

제2교시

수학 영역(나형)



5지선다형

1. $3^{-2} \times 9^{\frac{5}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $3\sqrt{3}$ ② 9 ③ $9\sqrt{3}$ ④ 27 ⑤ $27\sqrt{3}$

2. 두 집합 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3n-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

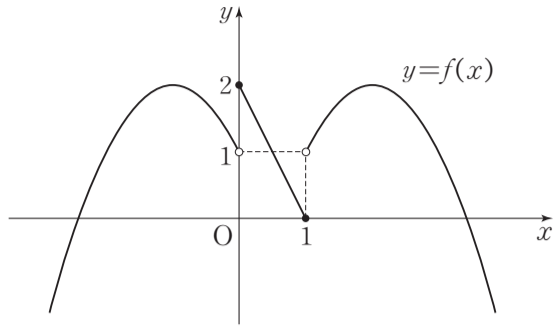
4. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) - P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

6. 두 함수 $f(x)=x^2-1$, $g(x)=\frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

7. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x-a| < 3,$$

$$q: x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가 $x = t^3 - t^2$ 이다. $t = 2$ 일 때, 점 P의 속도는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 > 0$, $a_1 a_7 = 9$ 일 때, $a_4 + a_2 a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

9. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이고

$$f(1) = 2, (f \circ f)(3) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(2) + f^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 상자에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드가 10장 들어 있다. 이 상자에서 임의로 3장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 수의 최댓값이 6 이상일 확률은?
[3점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=p$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1}=a_n-2n$$

을 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제5항까지의 합이 10이 되도록 하는 상수 p 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

13. 함수 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-a)$ 에 대하여
 $f'(a)=f'(1)+f'(2)$ 를 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합은?
 [3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

14. 명제

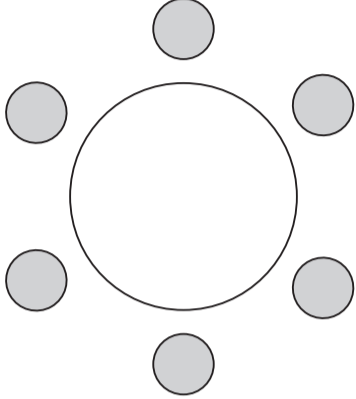
$$\text{'어떤 실수 } x \text{에 대하여 } x^2+(k-3)x+2k-\frac{15}{4}<0'$$

이 거짓이 되도록 하는 정수 k 의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

15. 그림과 같이 일정한 간격으로 6개의 의자가 놓인 원탁에 남학생 4명과 여학생 2명이 둘러앉으려고 한다. 남학생 중 2명은 서로 마주보고 2명은 서로 마주보지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① 96 ② 108 ③ 120 ④ 132 ⑤ 144



16. 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = 5$$

를 만족시킬 때, a_{11} 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{17}{6}$ ④ 3 ⑤ $\frac{19}{6}$

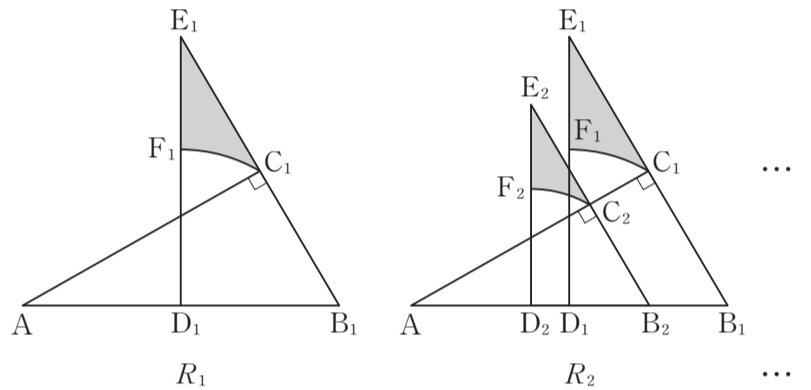
17. 그림과 같이 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적힌 6개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 숫자를 확인하고 공을 다시 주머니에 넣는 시행을 3회 반복하였다. 꺼낸 3개의 공에 적힌 세 수의 합이 3의 배수일 때, 이 세 수가 모두 다를 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



18. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$ 이고 $\angle A=30^\circ$, $\angle B_1=60^\circ$ 인 직각삼각형 C_1AB_1 이 있다. 선분 AB_1 의 중점을 D_1 이라 하고, 점 D_1 을 지나고 선분 AB_1 에 수직인 직선과 직선 C_1B_1 의 교점을 E_1 이라 하자. 점 D_1 을 중심으로 하고 점 C_1 을 지나는 원이 선분 E_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 할 때, 두 선분 E_1F_1 , E_1C_1 과 부채꼴 $D_1C_1F_1$ 의 호 F_1C_1 으로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

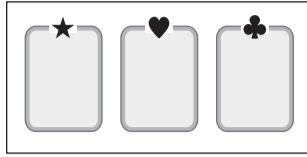
그림 R_1 에서 선분 E_1D_1 의 중점을 지나고 직선 C_1B_1 과 평행한 직선이 두 선분 AB_1 , AC_1 과 만나는 점을 각각 B_2 , C_2 라 하자. 선분 AB_2 의 중점을 D_2 라 하고, 점 D_2 를 지나고 선분 AB_2 에 수직인 직선과 직선 C_2B_2 의 교점을 E_2 라 하자. 점 D_2 를 중심으로 하고 점 C_2 를 지나는 원이 선분 E_2D_2 와 만나는 점을 F_2 라 할 때, 두 선분 E_2F_2 , E_2C_2 와 부채꼴 $D_2C_2F_2$ 의 호 F_2C_2 로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4(2\sqrt{3}-\pi)}{21}$ ② $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{21}$ ③ $\frac{4(4\sqrt{3}-\pi)}{21}$
 ④ $\frac{4(5\sqrt{3}-\pi)}{21}$ ⑤ $\frac{4(6\sqrt{3}-\pi)}{21}$

