

## 스핑크스

스핑크스는 수수께끼를 냈다. 노드가  $N$ 개 있는 그래프가 당신에게 주어졌다. 노드는 0부터  $N - 1$ 까지 번호가 매겨져 있다. 그래프에는  $M$ 개의 에지가 있다. 에지는 0부터  $M - 1$ 까지 번호가 매겨져 있다. 각 에지는 서로 다른 두 노드를 연결하고 양방향이다. 구체적으로, 0 이상  $M - 1$ 이 아닌  $j$ 에 대해서, 에지  $j$ 는 노드  $X[j]$ 와  $Y[j]$ 를 연결한다. 주어진 그래프는 두 노드를 어떻게 고르더라도 둘을 연결하는 에지가 최대 하나이다. 두 노드가 하나의 에지로 연결되어 있다면 이 노드는 서로 **인접**하다고 부른다.

노드의 수열  $v_0, v_1, \dots, v_k$  ( $k \geq 0$ )은  $0 \leq l < k$  인 모든  $l$ 에 대해 두 노드  $v_l$ 와  $v_{l+1}$ 가 인접하다면 **경로**라고 불린다. 주어진 그래프는 두 노드를 어떻게 고르더라도 이 둘을 잇는 경로가 있다.

$N + 1$ 가지 종류의 색깔이 있고, 각 색깔은 0 이상  $N$  이하의 수로 표현된다. 색  $N$ 은 특별히 **스핑크스의 색**이라고 부른다. 각 노드마다 하나의 색이 할당되어 있다. 보다 자세하게는, 노드  $i$ 에 할당된 색은  $(0 \leq i < N)$   $C[i]$ 이다. 둘 이상의 노드에 같은 색이 할당될 수 **있고**, 어떤 노드에도 할당되지 않은 색이 있을 수 있다. �핑크스의 색이 할당된 노드는 없다. 즉,  $0 \leq C[i] < N$  ( $0 \leq i < N$ )이다.

경로  $v_0, v_1, \dots, v_k$  ( $k \geq 0$ )는 만약 모든 노드가 같은 색이 할당되어 있다면 **단색 경로**라고 부른다. 즉,  $0 \leq l < k$ 인 모든  $l$ 에 대해서  $C[v_l] = C[v_{l+1}]$ 이다. 추가로, 정점  $p$ 와  $q$  ( $0 \leq p < N, 0 \leq q < N$ )가 같은 **단색 연결 요소**에 속한다는 것은 이 둘이 단색 경로로 연결되어 있다는 뜻이다.

당신은 그래프의 노드와 에지에 대한 정보는 알고 있지만, 노드의 색깔에 대한 정보는 알지 못한다. 다음과 같은 **채색 실험**을 통해서 노드의 색깔을 알아내려고 한다.

채색 실험에서는 원하는 노드들의 색깔을 바꿀 수 있다. 구체적으로는, 채색 실험을 하기 위해서 먼저 길이  $N$ 인 배열  $E$ 를 정해야 한다.  $0 \leq i < N$ 인 모든  $i$ 에 대해서  $E[i]$ 는  $-1$  이상  $N$  이하이다. 그 후 각 노드  $i$ 의 색은  $S[i]$ 가 되는데,  $S[i]$ 의 값은:

- 만약  $E[i] = -1$ 이면  $i$ 의 원래 색인  $C[i]$
- 그렇지 않으면  $E[i]$ .

채색 실험을 하는 동안에는 �핑크스의 색을 쓸 수 있다는데 유의하라.

각 노드  $i$ 의 색을  $S[i]$ 로 ( $0 \leq i < N$ ) 다 바꾼 다음에는 �핑크스가 이 그래프에 있는 단색 연결 요소의 수를 알려준다. 새로 칠한 색은 채색 실험을 하는 동안에만 적용되며, **하나의 채색 실험이 끝나면 노드의 색은 원래의 색으로 돌아온다.**

당신이 할 일은 최대 2750번 채색 실험을 해서 각 노드의 색을 알아내는 것이다. 모든 인접한 노드의 쌍에 대해서, 이 둘이 같은 색인지 여부를 정확히 맞춘다면 부분 점수를 받을 수 있다.

