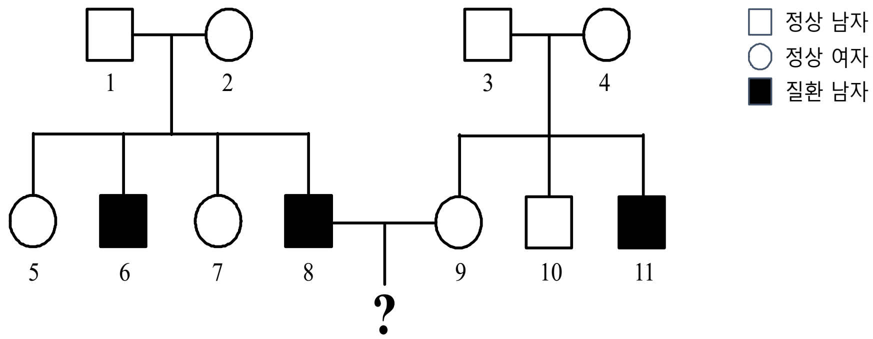
(다) 사람처럼 유성 생식을 하여 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물 종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 생식세포는 정소와 난소 같은 생식 기관에서 생식세포 분열을 통해 형성된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수 분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다.

(라) 세포가 생장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 세포 주기는 크게 간기와 분열기로 나뉜다. 간기는 G_1기, S기, G_2기로 구분한다. G_1기는 세포가 빠르게 생장하는 시기이고, S기는 DNA를 복제하는 시기이며, G_2기는 분열을 준비하는 시기이다. 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동 염색체가 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 2가 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기

에는 상동 염색체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에는 세포질 분열이 시작된다. 감수 1분열이 끝난 후 DNA 복제 없이 감수 2분열이 일어난다. 감수 2분열 중기에는 모든 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에 세포질 분열이 일어난다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않는 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 이 생식세포가 배우자의 생식세포와 수정하여 태아로 발생하면 염색체 수에 이상이 있는 자손이 태어날 수 있다.

[문제 4-1] 다음은 반성 유전으로 세포 내 대사 과정에 이상이 있는 유전 질환을 가진 환자의 가계도를 나타내고, 그 원인을 찾기 위한 실험을 하여 결과를 정리한 것이다.

[가계도]



[실험 과정]

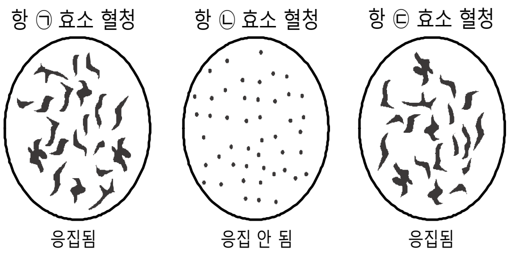
Ⅰ. 위의 가계도에서 8번 남자의 혈장과 피부 세포를 채취하였다.

Ⅱ. 8번 남자의 혈장을 효소 ㉠에 반응하는 혈청(항 ㉠ 효소 혈청), 효소 ㉡에 반응하는 혈청(항 ㉡ 효소 혈청), 효소 ㉢에 반응하는 혈청(항 ㉢ 효소 혈청)과 각각 반응시키고, 그 결과를 〈그림〉에 나타내었다.

Ⅲ. 채취한 8번 남자의 피부 세포를 배양하여 분쇄한 뒤, 세포를 구성하는 각 유기물의 비율을 정상인의 수치와 비교하여 〈표〉에 나타내었다.

[실험 결과]

〈그림〉 효소 혈청 반응 검사



〈표〉 세포 내 유기물 구성비

(상댓값)

구분	정상인	8번 남자
포도당	1.0	1.1
단백질	1.0	1.0
지질	1.0	3.8
핵산	1.0	1.1

[문제 4-1] 위의 가계도에서 8번 남자와 9번 여자가 결혼하여 아이를 낳는다고 가정할 때, 이 아이가 유전 질환을 가진 아들일 확률을 제시문 (가)에 근거하여 구하시오. 또한, 제시문 (나)에 근거하여 두 실험 결과를 해석하고, 이를 종합하여 유전 질환의 원인이 무엇인지 논리적으로 설명하시오. (단, 제시된 유전 질환 외에 다른 유전 질환은 고려하지 않으며, 정상인의 혈장은

항 ㉠ 효소 혈청, 항 ㉡ 효소 혈청, 항 ㉢ 효소 혈청에 모두 응집 반응이 있다.) **[15점]**

[문제 4-2] 생식세포 형성 과정에 작용하는 신약을 개발하기 위해 다음과 같은 실험을 하고 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

Ⅰ. 후보 물질 A, B, C, D를 식염수에 녹이고 각각의 모세포($2n$ = 6)에 처리한 후 배양하였다.

Ⅱ. 배양 후 후보 물질이 처리된 세포의 DNA 양을 <그림 1>에 나타내었다.

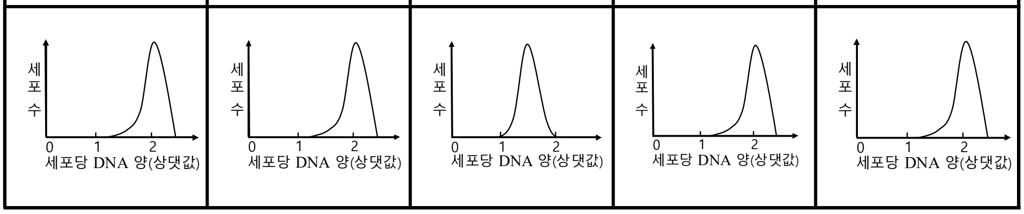
Ⅲ. 후보 물질이 처리된 세포를 현미경으로 관찰한 후, 각 세포 주기의 대표 사진을 아래 <그림 2>에 나타내었다.

Ⅳ. 각 처리군 내에서 관찰된 세포 사진 ① ~ ⑤의 비율을 분석하여 <표>에 나타내었다.

[실험 결과]

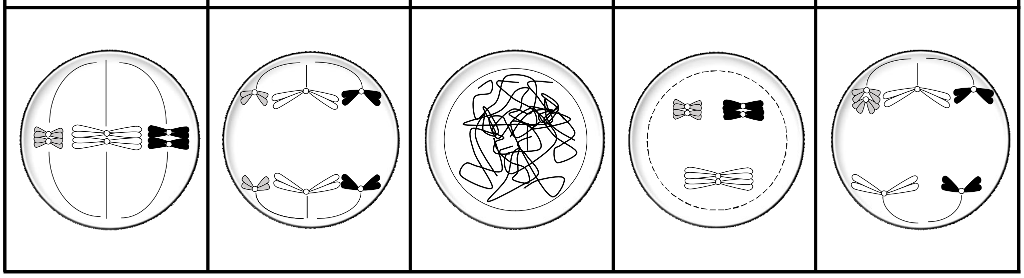
<그림 1> 실험 후 관찰된 세포의 DNA 양

식염수 처리군	A 처리군	B 처리군	C 처리군	D 처리군



<그림 2> 실험 후 관찰된 세포 사진

①	②	③	④	⑤



<표> 세포 사진 분석

(단위: %)

