

2023학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열)

모집단위	학부/학과	수험번호		성명	
------	-------	------	--	----	--

◆ 유의사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교



1

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $2n \leq x < 2n+2$ 일 때,  $f(x) = 1 - |x - 2n - 1|$ 이다. (단,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 이다.)  
 (나)  $x < 0$ 일 때,  $f(x) = 0$ 이다.

닫힌구간  $[2n, 2n+2]$ 에서 직선  $y = ax$  ( $0 < a < 1$ )와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점에서 만날 때 직선과 함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_n$ 이라 한다. 아래 물음에 답하시오. [40점]

(1)  $S_0$ 을 구하시오.

(2) 닫힌구간  $[2n, 2n+2]$ 에서 직선  $y = ax$ 와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점에서 만나도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하고  $S_n$ 을 구하시오.

(3) 실수  $a$ 에 대하여 직선  $y = ax$ 와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 닫힌구간  $[2n, 2n+2]$ 에서 두 점에서 만나고 닫힌구간  $[2n+2, 2n+4]$ 에서는 한 점에서 만나거나 만나지 않는 자연수  $n$ 의 값의 범위를  $a$ 로 나타내고 극한값  $\lim_{a \rightarrow 0^+} na$ 를 구하시오.

(4) 문항 (3)에서 구한 자연수  $n$ 의 값의 범위에 대하여 극한값  $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{1}{n}(S_0 + S_1 + \dots + S_n)$ 을 구하시오.

2 실수  $m, b$ 에 대하여 직선  $y = mx + b$ 가 함수  $y = |x(x-2)|$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만날 때 아래 물음에 답하시오. [30점]

- (1)  $m = 1$ 일 때 위 조건을 만족하는  $b$ 의 값을 모두 구하시오.
- (2)  $m \geq 0, b > 0$ 일 때 위 조건을 만족하는  $m$ 의 값의 범위를 구하고  $b$ 를  $m$ 으로 나타내시오.
- (3)  $m \geq 0, b > 0$ 일 때 직선  $y = mx + b$ 와 함수  $y = |x(x-2)|$ 의 그래프의 세 교점을  $x$ 좌표의 크기순으로 A, B, C라 하자. 교점 A와 B사이에서 직선과 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이와 교점 B와 C사이에서 직선과 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같아지는 실수  $b$ 의 값을 모두 구하시오.

3 좌표평면 위에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 의 내부를 색칠하여 얻게 되는 그림을  $P_0$ 이라 하자.  $P_0$ 에 원  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 원  $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 의 내부를 색칠한 부분을 더하여 얻게 되는 그림을  $P_1$ 이라 하고  $P_1$ 에 원  $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 과 원  $(x+2)^2 + y^2 = 1$ 의 내부를 색칠한 부분을 더하여 얻게 되는 그림을  $P_2$ 라 한다. 이 과정을 계속하여  $P_n$ 에 원  $(x-n-1)^2 + y^2 = 1$ 과 원  $(x+n+1)^2 + y^2 = 1$ 의 내부를 색칠한 부분을 더하여 얻게 되는 그림을  $P_{n+1}$ 이라 한다.  $P_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 하자. (단,  $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 이다.)

한 변의 길이가 1인 정삼각형의 넓이를  $\alpha$ 라 하고, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴에서 호의 양 끝 점과 중심을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 제외한 도형의 넓이를  $\beta$ 라 할 때 아래 물음에 답하시오. [30점]

- (1)  $S_0$ 을  $a_0\alpha + b_0\beta$ 로 나타낼 때 자연수  $a_0, b_0$ 을 구하시오.
- (2)  $S_1$ 을  $a_1\alpha + b_1\beta$ 로 나타낼 때 자연수  $a_1, b_1$ 을 구하시오.
- (3)  $S_{2023}$ 을  $a_{2023}\alpha + b_{2023}\beta$ 로 나타낼 때 자연수  $a_{2023}, b_{2023}$ 을 구하시오.