

2019학년도 2학기 2차 지필평가

학년	교과	과정
2	수학II	자유수강제
인쇄매수	25매 x 24학급	
문항수	선택형: 15문항 / 논술형: 5문항	

시행일 : 2019년 12월 12일 목요일 3교시 (2)학년 ()반 ()번 성명 : ()

* 답안지에 인적사항(학년, 반, 번호)을 정확히 기입(표기)한 후 답안을 작성하십시오.
* 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.

1. 곡선 $y = 2x^2 - 6x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3.8점]

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

$ax^2 = (2t + a)$
 $ax^2 = 2t + a$

2. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t에서의 위치 x가

$$x = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$$

이다. $t = 4$ 에서의 점 P의 속도를 a, 가속도를 b라 할 때, a+b의 값은? [4.0점]

$a = 12$

- ① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

$6(4) - 12$

3. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + \int_0^x (3x^2 - 2x)f(t)dt \text{ 일 때, } f(3) \text{의 값은? [4.2점]}$$

$4x^3 - \frac{16}{3}(3x^2 - 2x)$

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4 ⑥ 112

$4x^3 + (3x^2 - 2x) \int_0^x f(t)dt$

$x^4 + kx^3 = kx^2$

$16 + 6k = 4k - 4k = -4k$

$3k = -16 \quad k = -\frac{16}{3}$

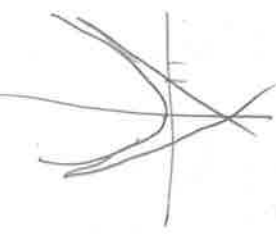
4. 곡선 $y = x^2$ 과 점 $(0, -4)$ 에서, 이 곡선에 그은 두 점선으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.3점]

- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$
④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6 ⑥ $4(x-2) + 4$

$2x(x-2) + x^2 - 4(x-2) + 4$
 $-2t^2 + t^2 = -4$

$t^2 = 4$

$(t-2)(t+2)$

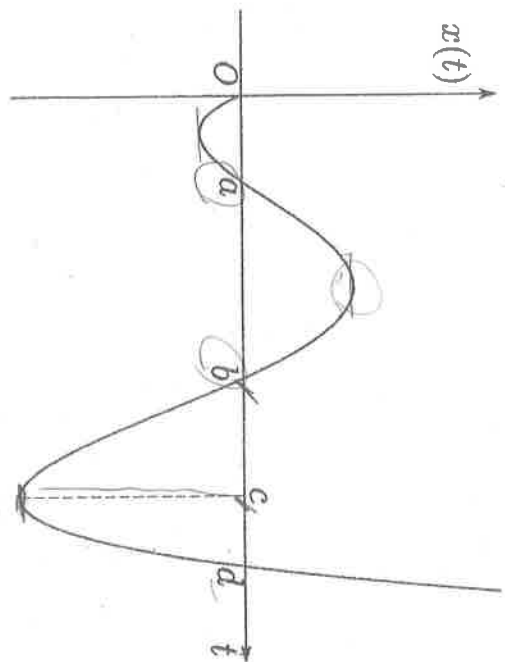


$\int_0^2 x^2 - 4x + 4$

$-\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$

$2\frac{8}{3} - 16 + 16$

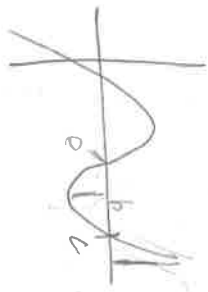
5. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t에서의 위치 $x(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $x'(c) = 0$) [4.3점]



<보기>

1. $a < t < b$ 에서 한 방향으로만 움직인다.
 2. $0 < t < d$ 에서 운동방향의 세 번 바뀐다.
 3. $b \leq t \leq c$ 에서 이동한 거리와 $c \leq t \leq d$ 에서 이동한 거리는 같다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ ⑥ ㄱ, ㄴ



6. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 출발한 지 t초 후의 속도 $v_P(t), v_Q(t)$ 가 각각

$v_P(t) = 3t^2 + 3, v_Q(t) = 12t$

이고, 점 P는 원점, 점 Q는 좌표가 -10인 점에서 동시에 같은 방향으로 출발한다. 출발한 지 a초 후에 두 점 P, Q가 두 번째로 만날 때, a의 값은? [4.4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