세포 사진	식염수 처리군	A 처리군	B 처리군	C 처리군	D 처리군
①	40	70	5	40	5
②	35	5	0	15	0
③	5	5	90	5	85
④	20	20	5	20	10
⑤	0	0	0	20	0

[문제 4-2] 위 실험 결과와 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 후보 물질 A, B, C, D가 세포 주기에 끼치는 영향에 대해 논리적으로 설명하시오. 또한, 이 실험 결과와 제시문 (라)에 근거하여 세포 ⑤에서 형성될 수 있는 생식세포 4개에 대한 각각의 염색체 수를 논리적으로 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

인간이 자손을 낳아 다음 세대를 이어가는 유전의 원리를 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 성염색체에 의한 유전 중, X 염색체 연관 유전병과 관련된 가계도를 보여주고 유전병을 나타내는 형질이 어떻게 자손에게 전달되는지를 파악할 수 있는지 평가한다. 정상 여자의 유전형에 따라 유전병을 가진 남자와의 사이에서 유전병을 가진 아들이 나올 확률이 달라지는 것을 이해하고 있는지 평가한다. 또한, 유전병의 원인을 찾는 실험에서는 항원 항체 반응의 특이성을 이해하고 유전병의 원인을 찾을 수 있는 지를 묻고 있다. 항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합하는 것을 이해하고 있는지 묻고 있다. 따라서 주어진 실험 결과를 분석하고, 항원 항체 반응으로 효소 혈청에서 응집된 경우와 되지 않은 경우가 무엇을 의미하는지 파악할 수 있어야 한다. 이를 세포 내 유기물 분석표와 연관 지어 추론하여 유전병이 있는 8번 남자는 효소 B가 결여되어있고, 이 때문에 세포의 지질 대사가 잘 일어나지 않고 있음을 유추할 수 있는지 평가한다.

[생명과학 문제 4-2]

사람을 비롯한 정자와 난자의 수정을 통해 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수 분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다. 세포가 생장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않은 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열을 이해하는지, 그리고 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 이해하는지를 평가한다. 추가적으로 세포 주기에서 발생할 수 있는 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 원인을 종합적으로 이해하는지를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	생명과학 I (4) 유전 [12생과 I 04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다.
	(나)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-07]

		백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.
	(다)	생명과학 Ⅰ (4) 유전 [12생과 Ⅰ 04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다. [12생과 Ⅰ 04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다.
	(라)	생명과학 Ⅰ (4) 유전 [12생과 Ⅰ 04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다. [12생과 Ⅰ 04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	생명과학 Ⅰ (4) 유전 [12생과 Ⅰ 04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다. 생명과학 Ⅰ (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 Ⅰ 03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.
	문제 4-2	생명과학 Ⅰ (4) 유전 [12생과 Ⅰ 04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다. [12생과 Ⅰ 04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다. [12생과 Ⅰ 04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 Ⅰ	이용철 외 3인	와이비엠	2020	108-112 141-148
	생명과학 Ⅰ	오현선 외 5인	미래엔	2020	110-113 126-150 140-144
	생명과학 Ⅰ	전상학 외 7인	지학사	2019	95-96 126-133
	생명과학 Ⅰ	권혁빈 외 5인	교학사	2020	105-107 121-126 134-141
	생명과학 Ⅰ	이준규 외 5인	천재교육	2019	105-106 121-127 135-140 142
	생명과학 Ⅰ	심재호 외 5인	금성출판사	2019	114-117 148-152
	생명과학 Ⅰ	심규철 외	비상	2018	122-128 142-144

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

주어진 문제에서 반성유전을 언급하였으며 제시문을 통해 반성유전이 성염색체에 의한 유전 중 X 염색체에 존재하는 유전임을 알 수 있다.
반성유전은 유전형질이 X 염색체를 통해 전달되므로 자손 세대인 6번과 8번에서 나타난 유전병은 부모세대인 2번을 통해 전달되었음을 알 수 있다.
유전병을 가진 8번 남자와 정상 여자인 9번 사이에서 유전병을 가진 아들이 태어날 확률은 정상 여자의 유전형에 따라 달라진다.
9번 여자가 가질 수 있는 유전형은 XX (정상) 또는 X' X (보인자)이며, 이 중 8번 남자와 결혼하여 유전병이 있는 아들을 낳을 확률에서 남자의 X'는 고려하지 않는다.
유전병인 아들이 태어나기 위해서 9번 여자에서 받아야할 유전자는 X'이며, 이를 받아 아들이 태어날 확률은 1/4 x 1/2 = 1/8 이다.
주어진 실험에서 항 ㉠ 효소 혈청과 항 ㉢ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타난 반면, 항 ㉡ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타나지 않았고, 이는 8번 남자의 혈액에 효소 ㉡이 결여 되어있음을 나타낸다.
주어진 표에서 8번 남자의 세포에는 정상인에 비해 지질이 상대적으로 과량 축적되어 있음을 알 수 있고, 항원 항체 반응과 연관지어보면 유전병을 앓고 있는 8번 남자는 효소 ㉡이 결여되어있고, 이 효소는 지질 대사에 관여하는 것으로 추론할 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

사람처럼 유성 생식을 하여 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 생식세포는 정소와 난소 같은 생식 기관에서 생식세포 분열을 통해 형성된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다. 세포가 생장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 세포 주기는 크게 간기와 분열기로 나뉜다. 간기는 G_1기, S기, G_2기로 구분한다. G_1기는 세포가 빠르게 생장하는 시기이고, S기는 DNA를 복제하는 시기이며, G_2기는 분열을 준비하는 시기이다. 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동 염색체가 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 2가 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 상동 염색체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에는 세포질 분열이 시작된다. 감수 1분열이 끝난 후 DNA 복제 없이 감수 2분열이 일어난다. 감수 2분열 중기에는 모든 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에 세포질 분열이 일어난다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않은 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 이 생식세포가 배우자의 생식세포와 수정하여 태아로 발생하면 염색체 수에 이상이 있는 자손이 태어날 수 있다. 따라서 세포 주기에 따른 DNA 양과 염색체의 분리 과정을 이해하고 있는지와 감수 분열 과정에 의해 형성된 유전병의 현상을 이해하고 있는지를 종합적으로 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점

문제 4-1	반성유전을 인지하고, 9번 여자의 유전형을 정상인과 보인자로 나누어 계산을 하면	3점
	유전병을 가진 아들의 확률을 1/8로 정확하게 계산을 하였으면	4점
	항원항체 반응을 이해하고 8번 남자의 혈액 중에 효소 B가 결여되었음을 설명하면	3점
문제 4-2	8번 남자의 병의 원인이 B효소 결여로 인한 지질대사의 문제임을 통합적으로 설명하면	5점
	문제를 풀기 위해서 <그림 2>의 세포 사진의 세포 주기를 설명하면	3점
	후보 물질 A, B, C, D가 세포 주기에 끼치는 영향을 설명하면	8점

7. 예시 답안

[생명과학 문제 4-1]

