단국대학교 2024학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제
(오후)

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교
DANKOOK UNIVERSITY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)| + C,\quad C\text{는 적분상수}$$

(나) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

- $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극댓값
- $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극솟값

을 갖는다.

(다) 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 $g(x)=t$로 놓으면

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(t)\,dt$$

(라) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$$

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를

$$f(x) = \int_1^x \frac{2t}{t^2+3}\,dt, \quad g(x) = ax + \frac{8}{x^2+3}$$

라 하자. (단, a는 상수)

[논제 1] 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 두 점과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\ln\frac{4}{3}$가 되는 상수 t의 값을 모두 구하시오. (15점)

[논제 2] 다음 조건을 만족시키는 실수 a의 범위를 구하시오. (20점)

함수 $g(x) = ax + \frac{8}{x^2+3}$는 $x=\alpha, \beta\ (\alpha<\beta)$에서만 극값을 갖고, $g(\alpha) > g(\beta)$ 이다.

[논제 3] 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $h(0)+g''(0) = f(-1)$

(2) $h(1)+g(1) = g'(-1)$

(3) $\int_0^1 \frac{h'(x)}{x^2+3}dx = -1$

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x\, h(\cos x)}{(3+\cos^2 x)^2}\,dx$의 값을 구하시오. (20점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 연속인 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 $f''(a)=0$이고, $x=a$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌면 점 $(a, f(a))$는 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.
(나) 극한값 $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$가 존재하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 하고 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 $$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$
(다) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서 • $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, 극댓값은 $f(a)$ • $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이고, 극솟값은 $f(a)$ 이다.
(라) 두 함수 $y=f(u)$와 $u=g(x)$가 미분가능할 때 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는 $$y' = \{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$
(마) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 갖고 a를 포함하는 어떤 열린구간에서 미분가능하면 $$f'(a)=0$$

[논제 1] 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = f(x)e^x$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 $f(1)$의 최댓값을 구하시오. (20점)

(1) 곡선 $y=g(x)$는 두 개의 변곡점 $(-5, g(-5))$, $(1, g(1))$을 갖는다. (2) 모든 $x>0$에 대하여 $g'(x) \le 2$이다.

[논제 2] 최고차항의 계수가 양수 a인 삼차함수 $h(x)$에 대하여 함수 $k(x)$를

$$k(x) = h(x)e^{h(x)} - 2\int_0^x e^{h(t)}h'(t)\,dt$$

라 하자. $h(x)$와 $k(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, a의 값을 구하시오. (25점)

(1) 함수 $k(x)$는 $x=r, 0, 2$에서만 극값을 갖는다. (단, $r \ne 0, 2$) (2) $h(r) = 3$ (3) $h(2) \le 1$