

2021학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 문제지(자연계열 C형)

[문제 1] 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, & x \geq \frac{3}{2} \\ 2x - 2, & 1 < x < \frac{3}{2} \\ -x + 1, & x \leq 1 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} x + e^x - e, & x \geq 1 \\ ex + 1 - e, & x < 1 \end{cases}$$

에 대하여, 다음 물음에 각각 답하시오.

(1-1) 함수 $y = h(x)$ 가 역함수를 가짐을 보이시오. (70점)

(1-2) 집합 $A = \{a \in \mathbb{R} \mid (g \circ f)(x) \text{는 } x = a \text{에서 미분 가능하지 않다.}\}$ 를 구하시오. (80점)

(1-3) 함수 $(h^{-1} \circ f)(x)$ 가 $x = \frac{3}{2}$ 에서 미분 가능하지 않음을 보이시오. (80점)

[문제 2] 어떤 질병에 걸릴 확률은 0.01이며 전체 주민 중 이 질병에 걸리는 환자 수는 이항 분포를 따른다고 하자. 또한 진단키트를 이용하여 실제로 이 질병에 걸린 사람을 검사하였을 때 양성으로 판정할 확률은 0.99이고, 질병에 걸리지 않은 사람을 검사하였을 때 양성으로 판정할 확률은 0.03이라고 한다.

(2-1) 어떤 사람이 진단키트 검사로 양성판정을 받을 확률과 양성판정을 받았을 때 이 사람이 질병에 걸려 있을 확률을 각각 구하시오. (70점)

(2-2) 이 진단키트 검사결과 양성판정을 받은 사람 중에서 질병에 걸려 있는 환자 수는 이항분포를 따른다고 하자. 양성판정을 받은 768명 중에서 질병에 걸려 있는 환자 수가 210명 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (80점)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

(2-3) 의료보험에서 이 질병에 걸린 환자 한 명을 치료하기 위해 부담하는 비용은 100만원이지만, 진단키트 검사로 조기 진단하는 경우 양성판정을 받으면 실제로 질병에 걸리는 것과 상관없이 한 명에 대해 부담하는 치료비용이 10만원으로 줄어든다.

다만 집단검진을 통해 전체 n 명을 검사할 때 소요되는 검사비용 $C(n)$ 은 다음과 같다.

$$C(n) = \begin{cases} 6000n, & n > 40000 \\ 10000n - \frac{n^2}{10}, & n \leq 40000 \end{cases}$$

어떤 지역 주민 전체 n 명을 집단검진할 때, 의료보험에서 부담하는 총 비용(전체 주민에 대한 검사비용과 양성판정을 받은 모든 사람에 대한 치료비용을 더한 비용)의 기댓값이 집단검진하지 않을 때 질병에 걸릴 환자 전체에 대한 치료비용의 기댓값보다 작아지는 n 의 최솟값을 구하시오. (80점)

[문제 3] 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, $g(x) = \sin^2(\pi x)$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \int_0^1 f(x)g(nx)dx, \quad (n = 1, 2, \dots)$$

로 정의할 때, 다음 물음에 각각 답하시오.

(3-1) $\int_0^1 g(x)dx$ 의 값을 구하시오. (80점)

(3-2) 모든 자연수 n 에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오. (80점)

$$a_n \leq \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$$

(3-3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k-1}{n}\right)$ 이 성립함을 이용하여 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. (80점)