19. 5 이상의 자연수 n 에 대하여

- ★ 모양의 스티커 $(n-2)$ 장,
- ♥ 모양의 스티커 $(n-1)$ 장,
- ♣ 모양의 스티커 n 장을



★, ♥, ♣가 표시된 세 종이에 남김없이 붙이려고 한다.
다음은 어느 종이에든 표시된 모양과 같은 모양의 스티커를 붙이지 않고 모든 종이에 적어도 2장 이상의 스티커가 붙어 있도록 $(3n-3)$ 장의 스티커를 남김없이 붙이는 경우의 수를 구하는 과정이다.

- (i) ★ 모양의 스티커 $(n-2)$ 장을 ♥, ♣가 표시된 두 종이에 남김없이 붙이는 경우의 수는 $n-1$ 이다.
같은 방법으로 생각하면 ★ 모양의 스티커 $(n-2)$ 장, ♥ 모양의 스티커 $(n-1)$ 장, ♣ 모양의 스티커 n 장을 ★, ♥, ♣가 표시된 세 종이에 표시된 모양과 같은 모양의 스티커를 붙이지 않고 남김없이 붙이는 경우의 수는 (가) 이다.
- (ii) 세 종이 중 어느 한 종이에만 한 장의 스티커도 붙여 있지 않은 경우의 수는 $3n$ 이다.
- (iii) ★가 표시된 종이에 한 장의 스티커만 붙어 있는 경우의 수는 ♥, ♣ 모양의 스티커 중 하나를 ★가 표시된 종이에 붙이고 ★ 모양의 스티커를 ♥, ♣가 표시된 두 종이에 남김없이 붙이는 경우의 수와 같으므로 $2(n-1)$ 이다.
같은 방법으로 생각하면 세 종이 중 어느 한 종이에 한 장의 스티커만 붙어 있는 경우의 수는 (나) 이다.
따라서 구하는 경우의 수는 (다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{g(8)h(10)}{f(5)}$ 의 값은? (단, 같은 모양의 스티커는 구분하지 않는다.) [4점]

- ① 180 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 420

20. 두 함수 $f(x)=x^3-3x+1$, $g(x)=x^2-2$ 가 있다. 방정식 $f(x)=0$ 의 세 실근을 $a_1, a_2, a_3(a_1 < a_2 < a_3)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. $a_3 < |a_1|$
 ㄴ. $f(a)=0$ 이면 $f(g(a))=0$ 이다.
 ㄷ. $\frac{g(a_1)}{a_3} + \frac{g(a_2)}{a_1} + \frac{g(a_3)}{a_2} = 2$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 (나) 점 P_n 의 좌표가 (a_n, b_n) 일 때,
 $b_n > \sqrt{a_n}$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 (a_n+1, b_n) 이고,
 $b_n \leq \sqrt{a_n}$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 (a_n, b_n+1) 이다.

100개의 선분 $OP_1, P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{99}P_{100}$ 으로 이루어진 도형과 직선 $x=k(1 \leq k \leq 90, k$ 는 자연수) 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_k 라 하자. 부등식 $90 \leq S_k \leq 150$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수는? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

단답형

22. ${}_7P_2 + {}_7\Pi_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5x$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log x\sqrt{x}=0.3$ 일 때, $\log_{\sqrt{x}} 2 + \log_x 25$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 1$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = -1$$

26. 함수 $f(x) = x^3 - 2x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는 다음과 같다.

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -1) \\ f(x+p) + q & (x \geq -1) \end{cases}$$

함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

27. 어느 학교 학생 50명을 대상으로 2018년 동계 올림픽 경기 중 여자 아이스하키 또는 컬링 경기를 경기장에 가서 관람한 학생을 조사하였다. 여자 아이스하키 경기를 관람한 학생은 35명이고, 컬링 경기를 관람한 학생은 29명이었다. 여자 아이스하키와 컬링 경기를 모두 관람한 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 2부터 30까지의 자연수가 하나씩 적힌 29장의 카드가 들어 있는 상자에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸다. 꺼낸 카드에 적혀 있는 두 수 중에서 작은 수를 a , 큰 수를 b 라 할 때, $\log_a b$ 가 자연수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: U \rightarrow U$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x_1 \in A$, $x_2 \in A$ 인 모든 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$ 이다.
 (나) $x_1 \in B$, $x_2 \in B$ 인 모든 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.
 (다) $x_1 \in A$, $x_2 \in B$ 인 모든 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

30. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$0 < x \leq 2$ 에서 $f(x) = -\frac{1}{2}x(x-2)$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $2n < x \leq 2n+2$ 에서

$$f(x) = -\frac{(x-2n)(x-2n-2)}{(n+1)(n+2)} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 a 의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) $0 < x < 100$ 에서 함수 $|f(x) - a|$ 가 불연속인 실수 x 의 개수는 48이다.
 (나) 방정식 $f(x) - a = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 34$ 이다.

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.