# Implementation Details

다음 함수를 구현해야 한다.

```
std::vector<int> find_colours(int N,  
                             std::vector<int> X, std::vector<int> Y)
```

- $N$ : 그래프의 노드의 수
- $X, Y$ : 에지의 정보를 나타내는 길이  $M$ 인 배열
- 이 함수는 그래프의 노드의 색을 표현하는 길이  $N$ 인 배열  $G$ 를 리턴해야 한다.
- 이 함수는 각 테스트케이스마다 정확히 한 번 호출된다.

위 함수는 채색 실험을 하기 위해서 다음 함수를 호출할 수 있다.

```
int perform_experiment(std::vector<int> E)
```

- $E$ : 어떻게 노드를 칠할 지에 대한 명세가 담긴 길이  $N$ 인 배열
- 이 함수는  $E$ 에 저장된 정보에 따라 채색 실험을 한 뒤 그래프에 포함된 단색 연결 요소의 개수를 리턴한다.
- 이 함수는 최대 2750 번 호출될 수 있다.

그레이더는 **적응적(adaptive)이지 않다**. 즉, `find_colours`를 호출하기 전에 노드의 색들은 이미 정해져 있다.

## Constraints

- $2 \leq N \leq 250$
- $N - 1 \leq M \leq \frac{N \cdot (N - 1)}{2}$
- $0 \leq j < M$ 인 각  $j$ 에 대해  $0 \leq X[j] < Y[j] < N$ .
- $0 \leq j < k < M$ 인 각각의  $j, k$ 에 대해  $X[j] \neq X[k]$ 이거나  $Y[j] \neq Y[k]$ .
- 두 노드를 어떻게 고르더라도 이 둘을 잇는 경로가 있다.
- $0 \leq i < N$ 인 각  $i$ 에 대해  $0 \leq C[i] < N$ .

## Subtasks

Subtask	Score	Additional Constraints
1	3	$N = 2$
2	7	$N \leq 50$
3	33	주어진 그래프는 경로이다. $M = N - 1$ 이고 노드 $j$ 와 $j + 1$ 는 서로 인접한다 ( $0 \leq j < M$ ).
4	21	주어진 그래프는 완전 그래프이다. $M = \frac{N \cdot (N-1)}{2}$ 이고 어떤 두 노드를 고르더라도 이 둘은 서로 인접한다.
5	36	추가적인 제약조건이 없다.

각 서브태스크마다, 여러분의 프로그램이 모든 인접한 노드의 쌍에 대해서, 이 둘이 같은 색인지 여부를 정확히 맞춘다면 부분 점수를 받을 수 있다.

보다 엄밀하게는, 어떤 서브태스크의 모든 테스트케이스에서 `find_colours`가 리턴한 배열  $G$ 가 배열  $C$ 와 동일하면 (즉,  $0 \leq i < N$ 인 모든  $i$ 에 대해  $G[i] = C[i]$ ) 이 서브태스크에 주어진 점수를 모두 받는다. 그렇지 않고, 어떤 서브태스크의 모든 테스트케이스에서 다음을 만족하면 이 서브태스크에 주어진 점수의 50%를 받는다.

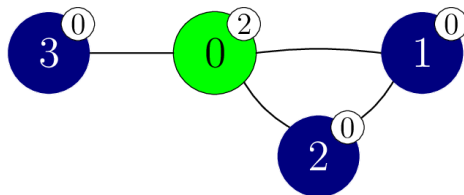
- $0 \leq i < N$ 인 모든  $i$ 에 대해  $0 \leq G[i] < N$ .
- $0 \leq j < M$ 인 모든  $j$ 에 대해:
  - $G[X[j]] = G[Y[j]]$ 는  $C[X[j]] = C[Y[j]]$ 일 필요충분조건이다.

