

2019학년도 논술고사

자연계열 (오후, 의학과) 모범답안



[문제 1-1]

(1) (a) \mathbb{B} 에서 m 개의 점을 선택하여 각각 \mathbb{A} 와 짝짓는 경우의 수이므로 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다. 따라서 전체 경우의 수는 ${}_n P_m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\cdots(n-m+1)$

(b) \mathbb{B} 에서 m 개의 점을 선택하여 짝짓기를 했을 때 교점이 생기지 않는 경우는 한 가지 경우 뿐이다. 따라서 전체 경우의 수는 ${}_n C_m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ 이다.

(2) 임의의 세 선분을 선택할 때 한 점에서 만나지 않음을 보이면 충분하다. \mathbb{A} 에서 A_i, A_j, A_k ($i < j < k$)를 고르고 \mathbb{B} 에서 B_s, B_t, B_u ($s < t < u$)를 골라서 [그림 1-2]와 같이 연결되었다고 가정하자.

문제의 조건으로부터 $c_k = r^{k-1}$ 이므로,

$$\overline{A_i A_j} = r^{j-1} - r^{i-1}, \quad \overline{A_j A_k} = r^{k-1} - r^{j-1}$$

$$\overline{B_s B_t} = r^{t-1} - r^{s-1}, \quad \overline{B_t B_u} = r^{u-1} - r^{t-1}$$

이다. 따라서 $\overline{B_t B_u} : \overline{A_i A_j} = \overline{B_s B_t} : \overline{A_j A_k}$ 가 성립하기 위해서는

$$r^{j-1}(1-r^{i-j})r^{t-1}(1-r^{s-t}) = r^{j-1}(r^{k-j}-1)r^{t-1}(r^{u-t}-1)$$

이므로, $(1-r^{i-j})(1-r^{s-t}) = (r^{k-j}-1)(r^{u-t}-1)$ 이어야 한다. 하지만 좌변은 1보다 작고, 우변은 1보다 크므로 두 식은 같지 않다.

[문제 1-2]

(1) 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않으므로 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 \mathbb{B} 에서 5개를 선택하여 이웃한 두 점의 위치를 한 번 바꾸어 \mathbb{A} 의 5개의 점과 차례대로 연결하는 개수와 같다. 각 5개의 점에서 이웃한 점을 선택하는 경우의 수는 4이므로 모두 $4 \times {}_8 C_5 = 224$ 가지.

(2) 등차수열의 공차를 d 라 하자. 세 선분 이상이 한 점에서 만나야 하므로 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 \mathbb{B} 에서 같은 간격 $\ell \times d$ (ℓ 은 자연수)를 가지는 k (≥ 3)개의 점을 먼저 선택하고 그 순서를 뒤집고, 그 점들의 바깥에서 $5-k$ 개의 점을 추가로 고른 후, 이렇게 선택한 5개의 점을 \mathbb{A} 의 점에 차례대로 대응시키는 것과 같다.

$k = 5$:

- $\ell = 1$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 1인 경우는 $\{B_1, \dots, B_5\}, \dots, \{B_4, \dots, B_8\}$ 로 모두 4개.

- $\ell \geq 2$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 ℓ 인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 4개.

$k = 4$:

- $\ell = 1$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 1인 경우는 $\{B_1, \dots, B_4\}, \dots, \{B_5, \dots, B_8\}$ 로 모두 5개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 4개 이므로 $5 \times 4 = 20$

- $\ell = 2$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 2인 경우는 $\{B_1, B_3, B_5, B_7\}, \{B_2, B_4, B_6, B_8\}$ 로 모두 2개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 1개 이므로 $2 \times 1 = 2$

- $\ell \geq 3$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 ℓ 인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 22개.

$k = 3$:

- $\ell = 1$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 1인 경우는 $\{B_1, B_2, B_3\}, \dots, \{B_6, B_7, B_8\}$ 로 모두 6개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 5개 이므로 $6 \times {}_5C_2 = 60$

- $\ell = 2$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 2인 경우는 $\{B_1, B_3, B_5\}, \dots, \{B_4, B_6, B_8\}$ 로 모두 4개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 3개 이므로 $4 \times {}_3C_2 = 12$

- $\ell = 3$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 3인 경우는 $\{B_1, B_4, B_7\}, \{B_2, B_5, B_8\}$ 로 모두 2개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 1개 이므로 두 점을 선택할 수 없다.