▶ 주어진 문제에서 반성 유전을 언급하였으며 제시문을 통해 반성 유전이 성염색체에 의한 유전 중 X 염색체에 존재하는 유전임을 알 수 있다.
9번 여자가 가질 수 있는 유전자형은 XX (정상) 또는 X' X (보인자)이며, 이 중 8번 남자와 결혼하여 유전병이 있는 아들이 태어날 확률에서 남자의 X' 는 고려하지 않는다. 유전병인 아들이 태어나기 위해서 9번 여자에서 받아야할 유전자는 X' 이며, 이를 받아 아들이 태어날 확률은 1/4 x 1/2 = 1/8 이다.
▶ 주어진 실험에서 항 ㉠ 효소 혈청과 항 ㉢ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타난 반면, 항 ㉡ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타나지 않았고, 이는 8번 남자의 혈액에 B효소가 결여 되어있음을 나타낸다. 또한 주어진 표를 통해 8번 남자의 세포에는 정상인에 비해 지질이 상대적으로 과량 축적되어 있음을 알 수 있다. 항원 항체 반응과 연관지어보면 유전병을 앓고 있는 8번 남자는 ㉡ 효소가 결여되어 있고, 이 효소는 지질 대사에 관여하는 것으로 추론할 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

▶ <그림 2>의 세포 사진을 제시문 (가), (나)에 근거하여 설명하면, ①은 감수 1분열 중기, ②는 후기, ③은 간기, ④는 전기이다. 그리고 ⑤는 감수 1분열 후기의 염색체 비분리된 세포이다. <그림 1>과 <표>에서 얻은 결과를 해석하면, 대조군인 식염수 처리군은 DNA 복제가 완료된 후, 감수 1분열 간기 5%, 전기 20%, 중기 40%, 후기 35%의 세포가 관찰되었음을 알 수 있다. A 처리군은 DNA 복제가 완료되었지만, 70%의 세포가 ① 시기에 있는 것으로 보아 물질 A는 감수 1분열 중기에 영향을 끼치는 약물이다. B 처리군은 복제가 완료되지 않아, 90%의 세포가 ③에 있는 것으로 보아 물질 B는 DNA 복제에 영향을 끼치는 약물이다. C 처리군은 DNA 복제가 완료되었지만, 20%의 세포가 ⑤에 있는 것으로 보아 물질 C는 염색체 비분리를 일으키는 약물이다. D 처리군은 DNA 복제가 완료되었지만, 85%의 세포가 ③에 있는 것으로 보아 물질 D는 감수 1분열 간기에서 분열기로 진행하는데 영향을 끼치는 약물이다.
▶ 세포 ⑤는 감수 1분열에서 생겨난 염색체 비분리 현상이 관찰되며 모세포는 2n = 6의 핵상을 가지므로 형성될 수 있는 생식세포 4개의 염색체 수는 각각 4개, 4개, 2개, 2개 이다.

문항카드 27

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 Ⅲ(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	전류에 의한 자기장, 벡터의 분해, 전자기 유도
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 두 벡터 $\overrightarrow{F}_A$와 $\overrightarrow{F}_B$의 합은 다음과 같이 구한다. 먼저 $\overrightarrow{F}_B$를 평행 이동하여, $\overrightarrow{F}_A$의 끝점에 $\overrightarrow{F}_B$의 시작점을 일치시켜 삼각형을 이루도록 한 다음 $\overrightarrow{F}_A$의 시작점과 $\overrightarrow{F}_B$의 끝점을 이으면 $\overrightarrow{F}_A+\overrightarrow{F}_B$가 된다. 또한, 벡터는 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $|\overrightarrow{C}|$이고 x축과 이루는 각도가 θ인 벡터 $\overrightarrow{C}$를 분해하면, 수평 성분은 $C_x=|\overrightarrow{C}|\cos\theta$이고 수직 성분은 $C_y=|\overrightarrow{C}|\sin\theta$이다.

(나) 직선 도선에 전류가 흐를 때 생기는 자기장의 방향은 앙페르의 오른손 법칙으로 알 수 있다. 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 하고 나머지 네 손가락으로 도선을 감아쥘 때 네 손가락이 가리키는 방향이 자기장의 방향이다. 아래 식과 같이, 무한히 긴 직선 도선으로부터 수직으로 r만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기 B는 도선에 흐르는 전류 I에 비례하고 거리 r에 반비례한다.

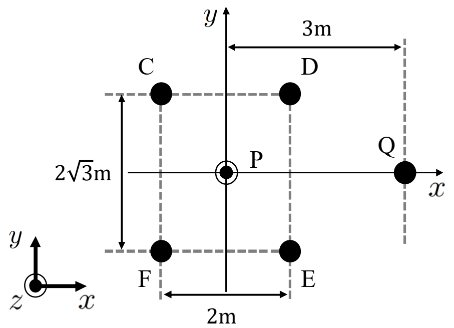
$$B=k\frac{I}{r} \quad \text{(단, } k \text{는 비례상수이다.)}$$

원형 전류 중심에서 자기장의 방향은 오른손 네 손가락을 전류의 방향으로 감아쥘 때 엄지손가락이 가리키는 방향이다.

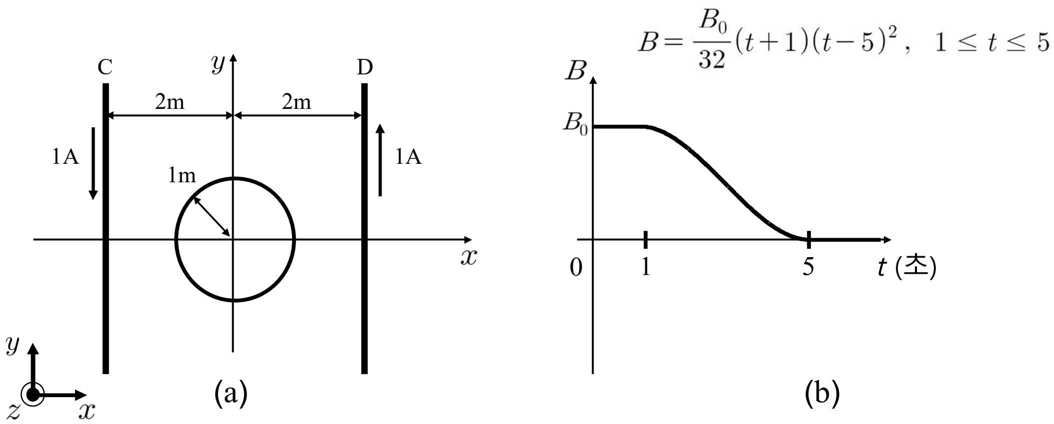
(다) 자석을 위아래로 움직이면 코일을 통과하는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면서 코일에 전류가 흐른다. 이러한 현상을 전자기 유도라고 하며, 이때 흐르는 전류를 유도 전류라고 한다. 자기 선속(Φ)은 자기장의 세기와 닫힌 회로의 넓이를 곱한 것과 같다. 코일에 유도되는 유도 기전력(V)의 크기는 코일을 통과하는 자기 선속의 시간(t)에 따른 변화율과 같다. 이를 패러데이 법칙이라고 하며 다음 식으로

