

2022학년도 중앙대학교

편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

<2022. 1. 9(일) 12:30 ~ 13:30>

대 학		모집단위	
수험번호		성 명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 7면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하셔야 합니다.



2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[1] (3점) 방정식 $5x^2 + 2xy + 5y^2 = 12$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여 y 의 최댓값과 최솟값의 차는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{8}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{12}$

[2] (4점) 선형사상 $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$Tv = Av, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}^3.$$

T 의 치역은 \mathbb{R}^3 에서 평면을 이룬다. 이 평면에 대하여 점 $(1, 1, 1)$ 과 대칭인 점을 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① $\frac{23}{12}$ ② $\frac{23}{9}$ ③ $\frac{25}{6}$ ④ $\frac{25}{3}$

[3] (4점) 두 직선 $y=x, y=ex$ 와 두 쌍곡선 $xy=1, xy=7$ 에 의해 둘러싸인 제1사분면 위의 영역을 R 이라 할 때, $\iint_R xy \, dx dy$ 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 12 ④ 15

[4] (2.5점) 세 벡터 $w_1 = (1, 0, 0, 0), w_2 = (1, 1, 1, 0), w_3 = (1, 2, 0, 1)$ 에 그람-슈미트 과정(Gram - Schmidt process)을 적용하여 얻은 정규직교 벡터(orthonormal vectors)가 $u_1 = (1, 0, 0, 0), u_2 = (0, a, a, b), u_3 = (0, c, d, c)$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{11}{12}$ ④ $\frac{13}{12}$

[5] (3.5점) 반지름이 1 인 원에 외접하는 정 n 각형과 내접하는 정 n 각형의 넓이 차를 A_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k A_n$ 이 존재하도록 하는 상수 k 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k A_n = \alpha$ 라 할 때, α^k 의 값은?

- ① π^2 ② π^3 ③ π^6 ④ π^{12}

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[6] (2.5점) 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x^3}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$

[7] (3점) 함수 $f(x,y) = \int_{xy}^{x^2+y^2} e^{t^2} dt$ 의 편미분계수 $\frac{\partial f}{\partial x}(1,1)$ 의 값은?

- ① $e^4 - 2e$ ② $e^4 - e$ ③ $2e^4 - 2e$ ④ $2e^4 - e$

[8] (3.5점) 좌표평면에서 $y = x^4 - x^5$ 과 $y = 0$ 으로 둘러싸인 영역을 y 축을 중심으로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는?

- ① $\frac{\pi}{23}$ ② $\frac{\pi}{22}$ ③ $\frac{\pi}{21}$ ④ $\frac{\pi}{20}$

[9] (3.5점) 행렬 $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ -1 & -9 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $\det(A^3 - 81A)$ 의 값은?

(단, $\det B$ 는 정사각행렬 B 의 행렬식(determinant)을 나타낸다.)

- ① $2^7 3^3 5$ ② $2^6 3^4 5$ ③ $2^8 3^3 5$ ④ $2^8 3^4 5$

[10] (4점) 두 평면 $z = 0$, $z = 3$ 과 원기둥 $x^2 + y^2 = 1$ 로 둘러싸인 영역 R 의 경계를 S 라 하자. 이때 곡면 S 에 대한 벡터장 $F = (xe^{x^2+y^2}, ye^{x^2+y^2}, ze^{x^2+y^2})$ 의 유량(flux) $\iint_S F \cdot dS$ 의 값은?

- ① $2\pi(2e - 1)$ ② $3\pi(2e - 1)$ ③ $2\pi(3e - 1)$ ④ $3\pi(3e - 1)$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[11] (3.5점) $y=y(x)$ 가 미분 방정식 $y''+2y'-8y=2e^{-2x}-e^{-x}$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$ 의 해일 때, $y=ae^{2x}+be^{-4x}+ce^{-2x}+de^{-x}$ 이다. $c+d$ 의 값은?

- ① $-\frac{14}{36}$ ② $-\frac{5}{36}$ ③ $\frac{4}{36}$ ④ $\frac{13}{36}$

[12] (3.5점) $f(t)$ 가 적분 방정식 $f(t) = \cos t + \int_0^t e^{-\tau} f(t-\tau) d\tau$ 를 만족할 때, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

[13] (3.5점) $y=y(x)$ 가 미분 방정식 $y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0$, $y(0) = y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$ 의 해일 때, $y = Ae^{ax} + Be^{bx} + Ce^{cx}$ 이다. $A \times a + B \times b + C \times c$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$

[14] (3점) 미분 방정식 $y'' + 16y = \delta(t - 2\pi)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ 의 해는?