- $\ell \geq 4$ 인 경우 : \mathbb{B} 에서 간격이 ℓ 인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 $60 + 12 = 72$ 개.

위 두 경우를 종합하면 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 $4 + 22 + 72 = 98$ (개)다.

[문제 1-3]

(1) 선분의 길이가 1이 되기 위해서는 $i = 1, \dots, 10$ 에 대하여 A_i 와 B_i 가 연결되어야 한다.

선분 $\overline{A_i B_i}$ 을 포함한 짝짓기의 개수를 구해보면 모두 $9!$ (개)로 일정하므로 따라서 길이가 1인 선분의 개수는 $10 \times 9! = 10!$ (개)이다.

(2) 점의 좌표 및 등차수열의 일반항을 이용하여 \mathbb{A} 와 \mathbb{B} 의 점 사이의 거리를 구해보면, 생길 수 있는 선분의 길이는 $k = 0, 1, 2, \dots, 9$ 에 대하여 $\sqrt{1 + (kd)^2}$ 이다.

(1)과 같은 방법으로 각 선분의 개수를 구해보면 다음과 같다.

- 선분의 길이가 1인 경우 : $10!$ (개)

- 선분의 길이가 $\sqrt{1 + (kd)^2}$ 인 경우 (단, $k \neq 0$) : $9! \times 2 \times (10 - k)$ (개)

즉, $L = 10! + 2 \times 9! \times \sum_{k=1}^9 (10 - k) \sqrt{1 + (kd)^2}$ 이 된다. 따라서

$$\begin{aligned} \frac{1}{9!} \times \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{L}{d} &= 2(1 \times 9 + 2 \times 8 + \dots + 9 \times 1) \\ &= 2 \sum_{k=1}^9 k(10 - k) = 20 \sum_{k=1}^9 k - 2 \sum_{k=1}^9 k^2 \\ &= 10^2 \times 9 - \frac{9 \times 10 \times 19}{3} \\ &= 330 \end{aligned}$$



[문제 2-1] 푸른 민달팽이의 세포가 출생 시 엽록체를 가지고 있지 않고, 성장하면서 섭취한 녹조류의 엽록체가 세포내로 들어와 공생한다는 증거를 성체 푸른 민달팽이를 가지고 관찰할 수 있는 방법을 추론해보시오 (6점).

[정답] 녹조류를 섭취한 성체 푸른 민달팽이의 체세포와 생식세포를 분리하여 관찰하였을 때 체세포에는 엽록체가 관찰되지만 생식세포에는 관찰되지 않음. 만약 생식세포에 엽록체가 관찰된다면 유전으로 자손에게 전달된다는 의미임. 엽록체를 관찰하는 방법으로는 현미경 (광학, 전자 현미경) 관찰, 엽록체 DNA 분석, 세포 분쇄 후 원심분리기로 세포 분획하는 방법 등이 있음.

[문제 2-2] 인간 유래 세포에 식물에서 분리한 엽록체를 세포질 내로 인위적으로 주입하였다고 가정할 때, 이 엽록체는 광합성을 할 수 있을 것인지 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (엽록체에 대한 세포내 거부반응은 없다고 가정함) (6점).

[정답] 제시문 [나]에서 기술한 바와 같이 광합성을 하기 위해서는 엽록체에서 광합성에 필요한 유전자가 숙주 세포 유전자에 이미 존재하여야 함. 따라서 인간 유래세포에 주입한 엽록체는 거부 반응이 없다고 하더라도 광합성에 필요한 충분한 단백질을 숙주세포로부터 제공받지 못하여 광합성을 수행 할 수 없다.

[문제 2-3] 만약 엽록체가 푸른 민달팽이 세포와 공생하며 광합성을 하여 충분한 포도당을 생산할 수 있다고 가정하였을 경우, 이 푸른 민달팽이에 충분한 양의 H_2O , CO_2 , O_2 , 햇빛만을 제공한다면 푸른 민달팽이는 세포 증식이 일어나 성장할 수 있을지를 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (10점).