표현한다. $$V = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

[문제 4-1] 다음 그림과 같이 xy평면에 놓인 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 z축과 평행한 무한히 긴 직선 도선이 있고 방향을 알 수 없는 일정한 전류 $6\,\mathrm{A}$가 각각 흐른다. 이때 직사각형의 중심점 P에서 자기장 B의 세기를 측정하였다($B \neq 0$). 그 후 점 P에서 $+x$ 방향으로 $3\,\mathrm{m}$ 떨어진 위치에 $+z$ 방향으로 전류 I가 흐르는 직선 도선 Q를 놓아 P에서 자기장의 세기를 0으로 만들 수 있었다. 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 직선 도선 Q가 없을 때 P에서 측정한 자기장 B의 세기와 방향을 구하고, 직선 도선 Q에 흐르는 전류 $I(\mathrm{A})$를 구하시오. (단, 비례상수는 $k = 2 \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$이고 필요시 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$을 이용하시오.) **[15점]**



[문제 4-2] 그림 (a)와 같이 xy 평면에 무한히 긴 직선 도선 C, D가 놓여있고 전류 $1\,\mathrm{A}$가 각각 $-y$ 방향과 $+y$ 방향으로 일정하게 흐른다. 원점에는 반지름이 $1\,\mathrm{m}$인 원형 도선이 놓여 있다. 외부 자석을 이용하여 시각 $t = 0$에서 원점의 자기장을 0으로 만드는 외부 자기장 $B = B_0$을 xy 평면에 균일하게 가한 후, 그 세기를 일정하게 유지하다가 그림 (b)와 같이 변화시켰다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 B_0과 그 방향을 구하고, $1 \le t \le 5$에서 원형 도선의 유도 기전력을 t의 함수로 표현한 후 유도 전류의 최댓값을 구하시오. (단, 비례상수는 $k = 2 \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$이며 원형 도선의 저항은 $10\,\Omega$이다.) **[15점]**



3. 출제 의도

전류와 자기장은 고등학교 물리 I 단원 II 물질과 전자기장, 고등학교 물리 II 단원 II 전자기장 등에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 고교생들에게 익숙한 물리 현상인 전류에 의한 자기장, 전자기 유도 현상 등 기본 물리 현상을 제시하고, 이를 기반으로 전류, 자기장, 유도 기전력, 유도 전류가 나타나는 물리적 상황을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 직선 도선에 흐르는 전류에 의해 자기장이 생기는 물리 현상은 전자기장의 특성과 전자기장을 기술하는 물리 법칙을 이해할 수 있는 주요 실험이다. 그림에서 제시된 직선 도선 Q에 흐르는 전류의 방향을 고려하면 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 놓여있는 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향을 알 수 있다. 또한, 벡터의 수직 성분과 수평 성분을 고려하면, 자기장의 세기를 상쇄됨과 직선 도선 Q에 흐르는 전류를 알 수 있다.

제시문 (가)와 (나)를 이용하여 네 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 합과 이를 상쇄시킬 수 있는 자기장을 만들어 낼 수 있는 전류의 세기를 찾을 수 있다. 본 문제는 전자기장에서 주요 실험인 직선 전류에 의해 자기장이 생성되는 물리 현상을 이해하며 벡터의 합과 분해에 대한 이해를 바탕으로 문제를 해결할 수 있는 논리적 사고력과 응용력을 평가하며, 중간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

[문제 4-2]

전자기 유도 현상은 자기장이 만드는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면 코일에 전류가 흐르는 현상으로, 문제 4-1에서 다룬 흐르는 전류에 의해 자기장이 생성되는 현상과 반대이다. 전자기 유도 현상을 설명하는 패러데이 법칙을 이해함으로써 전자기장을 통합적으로 이해할 수 있게 된다. 또한, 유도 기전력와 전류의 크기를 코일을 통과하는 자기 선속의 시간에 따른 변화율임을 수식적으로 이해할 수 있다.

먼저 제시문 (나)에 근거하여 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 생성되는 자기장의 크기와 방향을 구하면 이를 상쇄시킬 수 있는 외부 자기장을 알 수 있게 된다. 문제에서 주어진 시간에 따른 외부 자기장의 크기와 제시문 (다)에 소개된 패러데이 법칙을 이용하여 유도 기전력과 전류를 구할 수 있다. 전류에 의한 자기장과 자기장의 변화에 따른 유도 전류의 생성은 전자기장을 통합적으로 이해할 수 있게 한다. 물리 현상에 대한 이해와 논리적 사고력을 평가하며, 중

간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	[12물리II 01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	(나)	[12물리I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-06] 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 자기력선으로 표현할 수 있다.
	(다))	[12물리I 02-07] 일상생활에서 전자기 유도 현상이 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-07] 자기선속이 시간에 따라 변화할 때 유도 기전력이 회로에 유도되는 현상에서 기전력의 크기를 구할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	[12물리I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-06] 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 자기력선으로 표현할 수 있다.
	문제 4-2	[12물리I 02-07] 일상생활에서 전자기 유도 현상이 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-07] 자기선속이 시간에 따라 변화할 때 유도 기전력이 회로에 유도되는 현상에서 기전력의 크기를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	손정우 외	비상교육	2020	126
	물리학 I	곽영직 외	와이비엠	2018	134
	물리학 II	곽성일 외	교학사	2018	15, 16
	물리학 II	강남화 외	천재교육	2018	120, 121
	물리학 II	김영민 외	교학사	2018	141

5. 문항 해설

[문제 4-1] 전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 직선 도선에 흐르는 전류에 의해 자기장이 생기는 물리 현상은 전자기장의 특성과 전자기장을 기술하는 물리 법칙

을 이해할 수 있는 주요 실험이다. 그림에서 제시된 직선 도선 Q에 흐르는 전류의 방향을 고려하면 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 놓여있는 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향을 알 수 있다. 또한, 벡터의 수직 성분과 수평 성분을 고려하면, 자기장의 세기를 상쇄됨과 직선 도선 Q에 흐르는 전류를 알 수 있다.

제시문 (가)와 (나)를 이용하여 네 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 합과 이를 상쇄시킬 수 있는 자기장을 만들어 낼 수 있는 전류의 세기를 찾을 수 있다. 본 문제는 벡터의 합과 분해에 대한 이해를 바탕으로 직선 전류에 의해 자기장을 구할 수 있다.

[문제 4-2] 전자기 유도 현상은 자기장이 만드는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면 코일에 전류가 흐르는 현상으로, 문제 4-1에서 다룬 흐르는 전류에 의해 자기장이 생성되는 현상과 반대이다. 전자기 유도 현상을 설명하는 패러데이 법칙을 이해함으로써 전자기장을 통합적으로 이해할 수 있게 된다. 또한, 유도 기전력와 전류의 크기를 코일을 통과하는 자기 선속의 시간에 따른 변화율임을 수식적으로 이해할 수 있다.