## Example

다음 호출을 생각해보자.

```
find_colours(4, [0, 1, 0, 0], [1, 2, 2, 3])
```

이 예제에서, 우리가 알지 못하지만 이 그래프의 노드들의 색이  $C = [2, 0, 0, 0]$ 이었다고 가정하자. 이 시나리오는 다음 그림과 같다. 각 노드의 붙어 있는 흰색 레이블은 이 노드의 색이다.



이 함수는 `perform_experiment`를 다음과 같이 호출할 수 있다.

```
perform_experiment([-1, -1, -1, -1])
```

이 호출에서 모든 노드가 원래 색이 유지되므로 색이 달라지는 노드는 없다.

노드 1과 노드 2를 생각해보자. 이 둘은 모두 색 0이고 경로 1,2는 단색 경로이다. 따라서, 노드 1과 2는 같은 단색 연결 요소에 속한다.

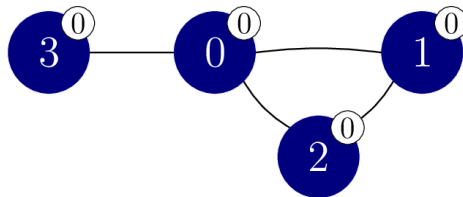
노드 1과 노드 3을 생각해보자. 이 둘은 모두 색 0이지만, 이 둘을 잇는 단색 경로가 없으므로 이 둘은 다른 단색 연결 요소에 속한다.

정리해보면, 3개의 단색 연결 요소가 있다. 노드 {0}, 노드 {1,2}, 노드 {3}. 따라서 리턴값은 3이다.

이제 이 함수는 `perform_experiment`를 다음과 같이 호출할 수 있다.

```
perform_experiment([0, -1, -1, -1])
```

이 호출에서, 노드 0만 색이 0으로 바뀌고 그 결과는 다음 그림과 같다.

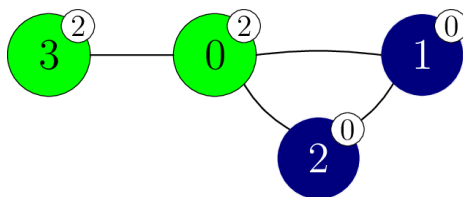


리턴값은 1인데, 모든 노드가 같은 단색 연결 요소에 속하기 때문이다. 따라서 노드 1, 2, 3은 색 0이라고 추론할 수 있다.

이제 이 함수는 `perform_experiment`를 다음과 같이 호출할 수 있다.

```
perform_experiment([-1, -1, -1, 2])
```

이 호출에서, 노드 3은 색이 2로 바뀌고 그 결과는 다음 그림과 같다.



리턴값은 2인데, 2개의 단색 연결 요소 {0,3}과 {1,2}이 있기 때문이다. 따라서 노드 0은 색 2라고 추론할 수 있다.

함수 `find_colours`는 배열 `[2, 0, 0, 0]`을 리턴한다.  $C = [2, 0, 0, 0]$ 이므로, 만점을 받는다.

만점의 50%를 받을 수 있는 리턴값은 여러 가지가 있을 수 있는데 유의하라. 예를 들면, `[1, 2, 2, 2]` 또는 `[1, 2, 2, 3]`이다.

# Sample Grader

Input format:

```
N M
C[0] C[1] ... C[N-1]
X[0] Y[0]
X[1] Y[1]
...
X[M-1] Y[M-1]
```

Output format:

```
L Q
G[0] G[1] ... G[L-1]
```

여기에서,  $L$ 은 `find_colours`가 리턴한 배열  $G$ 의 길이이며,  $Q$ 는 `perform_experiment`를 호출한 횟수이다.