

2021학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 문제지(자연계열 B형)

[문제 1] 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 아래 조건을 만족한다.

< 조건 >
(가) $f(0) = 1$
(나) $0 \leq x \leq t$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 길이는 $f(t) - 2e^{-t} + 1$ 이다.

다음 물음에 각각 답하시오.

(1-1) 함수 $f(x)$ 를 구하시오. (70점)

(1-2) 함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 갖는다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선 ℓ 과 직선 $y = b$, 곡선 $y = f(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. (80점)

(1-3) x 축 위를 움직이는 어떤 점의 시각 t 에서의 위치가 $x(t) = -t^2 + 4t + 1$ 이다. $x(t)$ 가 최댓값을 갖게 되는 x 축 위의 점을 A라 하자. 점 A를 지나고 임의의 직선 ℓ 에 대하여 점 $(0, 1)$ 에서 직선 ℓ 까지의 거리를 $d(\ell)$ 이라 할 때, $d(\ell)$ 이 최대가 되는 직선 ℓ 의 방정식을 구하시오. (80점)

[문제 2] 상자 안에 '+1'이 적힌 공 10개와 '-1'이 적힌 공 10개가 들어 있다.
다음 물음에 각각 답하시오.

(2-1) 상자에서 임의로 공을 한 개 꺼내 나온 수를 기록하고 다시 넣는 시행을 반복하였다.
10번을 반복할 때 공에 적힌 수의 분산이 0.2 이상 0.4 이하였다면, '+1'이 몇 번 나왔는지
가능한 횟수를 모두 구하시오. (70점)

(2-2) 상자에서 A 가 5개의 공을 임의로 꺼낸 후, B 가 5개의 공을 임의로 꺼내고,
 C 는 나머지 공을 가진다. A , B , C 가 가진 공 중에서 '+1'이 적힌 공의 개수를 각각 a , b , c
라 하자. $a > b > c$ 일 확률을 $\frac{q}{p}$ 로 나타낼 때 q 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자
연수이다.) (80점)

(2-3) 공 20개를 잘 섞어서 일렬로 나열하였다. 이때 같은 수끼리 연속되어 있는 부분을
하나의 묶음이라 하자. 예를 들어 '+1 +1 -1 -1 +1'에는 묶음이 3개있고, '-1 +1 -1 +1 +1'
에는 묶음이 4개있다. 묶음이 5개가 되도록 공 20개를 일렬로 나열하는 방법의 수를 구하시
오. (80점)

[문제 3] 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 집합 A_f 를 다음과 같이 정의하자.

$$A_f = \{m \in \mathbb{R} \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } f(x) \geq f(0) + mx \text{가 성립한다.}\}$$

예를 들어, $f(x) = |x|$ 에 대하여 집합 A_f 는 $A_f = \{m \mid -1 \leq m \leq 1\}$ 이다.

다음 물음에 각각 답하시오.

(3-1) $f(x) = x^3$ 에 대하여 A_f 는 공집합이 됨을 보이시오. (80점)

(3-2) 함수 $f(x)$ 의 이계도함수 $f''(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f''(x) \geq 0$ 을 만족하면, $f'(0) \in A_f$ 가 성립함을 보이시오. (단, 그림을 이용한 직관적인 설명은 허용하지 않습니다.) (80점)

(3-3) 함수 $f(x)$ 의 이계도함수 $f''(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f''(x) \geq 0$ 을 만족하면, 실제로 $A_f = \{f'(0)\}$ 가 됨을 보이시오. (단, 그림을 이용한 직관적인 설명은 허용하지 않습니다.) (80점)