먼저 제시문 (나)에 근거하여 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 생성되는 자기장의 크기와 방향을 구하면 이를 상쇄시킬 수 있는 외부 자기장을 알 수 있게 된다. 문제에서 주어진 시간에 따른 외부 자기장의 크기와 제시문 (다)에 소개된 패러데이 법칙을 이용하여 유도 기전력과 전류를 구할 수 있다. 전류에 의한 자기장과 자기장의 변화에 따른 유도 전류의 값을 구할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	- 각 꼭짓점에 흐르는 전류의 방향을 찾아 논리적으로 설명함. (개별 전류에 의한 자기장을 논리적으로 서술하면 부분점수 부여할 수 있음.) - P에서 네 직선 도선 전류에 의한 자기장의 세기와 방향을 구함. - 직선 도선 Q에 흐르는 전류 세기 I의 세기와 방향을 구함. - 크기를 구할 때 단위를 제대로 쓰지 못하면 감점. ※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	+4점 +6점 +5점
문제 4-2	- 원점에서 두 직선에 의한 자기장을 구한 후 B_0의 크기와 방향을 구함 - 유도 기전력을 시간 t에 대한 식으로 제대로 표현함 - 유도 전류와 유도 기전력 관계식($I=\frac{V}{R}$)을 언급함. - 유도 전류가 최댓값을 가지는 시각을 구함. - 유도 전류의 최댓값 크기를 구함. - 크기를 구할 때 단위를 제대로 쓰지 못하면 감점. ※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별로 2-3점 수준의 부분 점수를 부여할 수 있음.	+2점 +4점 +2점 +3점 +4점

	※ 답안의 완성도 수준에 따라 항목 별로 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안

[물리, 문제 4-1 예시답안]

▶ 점 P에서 직선 도선 Q에 의한 자기장의 방향이 $-y$ 방향이므로 자기장을 상쇄시키는 꼭지점 C, D, E, F에 흐르는 전류에 의한 자기장의 방향은 $+y$ 방향이다. 따라서, 조건을 만족하는 경우를 찾으면 꼭지점 C, D, E, F에 흐르는 전류는 각각 $+z$, $-z$, $-z$, $+z$ 방향이다.

▶ 주어진 그림에서 원점에서 각 꼭지점까지 거리 r은 $2\,\mathrm{m}$로 모두 같으므로 각 직선 도선에 의한 자기장의 크기는 같다. 점 C와 점 E에 있는 직선 도선에 의한 자기장의 방향은 $+x$ 축과 $30°$ 를 이루고 점 D와 점 F에 있는 직선 도선에 의한 자기장의 방향은 $-x$축과 $30°$ 를 이룬다. $I=6\,\mathrm{A}$, $\sin 30° = \frac{1}{2}$, $k = 2\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$를 이용하여 모든 꼭지점이 주는 자기장의 합을 표현하면 다음과 같다.

$$x\text{축: } 0\,\mathrm{T}$$

$$y\text{축: } +k\frac{I}{r}\sin(30^{o})\times 4 = 1.2\times 10^{-6}\,\mathrm{T}\ \ (+y\text{ 방향})$$

▶ 위의 자기장을 상쇄시키기 위해서 직선 도선 Q에 흐르는 전류에 의한 자기장 방향은 $-y$ 여야 하고 전류의 방향은 문제에서와 같이 $+z$이다. 직선 도선 Q에 흐르는 전류 세기 I는 다음과 같다.

$$B = k\frac{I}{r} = 1.2\times 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

$$I = \frac{1.2\times 10^{-6}\,\mathrm{T}}{2\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}}\times 3\,\mathrm{m}$$

$$= 18\,\mathrm{A}$$

[물리, 문제 4-2 예시답안]

▶ 원점에서 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향은 동일하므로 자기장의 합은 다음과 같다.

$$B = 2\times k\frac{I}{r} = 2\times 2\times 10^{-7}\times\frac{1}{2} = 2\times 10^{-7}\mathrm{T}\ (+z\ \text{방향})$$

▶ 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장을 상쇄시키는 외부 자기장 B_0 의 세기와 방향은 다음과 같다.

$$B_0 = 2\times 10^{-7}\mathrm{T}\ (-z\ \text{방향})$$

▶ 원형 도선의 면적 A은 $\pi r^2 = \pi\ \mathrm{m}^2$이고, 자기 선속 Φ은 자기장과 면적을 곱하여 구한다. 이를 이용하여, 유도 기전력 V는 Δt를 충분히 작다고 하면 다음과 같이 구한다. 이때 직선 도선에 의한 영향은 없다.

$$\begin{aligned}V &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -A\frac{\Delta B}{\Delta t}\\ &= -\pi\frac{\frac{B_0}{32}(t+1+\Delta t)(t-5+\Delta t)^2 - \frac{B_0}{32}(t+1)(t-5)^2}{\Delta t}\\ &= -\frac{3\pi B_0(t^2-6t+5)}{32} = -\frac{3\pi(t^2-6t+5)}{16}\times 10^{-7}[\mathrm{V}]\ (1\le \mathrm{t}\le 5)\end{aligned}$$

▶ 원형 도선에 흐르는 전류는 다음과 같이 표현되며 3초일 때($1\mathrm{s}\le t\le 5\mathrm{s}$)일 때 최댓값을 가진다.

$$\begin{aligned}I &= \frac{V}{R}\\ &= \frac{3\pi}{16}[4-(t-3)^2]\times 10^{-8}[\mathrm{A}]\end{aligned}$$

▶ 따라서 원형 도선에 흐르는 전류의 최댓값은 다음과 같고 전류의 방향은 시계 방향이다.

$$I_{\max} = \frac{3\pi}{4}\times 10^{-8}\mathrm{A}$$

문항카드 28

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 Ⅲ(화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 Ⅰ, 화학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	원소, 주기율표, 원소의 주기성, 이온화 경향, 화학 반응, 기체 방정식, 동적 평형, 상평형
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 현대 원자 모형에 의하면 원자핵 주위에 전자가 분포하는 경계가 분명하지 않아 원자 반지름을 명확하게 알 수 없다. 따라서 일반적으로 수소 분자(H_2)와 같이 동일한 2개의 원자가 결합하였을 때, 두 원자핵 간 거리의 $\frac{1}{2}$을 원자 반지름으로 정의하여 사용한다.

(나) 원자에 에너지를 가하면 원자가 전자 껍질에 있는 전자는 원자핵으로부터 떨어져 나오게 된다. 이때 바닥상태에 있는 기체 원자 1몰에서 전자 1몰을 떼어 내어 기체 양이온으로 만들기 위해 필요한 최소 에너지를 이온화 에너지라고 한다.

(다) 금속 원소는 일반적으로 전자를 잃고 양이온이 되려는 성질이 있는데, 이것을 이온화 경향이라고 한다. 여러 가지 금속의 이온화 경향의 크기 순서를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

Li > K > Ca > Na > Mg > Al > Zn > Fe > Ni > Sn > Pb

이온화 경향이 다른 두 금속을 전해질 용액 속에 넣으면 자발적으로 산화 환원 반응이 일어날 수 있다. 이때 두 금속 사이에 전자의 이동이 발생하면서 전류가 흐르며, 화학 에너지가 전기 에너지로 전환된다.