- ① $\frac{1}{4} \sin(4t)u(t + 2\pi)$ ② $\frac{1}{4} \cos(4t)u(t - 2\pi)$
 ③ $\frac{1}{4} \cos(4t)u(t + 2\pi)$ ④ $\frac{1}{4} \sin(4t)u(t - 2\pi)$

[15] (3.5점) $y=y(x)$ 가 미분 방정식 $y'' - 4y' + 4y = (12x^2 - 6x)e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ 의 해일 때, $y(-2)$ 의 값은?

- ① $5e^{-4}$ ② $13e^{-4}$ ③ $21e^{-4}$ ④ $29e^{-4}$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[16] (3점) 미분 방정식 $(2y \sin x \cos x - y + 2y^2 e^{xy^2})dx = (x - \sin^2 x - 4xye^{xy^2})dy$ 의 해는?

- ① $y \sin^2 x - xy + 4e^{xy^2} = c$ ② $y \sin^2 x - xy + 2e^{x^2 y} = c$
 ③ $y \sin^2 x - xy + 2e^{xy^2} = c$ ④ $y \sin^2 x - xy + 4e^{x^2 y} = c$

[17] (3.5점) $x = x(t)$, $y = y(t)$ 가 연립 미분 방정식 $2x'(t) + y'(t) - 2x = 1$, $x'(t) + y'(t) - 3x - 3y = 2$, $x(0) = 0$, $y(0) = 0$ 의 해일 때, $x(1) + y(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}(e^2 - 1)$ ② $\frac{2}{3}(e^3 - 1)$ ③ $e^2 - 1$ ④ $e^3 - 1$

[18] (3점) $y = y(x)$ 가 미분 방정식 $y'' + 9y = e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ 의 해일 때, $y(\pi)$ 의 값은?

- ① $\frac{e^\pi}{10} - \frac{1}{10}$ ② $\frac{e^\pi}{10} - \frac{1}{30}$ ③ $\frac{e^\pi}{10} + \frac{1}{30}$ ④ $\frac{e^\pi}{10} + \frac{1}{10}$

[19] (3.5점) 함수 $g(t) = e^{-2t} \cos\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$ 의 Laplace 변환이 $G(s)$ 로 주어질 때, $G(-3)$ 의 값은?

- ① $\frac{1 - 2\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{1 - \sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{1 + \sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{4}$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[20] (3.5점) $y=y(x)$ 가 미분 방정식 $y''-2y'+5y=1+x$, $y(0)=0$, $y'(0)=4$ 의 해일 때, $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=a+b\left(\frac{\pi}{4}\right)+ce^{\frac{\pi}{4}}$ 이다. $a+b+c$ 의 값은?

- ① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{27}{25}$ ③ $\frac{45}{25}$ ④ $\frac{63}{25}$

[21] (3점) $y=y(x)$ 가 미분 방정식 $xy^2\frac{dy}{dx}=y^3-x^3$, $y(1)=2$ 의 해일 때, $y(e)$ 의 값은?

- ① $5^{\frac{1}{3}}e$ ② $1+5^{\frac{1}{3}}e$ ③ $5e$ ④ $1+5e$

[22] (2.5점) 주기가 2인 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=x+5, \quad -1 < x < 1$$

$f(x)$ 를 아래와 같이 Fourier 급수로 나타낼 때, $a_3+b_2+c_3$ 의 값은?

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\pi x+b_n \sin n\pi x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\pi x}$$

- ① $\frac{-3-i}{3\pi}$ ② $\frac{-3+i}{3\pi}$ ③ $\frac{3-i}{3\pi}$ ④ $\frac{3+i}{3\pi}$

[23] (2.5점) 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$f(x)$ 를 아래와 같이 Fourier 적분으로 나타낼 때, $A(\alpha)+B(\alpha)$ 를 계산하면?

$$f(x)=\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\alpha) \cos \alpha x + B(\alpha) \sin \alpha x] d\alpha$$

- ① $\frac{1+\alpha}{1+\alpha^2}$ ② $\frac{1-\alpha}{1+\alpha^2}$ ③ $\frac{-1+\alpha}{1+\alpha^2}$ ④ $\frac{-1-\alpha}{1+\alpha^2}$

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[24] (4점) 다음 <보기> 중 복소함수 $f(z)$ 의 Laurent 급수와 수렴영역이 올바르게 짝지어진 것은 모두 몇 개인가?