$t^3 + 3t = 6t^2 - 10$

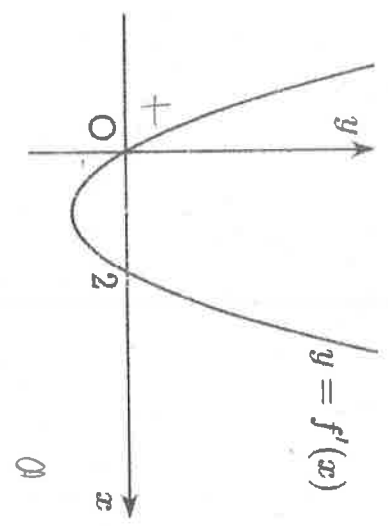
$t^3 - 3t^2 + 10 = 6t^2 - 10$
 $t^3 - 6t^2 + 3t + 20 = 0$

~~$t^3 - 12t + 20 = 0$~~
 ~~$125 - 17 = 108$~~

~~$1 - 6 + 3 - 10 = -10$~~
 ~~$6 - 24 + 6 - 10 = -22$~~

$f(t) = (t^2 - 11t + 4)(0)$
 $(t - 2)(t - 5)$

7. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 10이고, 극솟값이 6일 때,



$\int_{-2}^2 f(x) dx$ 의 값은? [4.6점]

- ① 16 ② 18 ③ 22
 ④ 24 ⑤ 26

$a(x-2)$

$ax^2 - 2ax$

$\frac{1}{3}ax^3 - ax^2 + 10$

$-\frac{1}{3}a = -4 \implies a = 3$
 $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot a - 4a + 10 = 10$

8. 지면으로부터 10m의 높이에서 39.2m/s의 속도로 지면과 수직으로 위로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 속도 $v(t)$ m/s가 $v(t) = 39.2 - 9.8t$ ($0 \leq t \leq 10$) 일 때, 이 물체가 지면에 떨어질 때까지 움직인 거리는? [4.8점]

- ① 146.8 m ② 156.8 m ③ 166.8 m
 ④ 176.8 m ⑤ 186.8 m

$\int_0^4 -4.9t^2 + 3.92t$

$-\frac{4.9}{3}t^3 + \frac{3.92}{2}t^2$

$-\frac{4.9}{3} \times 16 + \frac{3.92}{2} \times 4$

$-\frac{4.9 \times 16}{3} + 7.84$
 $-\frac{78.4}{3} + 7.84$
 $-\frac{78.4}{3} + \frac{23.52}{3} = -\frac{54.88}{3} \approx -18.29$

뒷장이 계속

9. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [48점]

- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

Handwritten solution for Q9:

$$x^3 + x^2 + x = x \implies x^3 + x^2 = 0 \implies x^2(x+1) = 0 \implies x=0, -1$$

$$S_0 = \int_{-1}^0 (x^3 + x^2 - x) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 = 0 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{12}$$

10. 두 함수 $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 1$, $g(x) = -2x^2 + 4x - a$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 a 의 최솟값은? [4.9점]

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) \geq g(x_2)$ 이다.

- ① 9
- ② 11
- ③ 7
- ④ 15
- ⑤ 17

Handwritten solution for Q10:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 = 3(x-2)(x+1)$$

$$f(2) = 8 - 6 - 12 + 1 = -10$$

$$f(-1) = -1 - \frac{3}{2} + 6 + 1 = \frac{11}{2}$$

Handwritten calculations:

$$0 - 6 - (2 + 1) = -9$$

$$-9 \geq 2 - a \implies a \geq 11$$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 초에서의 속도를 $v(t)$ 라 할 때,

$$v(t) = \begin{cases} -t^2 + t & (0 \leq t < 2) \\ k & (2 \leq t < 9) \\ t - 11 & (9 \leq t \leq 11) \end{cases}$$

이다. 점 P가 출발 후 11초 동안 움직인 거리가 s 일 때, 출발 후 a 초 동안 움직인 거리는 $\frac{s}{2}$ 이다. $4a$ 의 값은? (단, a, k 는 상수이다.) [50점]