(라) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 압력(P), 부피(V), 몰수(n), 온도(T) 간의 관계에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다.

$$V = R\left(\frac{nT}{P}\right) \Rightarrow PV = nRT$$

기체 1몰은 0 °C, 1기압에서 22.4 L의 부피를 차지하므로 이를 대입하면 R값을 구할 수 있다. 이 R를 기체 상수라고 한다.

(마) 밀폐된 용기에 액체를 담아 두면 액체 표면에 있는 분자들이 분자 사이의 인력을 극복하고 기체 상태로 떨어져 나오는데, 이를 증발이라고 한다. 처음에는 용기 내 기체 분자 수가 적기 때문에 증발이 주로 일어나지만, 증발이 계속되면서 용기 내 기체 분자 수가 많아진다. 기체 분자들 중 일부는 액체 표면에 충돌하여 다시 액체로 돌아가는데, 이를 응축이라고 한다. 시간이 지날수록 기체 분자 수가 많아지므로 기체의 응축 속도는 점점 빨라진다. 이에 비해 액체의 증발 속도는 일정한 온도에서 변하지 않으므로 시간이 지나면 증발 속도와 응축 속도가 같아지게 되는 평형에 도달한다. 이와 같이 정반응과 역반응의 속도가 같아서 겉으로 보기에 반응이 일어나지 않는 것처럼 보이는 상태를 동적 평형이라고 한다. 동적 평형에 이르면 증발하는 액체 분자 수와 응축하는 기체 분자 수가 같으므로 더 이상 증발과 응축이 일어나지 않는 것처럼 보인다. 물질은 적절한 온도와 압력에서 고체와 액체, 액체와 기체, 고체와 기체가 평형을 이룰 수 있다. 이와 같이 물질이 두 상 사이에서 평형을 이루고 있는 상태를 상평형이라고 한다. 물질의 상태와 온도, 압력의 관계를 그래프로 나타낸 것을 상평형 그림이라고 한다. 상평형 그림은 세 개의 곡선으로 이루어져 있고, 곡선으로 나누어진 각각의 영역은 고체, 액체, 기체 상태로 안정하게 존재할 수 있는 온도와 압력 조건을 나타낸다.

하위 문항 1 [문제 4-1] 〈15점〉

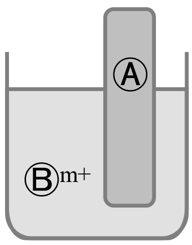
[문제 4-1] 금속 원자 Ⓐ~Ⓔ는 Li, Na, Mg, Al, K 중 각각 하나에 해당한다. 다음은 Ⓐ~Ⓔ에 대한 자료이다.

- 제1 이온화 에너지: Ⓐ > Ⓑ > Ⓔ > Ⓒ > Ⓓ
- 원자 반지름: Ⓓ > Ⓒ > Ⓐ > Ⓔ > Ⓑ
- Ⓒ와 Ⓔ의 원자가 전자 수는 같다.

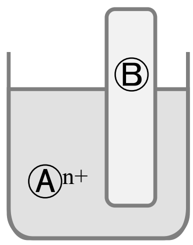
〈그림 1〉의 주기율표와 제시문 (가), (나)에 근거하여 Ⓐ~Ⓔ는 각각 어떤 원소에 해당하는지 논리적으로 예측하시오. 또한, 〈그림 2〉와 같이 Ⓑ$^{m+}$가 들어 있는 수용액에 Ⓐ 금속 막대를 담근 비커와 〈그림 3〉과 같이 Ⓐ$^{n+}$가 들어 있는 수용액에 Ⓑ 금속 막대를 담근 비커를 준비했다. 각 비커에서 어떤 반응이 일어나는지를 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하고, 전체 산화 환원 반응식을 표시하시오. (단, Ⓐ$^{n+}$, Ⓑ$^{m+}$ 이외의 양이온과 물은 고려하지 않고, 음이온은 반응하지 않는다. Ⓐ$^{n+}$와 Ⓑ$^{m+}$는 모두 비활성 기체와 같은 전자 배치를 가진다.) **[15점]**

주기 \ 족	1	2	13	14	15	16	17
2	Li	Be	B	C	N	O	F
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl
4	K	Ca					

<그림 1>



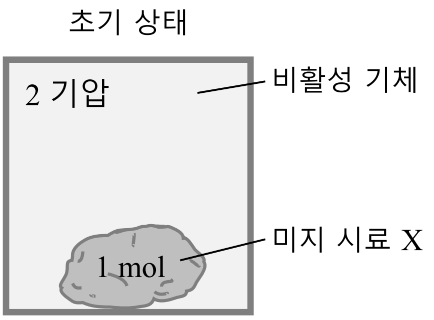
<그림 2>



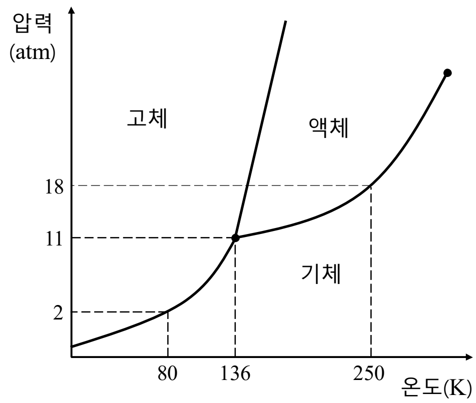
<그림 3>

하위 문항 2 [문제 4-2] <15점>

[문제 4-2] <그림 4>와 같이 고체 상태의 미지 시료 X 1 mol과 비활성 기체가 1 L의 용기 안에 들어 있다. 초기 상태에서 용기 안의 압력은 2 기압이고, 온도는 X의 상태 변화를 관찰하는 동안 250 K 로 일정하다. 고체 상태의 X가 0.5 mol 줄어들었을 때, 제시문 (라)와 <그림 5>에 나온 X의 상평형 그림에 근거하여 용기 안의 압력을 구하시오. 또한, 제시문 (마)에 근거하여 충분한 시간이 지난 후 용기 안의 X가 동적 평형 상태에 이르렀을 때 존재하는 X의 상태를 제시하고 각 상태의 몰수를 구하시오. (단, X의 분자량은 40이고 액체와 고체 X의 밀도는 0.18 g/mL 로 동일하다. 비활성 기체는 항상 기체 상태로 존재하며, 기체 상수 R는 0.08 atm・L/(mol・K)이다.) **[15점]**