<보기>

$$f(z) = \frac{z+4}{z^2(z^2+3z+2)}$$

(가) $f(z) = \frac{2}{z^2} - \frac{5}{2z} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(3 - \frac{1}{2^{n+2}}\right) z^n, \quad 0 < |z| < 1$

(나) $f(z) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3(-1)^n}{z^{n+1}} - \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{2^{n+2}}, \quad 1 < |z| < 2$

(다) $f(z) = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(3-2^{n-1})}{z^n}, \quad 2 < |z| < \infty$

(라) $f(z) = \frac{3}{z+1} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(2n + \frac{7}{2} - \frac{(-1)^n}{2}\right) (z+1)^n, \quad 0 < |z+1| < 1$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개

[25] (3점) $\int_{1-2i}^{\pi i} \cos z \, dz$ 의 값은?

- ① $-\sin 1 \cosh 2 + i(\sinh \pi - \cos 1 \sinh 2)$ ② $-\sin 1 \cosh 2 + i(-\sinh \pi + \cos 1 \sinh 2)$
 ③ $-\sin 1 \cosh 2 + i(\sinh \pi + \cos 1 \sinh 2)$ ④ $-\sin 1 \cosh 2 - i(\sinh \pi + \cos 1 \sinh 2)$

[26] (4점) 다음 <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

<보기>

(가) $z = \frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ 일 때 $z^{603} = i$ 이다.

(나) 복소방정식 $(z-1)^7 = (z+2)^7$ 을 만족하는 해의 개수는 모두 6개이다.

(다) 복소함수 $f(z) = e^{\bar{z}}$ 는 복소평면 위의 어떤 점에서도 해석적이지 않다.
 (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

(라) 복소함수 $f(z) = \frac{\sin z}{z^{2010}}$ 는 $z_0 = 0$ 에서 차수가 2009인 극(pole)을 갖고 $\text{Res}(f(z), z_0) = \frac{1}{2009!}$ 이다.
 (단, z_0 에서 $f(z)$ 의 유수(residue)는 $\text{Res}(f(z), z_0)$ 로 나타낸다.)

(마) 선형분수변환 $T(z) = \frac{z-i}{z}$ 에 대한 원 $|z-1|=1$ 의 상(image)은 직선이다.

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개

2022학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[27] (3점) 복소함수 $f(z) = \cos^2 z$ 를 중심 $z_0 = \pi$ 인 Taylor 급수 $f(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (z - \pi)^n$ 으로 전개하였을 때, $\frac{a_8}{a_{10}}$ 의 값은?

- ① $-\frac{45}{2}$ ② $-\frac{39}{2}$ ③ $-\frac{33}{2}$ ④ $-\frac{17}{2}$

[28] (3.5점) C 를 원 $|z - i| = 2$ 이라 할 때, $\int_C \left(\frac{4e^{-iz}}{(z+6i)(z-2i)} + \bar{z} \right) dz$ 를 계산하면?

(단, C 의 방향은 시계반대방향이고 \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $\left(\frac{1}{2e^2} + 4i \right) \pi$ ② $\left(\frac{1}{e^2} + 8i \right) \pi$ ③ $(e^2 + 4i) \pi$ ④ $(e^2 + 8i) \pi$

[29] (4점) $\int_0^{2\pi} \cos^{10} \theta d\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{55\pi}{128}$ ② $\frac{59\pi}{128}$ ③ $\frac{63\pi}{128}$ ④ $\frac{67\pi}{128}$

[30] (3.5점) C 를 원 $|z| = \frac{1}{2}$ 이라 할 때, $\int_C \left(\frac{e^z - 1}{z^4(1-z)} + z^3 \cos \frac{1}{z} \right) dz$ 를 계산하면?

(단, C 의 방향은 시계반대방향이다.)

- ① $\frac{25\pi i}{12}$ ② $\frac{33\pi i}{12}$ ③ $\frac{41\pi i}{12}$ ④ $\frac{49\pi i}{12}$