Handwritten solution for Q11:

$$s = \int_0^{11} v(t) dt = \int_0^2 (-t^2 + t) dt + \int_2^9 k dt + \int_9^{11} (t - 11) dt$$

$$= \left[-\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 \right]_0^2 + k(9-2) + \left[\frac{1}{2}t^2 - 11t \right]_9^{11}$$

$$= \left(-\frac{8}{3} + \frac{2}{2} \right) + 7k + \left(\frac{121}{2} - 121 \right) - \left(\frac{81}{2} - 99 \right)$$

$$= -\frac{8}{3} + 1 + 7k + \frac{121}{2} - 121 - \frac{81}{2} + 99 = 7k - \frac{8}{3} + 1 + 99 - 121 = 7k - \frac{8}{3} - 21$$

$$\frac{s}{2} = \int_0^a v(t) dt = \int_0^2 (-t^2 + t) dt + \int_2^a k dt$$

$$= \left(-\frac{8}{3} + 1 \right) + k(a-2) = -\frac{5}{3} + k(a-2)$$

$$7k - \frac{8}{3} - 21 = 2 \left(-\frac{5}{3} + k(a-2) \right)$$

$$7k - \frac{8}{3} - 21 = -\frac{10}{3} + 2k(a-2)$$

$$7k - \frac{8}{3} - 21 + \frac{10}{3} = 2k(a-2)$$

$$7k - \frac{10}{3} - 21 = 2k(a-2)$$

$$7k - \frac{65}{3} = 2k(a-2)$$

$$7k - \frac{65}{3} = 2ka - 4k$$

$$11k - \frac{65}{3} = 2ka$$

$$11k - \frac{65}{3} = 2ka \implies 11k - \frac{65}{3} = 2ka$$

12. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(x-2)f(x) = (x-2)^2 + \int_{-1}^x f(t) dt$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_{4-x}^{4+x} f(t) dt$ 의 값은? [5.1점]

- ① 9
- ② 11
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 17
- ⑥ 22
- ⑦ 26
- ⑧ 18

Handwritten solution for Q12:

$$3x \geq 3x - 6$$

$$3(x-2) \geq (x-2)$$

$$3(x-2) = (x-2) \implies 2(x-2) = 0 \implies x=2$$

Handwritten solution for Q12:

$$f(x) + (x-2)f(x) = 2(x-2) + f(x)$$

$$f(x) = 2$$

$$2f(4) = 2 \times 4 = 8$$

$$x^2(x-2) \quad x(x) \quad x^2+x^2-1 \quad x(x-1) \quad x^3+x^2-1 \quad x^3-2x^2-x \quad x^3-2x^2-x \quad x^3-2x^2-x \quad x^3-2x^2-x$$

13. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. $\int_0^1 f(x) dx = 3$ 일 때, $F(1) = 3$

$$\int_{-1}^0 (x^2+x+2)f(x) dx + \int_0^1 (x^2-x+3)f(x) dx \text{의 값은?}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5 $\int_{-1}^0 = -3$

$$\int_{-1}^0 x f(x) dx - \int_0^1 x f(x) dx \quad (3x+1)(x+1)$$

$$\int_{-1}^0 x f(x) dx + \int_0^1 2x f(x) dx$$

$$-\left(\frac{1}{2}x^2 f(-1)\right) \quad -\frac{1}{2} \times 3 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad (-3x-1) \quad \frac{-3-6}{2n}$$

14. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_5^6 f(x) dx$ 의 값은? [52점]

(가) $\int_0^1 f(x) dx = -3$
 (나) $\int_n^{n+2} f(x) dx = \int_n^{n+1} 3x^2 dx$ (단, $n=0, 1, 2, 3, \dots$)

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

$\int_0^1 -3$
 $\int_1^3 -3$
 $\int_3^5 3+3+1=9$
 $(n+1)^3 - n^3$
 $n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3$
 $3n^2 + 3n + 1$

