

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x < 2) \\ x^2 + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x(x-2), \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 12x + 4$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대이고

$x = \beta$ 에서 극소일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, α 와 β 는 상수이다.)

[3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

6. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_4 - S_2 = 3a_4, \quad a_5 = \frac{3}{4}$$

일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 24 ③ 21 ④ 18 ⑤ 15

8. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) - f(x) = 3x^4 - 3x$$

를 만족시킬 때, $\int_{-2}^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

9. 수직선 위의 두 점 $P(\log_5 3)$, $Q(\log_5 12)$ 에 대하여

선분 PQ를 $m:(1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때, 4^m 의 값은? (단, m 은 $0 < m < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

10. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - 6t + 5, \quad v_2(t) = 2t - 7$$

이다. 시각 t 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, 함수 $f(t)$ 는 구간 $[0, a]$ 에서 증가하고, 구간 $[a, b]$ 에서 감소하고, 구간 $[b, \infty)$ 에서 증가한다. 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 Q가 움직인 거리는? (단, $0 < a < b$) [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{17}{2}$ ③ $\frac{19}{2}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

11. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_6| = a_8, \quad \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{96}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

12. 함수 $f(x) = \frac{1}{9}x(x-6)(x-9)$ 와 실수 $t(0 < t < 6)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ -(x-t) + f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

이다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최댓값은? [4점]

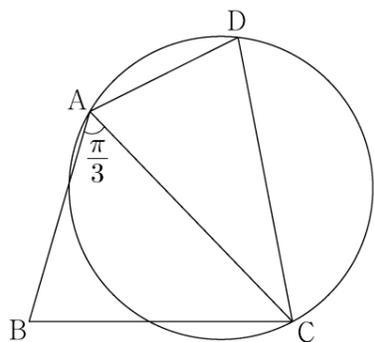
- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{127}{4}$ ③ $\frac{129}{4}$ ④ $\frac{131}{4}$ ⑤ $\frac{133}{4}$

13. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 3, \overline{BC} = \sqrt{13}, \overline{AD} \times \overline{CD} = 9, \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACD의 넓이를 S_2 라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하자.

$S_2 = \frac{5}{6}S_1$ 일 때, $\frac{R}{\sin(\angle ADC)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b) + 9 & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

단답형

16. 방정식 $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.
[3점]

17. 함수 $f(x) = (x+1)(x^2+3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$ 라 할 때, $0 < x < 16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $O(0, 0)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$, $f'(\frac{1}{4}) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. 5개의 문자 x, x, y, y, z 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

24. 두 사건 A, B 는 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \quad P(A^c) = 2P(A)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

25. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 합이 10 이하가 되도록 카드가 놓일 확률은? [3점]

- ① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{19}{30}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{14}{15}$



26. 4개의 동전을 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 X 라 하고, 이산확률변수 Y 를

$$Y = \begin{cases} X & (X \text{가 } 0 \text{ 또는 } 1 \text{의 값을 가지는 경우}) \\ 2 & (X \text{가 } 2 \text{ 이상의 값을 가지는 경우}) \end{cases}$$

라 하자. $E(Y)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{25}{16}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{27}{16}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

27. 정규분포 $N(m, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 49인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균이 \bar{x} 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq \frac{6}{5}a$ 이다. \bar{x} 의 값은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]
- ① 15.2 ② 15.4 ③ 15.6 ④ 15.8 ⑤ 16.0

28. 하나의 주머니와 두 상자 A, B가 있다. 주머니에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있고, 상자 A에는 흰 공과 검은 공이 각각 8개 이상 들어 있고, 상자 B는 비어 있다. 이 주머니와 두 상자 A, B를 사용하여 다음 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는다.

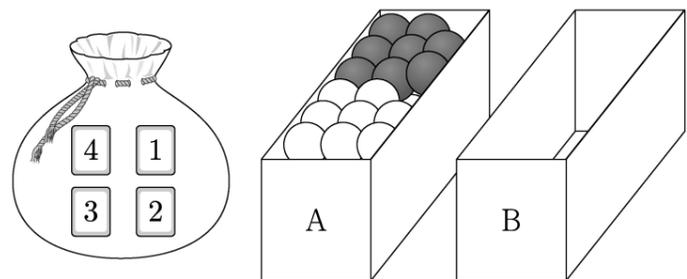
확인한 수가 1이면
상자 A에 있는 흰 공 1개를 상자 B에 넣고,

확인한 수가 2 또는 3이면
상자 A에 있는 흰 공 1개와 검은 공 1개를 상자 B에 넣고,

확인한 수가 4이면
상자 A에 있는 흰 공 2개와 검은 공 1개를 상자 B에 넣는다.

이 시행을 4번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 8일 때, 상자 B에 들어 있는 검은 공의 개수가 2일 확률은?
[4점]

- ① $\frac{3}{70}$ ② $\frac{2}{35}$ ③ $\frac{1}{14}$ ④ $\frac{3}{35}$ ⑤ $\frac{1}{10}$



단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 6 이하의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

$$a \leq c \leq d \text{이고 } b \leq c \leq d \text{이다.}$$

30. 양수 t 에 대하여 확률변수 X 가 정규분포 $N(1, t^2)$ 을 따른다.

$$P(X \leq 5t) \geq \frac{1}{2}$$

- 이 되도록 하는 모든 양수 t 에 대하여 $P(t^2 - t + 1 \leq X \leq t^2 + t + 1)$ 의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k 라 하자. $1000 \times k$ 의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.