

5. 모든 실수에 대해 수렴하는 멱급수는? [3점]

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$ ② $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}$ ③ $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$
 ④ $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ ⑤ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$

6. $x=0$ 근방에서 함수 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 의 테일러 급수를

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n} x^n$ 이라 할 때, $|a_3| + |b_3|$ 의 값은? (단, a_3 과 b_3 은

서로소인 정수이다.) [3점]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 21 ⑤ 65

7. 곡선 $r(t) = \langle 2\cos t, 2\sin t, t^2 \rangle$ 의 점 $(2, 0, 0)$ 에서의 곡률은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{6}}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

8. $yz + x \ln y = z^2$, $z > 0$ 일 때, $(x, y) = (0, e)$ 에서 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ e ④ $\frac{e}{2e-1}$ ⑤ $\frac{e^2}{3}$

9. 점 $(2, 1, 1)$ 에서 곡면 $2x^2 + 3y^2 - 5z^2 = 6$ 의 법선벡터는?

[3점]

- ① $\langle 4, 2, 5 \rangle$ ② $\langle 4, 3, -5 \rangle$ ③ $\langle 2, 1, \frac{3}{2} \rangle$
 ④ $\langle 2, \frac{3}{2}, 5 \rangle$ ⑤ $\langle 3, 2, -4 \rangle$

10. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 의 고유값 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 에 대응하는

고유벡터를 각각 $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 1 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$ 이라 할 때,

$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + a_1 + b_2 + c_3$ 의 값은? (단, $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$)

[4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 이차형식 $3x^2 - 4xy + 3y^2 + 5z^2$ 을 직교대각화하면,

$aX^2 + bY^2 + 5Z^2$ 이다. 이때, $X = \alpha x + \beta y + \gamma z$ 이면

$a^2 + b^2 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은? (단, $a < b \leq 5$) [5점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

12. 모든 2×2 행렬들로 이루어진 벡터공간 $M_2(\mathbb{R})$ 와 행렬

$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여, 선형사상 $T: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ 는

$T(B) = AB$ 로 정의된다. 벡터공간 $M_2(\mathbb{R})$ 의 표준기저

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ 에 대한 T 의 행렬표현을

$P = (p_{ij})_{4 \times 4}$ 라 할 때, $p_{13} + p_{24}$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[13~14] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

모든 2×2 행렬들로 이루어진 벡터공간 $M_2(\mathbb{R})$ 에
다음과 같은 내적이 주어져 있다.

$$(A, B) = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}$$

(단, $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$ 는 $M_2(\mathbb{R})$ 의 행렬이다.)

$T: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ 를 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 과 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이 생성하는 부분

공간 W 로의 정사영(orthogonal projection)이라 하고, T 의

표준기저 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ 에 대한 행렬표현을

$P = (p_{ij})_{4 \times 4}$ 라 하자.

13. 행렬 $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 의 W 위로의 정사영을 $T(C) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ 라

할 때, $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 제시문의 행렬 $P = (p_{ij})_{4 \times 4}$ 에 대하여

$p_{11} + p_{22} + p_{33} + p_{44} + \det P$ 의 값은? (단, $\det P$ 는 P 의
행렬식이다.) [5점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 행렬 $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ 와

두 벡터 $x = (0, 1, 1)^T, y = (-\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2})^T \in \mathbb{R}^3$ 에 대하여

내적 $(A^{2022}x) \cdot (A^{2021}y)$ 의 값은? [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 1011 ④ 2021 ⑤ 2022

16. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 와 벡터 $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$(3A^7 + 7A^6 + 13A^3 + 5A^2 - 4A)v = (p, q, r, s)^T$ 일 때,
 $p + q + r + s$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 13 ④ 17 ⑤ 22

17. 미분방정식 $t^2x'(t) + 2(1+t)x(t) = \frac{1}{t^2}e^{\frac{2}{t}}$ 의 해 $x(t)$ 가
조건 $x(1) = 2e^2$ 을 만족할 때, $x(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}e$ ② $\frac{1}{2}e$ ③ $\frac{5}{8}e$ ④ $\frac{3}{4}e$ ⑤ $\frac{7}{8}e$

18. 미분방정식 $x'(t) = x(t)(3 - 4x(t))$ 의 해 $x(t)$ 가
초기조건 $x(0) = 3$ 을 만족할 때, $x(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{e^3}{\frac{4}{3}e^3 - 1}$ ② $\frac{e^4}{\frac{4}{3}e^4 - 1}$ ③ $\frac{e^7}{\frac{4}{3}e^7 - 1}$
④ $\frac{e^8}{\frac{4}{3}e^8 - 1}$ ⑤ $\frac{e^9}{\frac{4}{3}e^9 - 1}$

19. 미분방정식 $y'(t) = \frac{2t^2 + y(t)^2}{ty(t)}$, $ty(t) \neq 0$ 의 해 $y(t)$ 가
조건 $y(1) = 6$ 을 만족할 때, $y(e)$ 의 값은? [5점]

- ① $e\sqrt{6}$ ② $e\sqrt{10}$ ③ $2e\sqrt{6}$
④ $2e\sqrt{10}$ ⑤ $3e\sqrt{6}$

20. 연립미분방정식 $\begin{cases} x'(t) = y(t) \\ y'(t) = -x(t) - 2y(t) \end{cases}$ 의 해 $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ 가

초기조건 $\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 를 만족할 때, $x(2) + y(2)$ 의 값은?

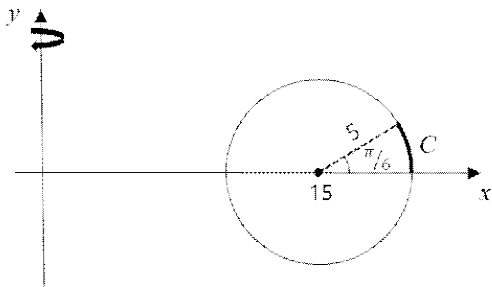
[4점]

- ① $-2e^{-2}$ ② $-e^{-2}$ ③ e^{-2}
④ $2e^{-2}$ ⑤ $3e^{-2}$

21. 수학 21번 모두 정답 처리함.

※ 아래 주관식 문제 [22-26]의 정답 표기는 답안지의 「주관식 답란 표기방법」을 참조하시오.

22. 아래 그림에서 원 $(x - 15)^2 + y^2 = 5^2$ 의 호 C 를 y 축 중심으로 회전하여 얻은 곡면의 넓이가 $a\pi + b\pi^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



23. 벡터장 $F(x, y, z) = \langle \sin y, x \cos y + \cos z, -y \sin z \rangle$ 와 곡선 $C: r(t) = \langle \sin t, t, 2t \rangle, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ 에 대하여

$\int_C F \cdot dr$ 의 값이 $a + \frac{\pi}{b}$ 일 때, $a + b + 12$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]

24. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 의 행렬식을 구하시오. [3점]

25. $f(x) = x^4 + \int_0^x \sin(x-t)f(t)dt$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(1)$ 의 값을 $\frac{p}{q}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

26. 어떤 곤충의 개체수 $P(t)$ 가 미분방정식

$$\frac{dP}{dt} = 1 + t^2 + P + t^2 P, \quad P(0) = 10$$

을 만족한다고 하자. $P(3)$ 의 값이 $\alpha e^\beta + \gamma$ 일 때,
 $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값을 구하시오. (단, α, β, γ 는 정수이다.)

[4점]

수 고 하 셧 습 니 다.