<그림 4>



<그림 5>

3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 전반적인 이해도 및 문제 해결 능력을 평가하고자 하였다. 주기율표, 원소의 주기성, 이온화 경향, 화학 반응, 기체 방정식, 동적 평형, 상평형 등에 대한 통합적 사고 능력을 평가하고자 하였다. 하위 문항 [4-1]에서는 원소의 주기적 성질(원자 반지름, 이온화 에너지)을 이용하여 무작위로 섞여 있는 미지의 원소를 올바르게 구별하는 방법에 대해 묻고 있다. 1족 알칼리 금속 원소의 제1 이온화 에너지가 다른 족의 원소들에 비해 작은 것, 같은 족에서는 원자 번호가 증가할수록 원자 반지름은 커지고 이온화 에너지는 작아지는 것, 같은 주기에서는 원자 번호가 증가할수록 원자 반지름은 작아지는 것(18족 제외), 원자가 전자 수 등을 이용하면 미지의 원소를 합리적으로 추론할 수 있다. 또한, 제시문을 통해 얻은 금속의 이온화 경향에 대한 정보를 이용해 그림에 표시된 각 비커에서 어떤 반응이 일어나는지를 유추할 수 있다. 하위 문항 [4-2]에서는 기체, 상평형, 증기압에 대한 통합적 이해도와 문제 분석 능력을 가늠하고자 하였다. 첫 번째 질문에 답하기 위해서는 부피와 온도가 일정하게 유지되는 용기 내부에서 일어나는 미지 시료의 승화 과정을 고려하여야 한다. 용기 내에서 고체 미지 시료가 차지하는 부피를 뺀 나머지 부피를 차지하고 있는 혼합 기체에 대한 압력을 이상 기체 방정식을 이용해 정량적으로 계산할 수 있다. 두 번째 질문에 답하기 위해서는 기체와 액체 간 동적 평형을 고려하여야 한다. 상평형 그림에서 주어진 증기압 정보를 이용하면 250 K에서 미지 시료는 기체 및 액체로 존재함을 추론할 수 있다. 따라서 용기 내에 존재하는 혼합 기체의 압력이 250 K에서 미지 시료의 증기압(18atm)과 같음을 이상 기체 방정식에 적용하면 액상과 기상의 미지 시료 몰수를 계산할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

'교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정' 을 바탕으로 작성

		영역별 내용
제시문	(가)	화학 I. (2) 원자의 세계 (147쪽) [12화학 I 02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
	(나)	화학 I. (2) 원자의 세계 (147쪽) [12화학 I 02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
	(다)	화학 II. (4) 전기 화학과 이용 (161쪽) [12화학 II 04-01] 화학 전지의 작동 원리를 산화·환원 반응으로 설명할 수 있다.
	(라)	화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-02] 이상 기체 방정식을 활용하여 가체의 분자량을 구할 수 있다.
	(마)	화학 I. (4) 역동적인 화학 반응 (150쪽) [12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-03] 혼합 기체에서 몰 분율을 이용하여 분압의 의미를 설명할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-06] 액체의 증기압과 끓는점의 관계를 설명할 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가)-(마)에 근거
	4-2	제시문 (가)-(마)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	이상권 외 7인	㈜지학사	2019	제시문 (가): p. 87-88, 제시문 (나): p. 90-91 제시문 (마): p. 158-159
	화학 I	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (가): p. 88-89 제시문 (나): p. 92-94 제시문 (마): p. 161
	화학 I	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (가): p. 88 제시문 (나): p. 89 제시문 (마): p. 149-153
	화학 I	하윤경 외 5인	㈜금성출판사	2019	제시문 (가): p. 84-85 제시문 (나): p. 85-87
	화학 I	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (가): p. 89-91 제시문 (나): p. 92-93
	화학 I	강대훈 외 3인	㈜와이비엠	2020	제시문 (가): p. 102-103 제시문 (나): p. 105-109

	화학 Ⅱ	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (다): p. 180-181 제시문 (라): p. 20-21 제시문 (마): p. 108-111
	화학 Ⅱ	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (다): p. 188-190 제시문 (라): p. 14-18 제시문 (마): p. 104-107
	화학 Ⅱ	박종석 외 7인	㈜비상교육	2020	제시문 (다): p. 165-166
	화학 Ⅱ	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (라): p. 19 제시문 (마): p. 103-105

5. 문항 해설

제시문의 내용은 현대 원자 모형, 원소의 주기성, 이온화 경향, 이상 기체 방정식, 동적 평형, 상평형 등 고등학교 화학 Ⅰ, Ⅱ 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 여러 가지 개념들을 명확하게 이해하여 이를 통합적으로 연계, 분석 및 응용할 수 있는 능력을 알아보고자 한다.

하위 문항 1은 제시문의 내용과 여러 금속 원소의 주기성—제1 이온화 에너지와 원자 반지름—과 원자가 전자수를 이용해 미지 원소의 종류를 규명하고, 각 금속의 이온화 경향을 비교하여 진행될 수 있는 산화 환원 반응을 예상하는 문제이다. 하위 문항 2는 부피와 온도가 일정하게 유지되는 고립된 용기에서 진행되는 물질의 상변화를 분석하고 이를 이상 기체 방정식에 적용하여 양적 관계를 계산하는 능력을 가늠하는 문제이다. 미지 시료의 질량, 밀도, 부피 등의 물리적 특징을 주어진 상변화 그림에 적용하고, 나아가 압력, 몰수에 대한 면밀한 계산 과정을 수행할 수 있는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	[채점요소] 1차 이온화 에너지와 원자 반지름을 이용해 Ⓐ ~ Ⓔ가 각각 어떤 원소에 해당하는지 논리적으로 찾아내는가? 금속 원소의 이온화 경향을 이용해 화학 전지의 반쪽 전극을 구성할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1) 1족 알칼리 금속 원소의 제1 이온화 에너지와 원자 반지름, 원자가 전자 수를 이용해 Ⓒ(Na), Ⓓ(K), Ⓔ(Li)를 모두 올바르게 제시하면 **+5점** 2) Mg보다 큰 유효 핵전하를 가지는 Al의 원자 반지름이 더 작다는 것을 이용해 Ⓐ, Ⓑ가 각각 Mg, Al에 해당함을 모두 올바르게 제시하면 **+5점** 3) 이온화 경향의 차이를 이용해 각 비커에서의 반응 진행 여부와 올바른 산화 환원 반응을 제시하면 **+5점** (Ⓐ와 Ⓑ를 잘못 찾은 경우 오답이지만, 이온화 경향에 따른 산화 환원 반응이 맞는 경우 **+2점**, 양이온의 전하나 반응식의 계수가 틀린 경우 오답) ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2.0점 추가 점수 부여 가능함.	15

4-2	[채점요소] 물질의 상평형을 올바르게 이해하고 있는가? 물질의 승화나 증발에 따른 양적 관계의 변화를 이상 기체 상태 방정식을 이용해 정량적으로 계산할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1) 상평형 그림을 바르게 해석하여 초기에 승화가 일어난다고 기술하면 **+2점** 2) 고체 X의 부피 감소를 고려하여 고체 X가 0.5몰 줄어들었을 때 용기 안의 압력이 13 atm임을 보이면 **+5점** 3) 평형 상태에서 액체와 기체가 동적 평형 상태라는 것을 기술하면 **+3점** 4) 평형 상태에서 존재하는 액체와 기체의 몰수를 올바르게 구하면 **+5점** ※ 계산을 잘못하면 -2점. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2.0점 추가 점수 부여 가능함.	15

7. 예시 답안

[화학, 문제 4-1 예시답안]

▶ 제1 이온화 에너지가 가장 작고 원자 반지름이 가장 큰 Ⓓ가 K이 된다. 다음으로 제1 이온화 에너지가 작고 원자 반지름이 큰 Ⓒ가 Na이 된다. Ⓒ와 Ⓔ의 원자가 전자 수는 1로 같기 때문에 Ⓔ는 남은 1족 원소인 Li이 된다. 이것은 Ⓔ가 Ⓒ보다 제1 이온화 에너지가 크고 원자 반지름이 작다는 설명과도 잘 부합한다.