[정답] 푸른 민달팽이 세포가 광합성을 하여 충분한 양의 포도당을 생산하였다 하더라도, 민달팽이의 세포가 성장하기 위해서는 필수 영양소가 공급되어야 한다. 충분한 양의 포도당이 합성되었을 경우 대부분 에너지원으로 사용이 되며 일부의 포도당이 단백질, 지질로 합성될 수 있다. 하지만 꼭 섭취해야만 얻을 수 있는 필수 아미노산, 비타민을 포함한 무기 염류 등이 공급되지 않았기 때문에 세포는 증식할 수 없다.

[문제 2-4] 푸른 민달팽이에 동위원소로 합성한 충분한 양의 $^{14}CO_2$ 와 햇빛을 공급하였을 경우, 동위원소로 표지된 탄소원자는 세포 내 거대분자 (Macromolecule) 어디에서 관찰될 것인지 분자 구조를 배경으로 서술하시오 (6점).

[정답] $^{14}CO_2$ 는 엽록체에서 포도당으로 합성될 것이다. 합성된 포도당은 에너지원으로 사용이 되거나 아미노산, 지질 합성에 사용될 수 있다. 따라서 동위원소로 표지된 탄소 원자는 탄수화물, 단백질, 지질에서 관찰될 것이다.

[문제 2-5] 엽록체를 가지고 있지 않은 푸른 민달팽이와, 엽록체를 가지고 있는 푸른 민달팽이를 몇 주간 H_2O 와 O_2 만 공급되는 빛이 없는 어두운 환경에서 생육 시켰을 경우, 엽록체가 없는 푸른 민달팽이는 모두 죽었으나 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 생존하였다. 만약 생존한 푸른 민달팽이의 세포에 엽록체가 남아 있지 않았다면, 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이가 생존한 이유와 이 엽록체가 없어진 이유를 추론하여 서술하시오 (10점).

[정답] 세포내에 존재하는 리소솨는 세포내로 들어온 세균과 같은 이물질이나 제 기능을 하지 못하는 세포 소기관을 분해하며, 리소솨에 의해 분해된 산물은 세포의 생명활동에 필요한 에너지원으로 사용된다. 광합



성을 할 수 없는 상태에서 엽록체는 숙주세포와 공생관계에 있다기보다는 세포내 이물질이나 기능을 못하는 소기관과 같은 존재이다. 엽록체는 단백질, 핵산, 지질, 탄수화물 등으로 구성되어 있다. 따라서 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 세포내에 있던 엽록체를 리소좀을 이용하여 분해(세포 내 소화)하여 얻은 분해산물을 에너지원으로 이용하여 더 오래 살 수 있었으며, 세포속의 엽록체는 리소좀에 의해 가수분해 되어 사라진 것으로 추론된다.

[문제 2-6] 엽록체를 사용할 수 있는 세포를 바이오 에너지 생산에 적용 하고자 한다. 엽록체와 공생하며 광합성 할 수 있는 효모(Yeast)를 인위적으로 개발하였다고 가정하였을 경우, 이 효모를 이용하여 에너지로 이용할 수 있는 알코올 생산 시스템을 만들려고 한다. 엽록체를 가지고 있는 효모를 이용하여 알코올을 생산할 수 있는 방법을 추론하여 기술하시오 (12점).

[정답] 엽록체는 광합성을 통하여 포도당을 만들기 때문에 광합성에 필요한 CO_2 와 H_2O 그리고 빛을 공급 해주면 포도당과 O_2 와 H_2O 를 합성할 수 있고, 효모는 산소가 있는 상태에서 포도당을 분해하여 산소호흡을 통하여 에너지를 얻지만, 산소가 없는 환경에서는 발효를 통하여 포도당을 에탄올과 이산화탄소로 분해하면서 에너지를 얻을 수 있다. 따라서 광합성을 하는 엽록체를 가진 효모에서 알코올을 생산하려면 광합성에 필요한 CO_2 와 H_2O 그리고 빛을 공급해 포도당을 생산하게 한 후 해당과정을 못 들어가게 하기 위하여 광합성으로 생산된 산소를 제거해 산소가 없는 상태로 만들어주면 효모는 발효를 통하여 에탄올을 생산할 수 있다.