$\int_5^7 2n+q+1 = 39$
 $12+6+1$
 $48+12+1$
 $98+12+1$

$\int_2^4 19$
 $\int_4^6 61$
 $\int_6^8 81$
 41
 41
 41
 41

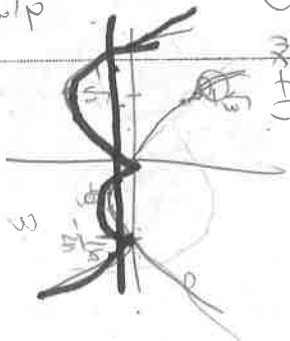
2학기-2차-2학년-수학 II (자유수강제)

4/5

15. 두 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + k$, $g(x) = |x(x+1)|$ 에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위가 $p < k < q$ 이다. $q-p$ 의 최댓값은? [54점]

$$x^3(x^2+1) = |x(x+1)| \Rightarrow -k = \frac{-6-q}{2\sqrt{1}} \Rightarrow k = -x^3 - x^2 + |x(x+1)|$$

$$k = -x^3 - x^2 + |x(x+1)|$$



$$-x^3 - x^2 + |x(x+1)| = 0 \Rightarrow -x^3 - x^2 + x^2 + x = 0 \Rightarrow -x^3 + x = 0 \Rightarrow x(-x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 1$$

* 다음부터는 논술형 문항입니다. 논술형은 답안지의 논술형란에 활씨 또는 청색 필기 도구를 사용하여 작성하십시오. (연필, 사포, 수정테이프 사용금지)
 * 풀이과정에 따라 부분점수가 부여될 수 있으나 답안 쓰는 경우에 는 부분점수 없음.

<논술형 1> 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에 서의 위치가 각각 $\frac{1}{2}t^4 - 4t^3 + 9t^2$, mt 이다. $t > 0$ 에서 점 P의 속도와 점 Q의 속도가 같아지는 순간이 3번 있기 위한 실수 m 의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하십시오. [60점]

뒷장이 계속

신봉고등학교

<논술형 2> 다항함수 $f(x)$ 가 $f(x) = x^2 + 2x + 2 \int_0^1 f'(t) dt$ 를 만족시킬 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 4x + 9$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

$x^2 + 2x + 2 = 4x + 9$
 $x^2 - 2x - 7 = 0$
 $(x-3)(x-6) = 0$
 $x = 3, 6$
 $\int_3^6 (x^2 + 2x + 2 - 4x - 9) dx = \int_3^6 (x^2 - 2x - 7) dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 7x \Big|_3^6 = \frac{1}{3}(216 - 324 - 42) - (36 - 18 - 21) = \frac{1}{3}(-130) - (-39) = -\frac{130}{3} + 39 = -\frac{130}{3} + \frac{117}{3} = -\frac{13}{3}$

<논술형 3> 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = mx$ ($m > 0$)로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합을 $S(m)$ 이라 하자. $\frac{S(m)}{m}$ 의 최솟값을 구하고, 그 때의 m 의 값과 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

$x^3 - 3x = mx$
 $x^3 - (3+m)x = 0$
 $x(x^2 - (3+m)) = 0$
 $x = 0, \pm\sqrt{3+m}$
 $\int_0^{3+m} (x^3 - 3x - mx) dx + \int_{3+m}^{3-m} (mx - x^3 + 3x) dx$
 $= \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{m}{2}x^2 \Big|_0^{3+m} + \frac{m}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 \Big|_{3+m}^{3-m}$
 $= \frac{1}{4}(3+m)^4 - \frac{3}{2}(3+m)^2 - \frac{m}{2}(3+m)^2 + \frac{m}{2}(3-m)^2 - \frac{1}{4}(3-m)^4 + \frac{3}{2}(3-m)^2$
 $= \frac{m^2 + 6m + 9}{m}$

<논술형 4> 함수 $f(a)$ 가 $f(a) = \int_0^2 6|(x-a)(x-1)| dx$ 이다. 함수 $f(a)$ 의 최댓값 M , 최솟값 m 을 각각 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, $0 \leq a \leq 1$) [6.0점]

<논술형 5> 정의역이 $\{x | 0 < x < 4\}$ 인 함수 $f(x) = \int_0^4 (x-t)|x-t| dt$ 에 대하여 함수 $f'(x)$ 의 최솟값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

○ 확인사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 신봉고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전제와 복제는 금지되며, 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