▶ Mg보다 큰 유효 핵전하를 가지는 Al의 원자 반지름이 더 작다. 따라서 원자 반지름이 Ⓐ > Ⓑ라는 사실로부터 Ⓐ, Ⓑ가 각각 Mg, Al에 해당함을 예상할 수 있다.

▶ <그림 2>에서 이온화 경향이 상대적으로 큰 Mg 금속이 산화되면서 발생한 전자가 Al^{3+}을 환원시키는 데 이용된다. 따라서 반응이 진행됨에 따라 환원된 Al 금속이 석출된다. 전체 산화 환원 반응은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$3\,Mg + 2\,Al^{3+} \rightarrow 3\,Mg^{2+} + 2\,Al$$

<그림 3>의 경우 이온화 경향이 상대적으로 큰 Mg이 이미 전자를 잃고 산화된 Mg^{2+}의 형태로 녹아 있어 반응이 진행되지 않는다.

[화학, 문제 4-2 예시답안]

▶ 상평형 그림으로부터 고체 X는 250K, 2 atm에서 기체 상태가 안정한 상태임을 알 수 있으므로 초기에는 용기의 고체 X가 기체 상태로 바뀌는 승화 현상이 일어난다. 승화 현상이 일어나면, 용기 내의 압력이 증가하기 시작하는데 용기의 압력이 18 atm이 되기까지 승화 현상이 계속 일어나게 된다. 용기의 압력의 18 atm이 되면 액체 상태와 기체 상태가 동적 평형을 이룰 것을 예상할 수 있다.

▶ 초기 상태 용기 내 기체의 부피는 전체 부피 1 L에서 고체 시료 X 1 mol이 차지하는 부피를 뺀 것과 같다. 고체 시료 1 mol이 차지하는 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_{0,\text{고체}} = \frac{\text{고체 X의 질량}}{\text{고체 X의 밀도}} = \frac{1\ \text{mol} \times 40\ \text{g/mol}}{0.18\ \text{g/mL} \times 1000\ \text{mL/L}} = \frac{2}{9}\ \text{L}$$

따라서 초기 상태에서 비활성 기체가 차지하는 부피는 $V_{0,\text{비활성기체}} = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ L이

다. 이때 기체의 압력은 $P_{0,\text{비활성기체}}=2\ \text{atm}$으로 주어졌다.

▶ 고체 X가 1 mol에서 0.5 mol로 절반이 되면, 고체의 부피 또한 반으로 줄게 되어 $V_{1,\text{고체}}=\frac{1}{9}\ \text{L}$이고, 용기 내 기체의 부피는 $V_{1,\text{기체}}=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}\ \text{L}$이다. 모든 기체는 같은 공간을 차지하므로 용기에 존재하는 두 가지 기체(비활성 기체, X) 모두 부피가 $\frac{8}{9}\ \text{L}$ 라고 말할 수 있다. 이를 이용하여 용기 내 존재하는 두 가지 기체의 압력을 구하면 다음과 같다.

$$P_{1,\text{비활성기체}}=\frac{P_{0,\text{비활성기체}}V_{0,\text{비활성기체}}}{V_{1,\text{비활성기체}}}=\frac{2\,\text{atm}\times\frac{7}{9}\ \text{L}}{\frac{8}{9}\ \text{L}}=\frac{7}{4}\text{atm}$$

$$P_{1,\text{X}}=\frac{n_{1,\text{X}}RT}{V_{1,\text{X}}}=\frac{0.5\ \text{mol}\times0.08\ \text{atm}\cdot\text{L}/(\text{mol}\cdot\text{K})\times250\ \text{K}}{\frac{8}{9}\ \text{L}}=\frac{45}{4}\ \text{atm}$$

따라서, 용기 안의 압력은 $P_{1,\text{기체}}=P_{1,\text{비활성기체}}+P_{1,X}=\frac{7}{4}+\frac{45}{4}=13\ \text{atm}$이다.

▶ 고체 X가 전부 기체로 변했을 경우를 가정해 보면, 기체의 부피는 $V_{2,\text{기체}}=1\ \text{L}=V_{2,\text{비활성기체}}=V_{2,X}$ 이므로 각 기체의 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{2,\text{비활성기체}}=\frac{P_{0,\text{비활성기체}}V_{0,\text{비활성기체}}}{V_{2,\text{비활성기체}}}=\frac{2\,\text{atm}\times\frac{7}{9}\ \text{L}}{1\text{L}}=\frac{14}{9}\ \text{atm}$$

$$P_{2,X}=\frac{n_{2,X}RT}{V_{2,X}}=\frac{1\ \text{mol}\times0.08\ \text{atm}\cdot\text{L}/(\text{mol}\cdot\text{K})\times250\ \text{K}}{1\ \text{L}}=20\ \text{atm}$$

즉, 이때 용기 안의 압력은 $P_{2,\text{기체}}=P_{2,\text{비활성기체}}+P_{2,X}=\frac{14}{9}+20>18\ \text{atm}$이기 때문에 용기 내의 기체 X는 일부가 응축하여 액체와 기체가 공존하는 동적 평형 상태를 이룰 것을 예상할 수 있다.

▶ 평형 상태에서 액체 상태 X의 몰수를 x라고 하면 기체 상태 X의 몰수는 (1-x)라고 할 수 있다. 이때 액체 상태의 X가 차지하는 부피($V_{3,\text{액체}}$)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_{3,\text{액체}}=\frac{\text{액체 X의 질량}}{\text{액체 X의 밀도}}=\frac{x\ \text{mol}\times40\,\text{g/mol}}{0.18\ \text{g/mL}\times1000\ \text{mL/L}}=\frac{2}{9}x\ \text{L}$$

따라서 기체가 차지하는 부피는 $V_{3,\text{기체}}=V_{\text{용기}}-V_{3,\text{액체}}=(1-\frac{2}{9}x)\ \text{L}$이고, 각각의 부피를 이용하여 전체 기체의 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{3,\text{기체}} = P_{3,\text{비활성기체}} + P_{3,X}$$

$$= \frac{P_{0,\text{비활성기체}} V_{0,\text{비활성기체}}}{V_{3,\text{비활성기체}}} + \frac{n_3 RT}{V_{3,X}} = \frac{2 \times \frac{7}{9}}{1 - \frac{2}{9}x} + \frac{(1-x) \times 0.08 \times 250}{1 - \frac{2}{9}x} = 18\ \text{atm}$$

위 식을 풀게 되면, $x = \frac{2}{9}$가 나오므로 충분한 시간이 흐른 후 동적 평형 상태에 도달했을 때 X는 액체 $\frac{2}{9}$ mol과 기체 $\frac{7}{9}$ mol로 존재한다고 말할 수 있다.