

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $1+2i+i(1-i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① $-2+3i$ ② $-1+3i$ ③ $-1+4i$ ④ $2+3i$ ⑤ $2+4i$

2. 두 다항식 $A=4x^2+2x-1$, $B=x^2+x-3$ 에 대하여 $A-2B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① x^2+2 ② x^2+5 ③ $2x^2+5$
 ④ x^2-x+4 ⑤ $2x^2-x+4$

3. 다항식 x^3+x^2+x+1 을 $2x-1$ 로 나눈 나머지는? [2점]

- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ $\frac{17}{8}$

4. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+b < 0$ 의 해가 $-4 < x < 3$ 일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

5. 부등식 $|x-2| < 5$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는?

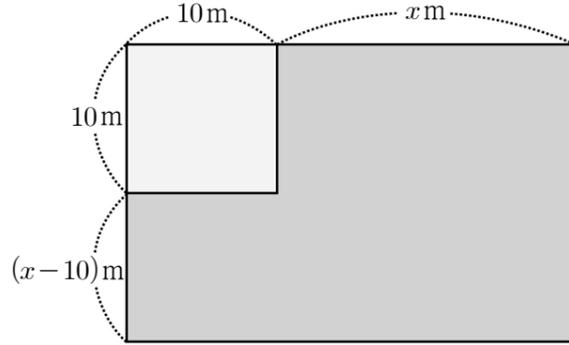
[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. $101^3 - 3 \times 101^2 + 3 \times 101 - 1$ 의 값은? [3점]

- ① 10^5 ② 3×10^5 ③ 10^6 ④ 3×10^6 ⑤ 10^7

7. 어느 가족이 작년까지 한 변의 길이가 10m인 정사각형 모양의 밭을 가꾸었다. 올해는 그림과 같이 가로 길이를 x m만큼, 세로 길이를 $(x-10)$ m만큼 늘여서 새로운 직사각형 모양의 밭을 가꾸었다. 올해 늘어난 \square 모양의 밭의 넓이가 500m^2 일 때, x 의 값은? (단, $x > 10$) [3점]



- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

8. 다항식 $Q(x)$ 에 대하여 등식

$$x^3 - 5x^2 + ax + 1 = (x-1)Q(x) - 1$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $Q(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

9. $x=2+i$, $y=2-i$ 일 때, $x^4+x^2y^2+y^4$ 의 값은?
(단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

10. 이차함수 $y=x^2+2(a-1)x+2a+13$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + k(2p-3)x - (p^2-2)k + q + 2 = 0$ 이
 실수 k 의 값에 관계없이 항상 1을 근으로 가질 때,
 두 상수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

12. 연립방정식

$$\begin{cases} x+y+xy=8 \\ 2x+2y-xy=4 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 삼차방정식

$$x^3 + 2x^2 - 3x - 10 = 0$$

의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - k + 20 = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha\beta > 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는? [4점]

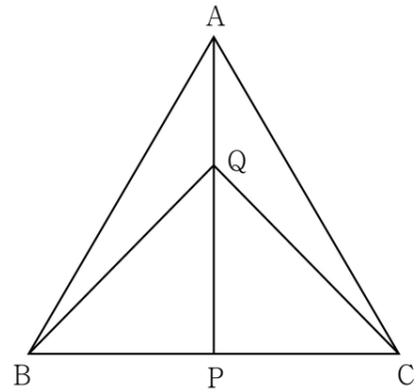
- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

15. 이차다항식 $P(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $P(-1)$ 의 값은? [4점]

(가) 부등식 $P(x) \geq -2x - 3$ 의 해는 $0 \leq x \leq 1$ 이다.
 (나) 방정식 $P(x) = -3x - 2$ 는 중근을 가진다.

- ① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에 대하여 변 BC의 중점을 P라 하고, 선분 AP 위의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이를 x 라 하자. $\overline{AQ}^2 + \overline{BQ}^2 + \overline{CQ}^2$ 은 $x = a$ 에서 최솟값 m 을 가진다. $\frac{m}{a}$ 의 값은? (단, $0 < x < \sqrt{3}$ 이고, a 는 실수이다.) [4점]

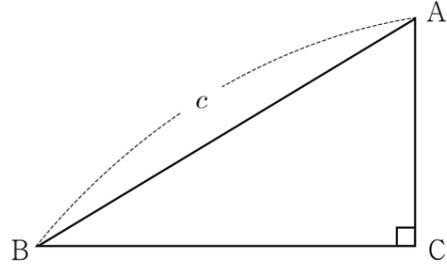


- ① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{7}{2}\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

17. x 에 대한 다항식 x^3+x^2+ax+b 가 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어질 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. 두 상수 a, b 에 대하여 $Q(ab)$ 의 값은? [4점]

- ① -15 ② -14 ③ -13 ④ -12 ⑤ -11

18. 그림과 같이 빗변의 길이가 c 이고 둘레의 길이가 10인 직각삼각형 ABC가 있다.



다음은 직각삼각형 ABC의 빗변의 길이 c 의 범위를 구하는 과정이다.

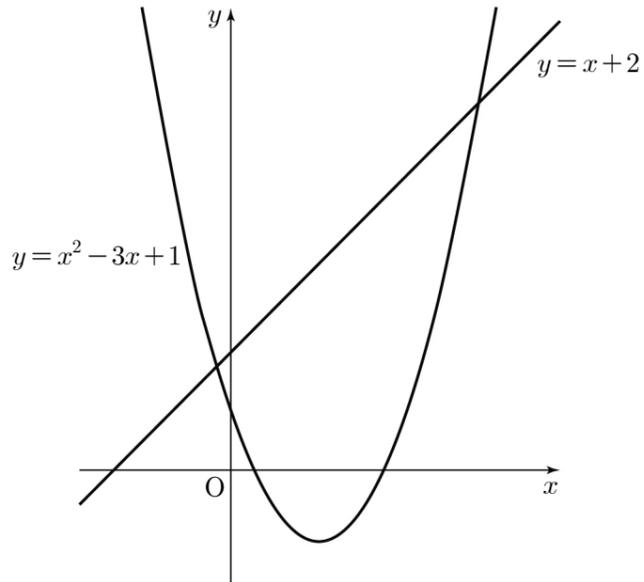
$\overline{BC}=a, \overline{CA}=b$ 라 하면
삼각형 ABC의 둘레의 길이가 10이고 $\overline{AB}=c$ 이므로
 $a+b=\boxed{\text{가}}$ ㉠
이다. 삼각형 ABC가 직각삼각형이므로
 $a^2+b^2=c^2$ 에서 $(a+b)^2-2ab=c^2$ ㉡
이다. ㉠을 ㉡에 대입하면 $ab=\boxed{\text{나}}$ 이다.
 a, b 를 두 실근으로 가지고 이차항의 계수가 1인 x 에 대한 이차방정식은
 $x^2-\boxed{\text{가}}x+\boxed{\text{나}}=0$ ㉢
이고 ㉢의 판별식 $D \geq 0$ 이다.
빗변의 길이 c 는 양수이므로
부등식 $D \geq 0$ 의 해를 구하면 $c \geq \boxed{\text{다}}$ 이다.
㉢의 두 실근 a, b 는 모두 양수이므로
두 근의 합 $\boxed{\text{가}}$ 와 곱 $\boxed{\text{나}}$ 는 모두 양수이다.
따라서 빗변의 길이 c 의 범위는 $\boxed{\text{다}} \leq c < 5$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(c), g(c)$ 라 하고 (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $\frac{k}{25} \times f\left(\frac{9}{2}\right) \times g\left(\frac{9}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $10(\sqrt{2}-1)$ ② $11(\sqrt{2}-1)$ ③ $12(\sqrt{2}-1)$
④ $10(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $11(\sqrt{2}+1)$

19. 이차함수 $y = x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + 2$ 로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



20. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $P(x)$ 가

$$\{P(x)+2\}^2 = (x-a)(x-2a)+4$$

를 만족시킬 때, 모든 $P(1)$ 의 값의 합은? (단, a 는 실수이다.)

[4점]

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

21. $1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = (x-a)^2 + b$ 의 최솟값이 5일 때, 두 실수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $a = \frac{3}{2}$ 일 때, $b = 5$ 이다.
 - ㄴ. $a \leq 1$ 일 때, $b = -a^2 + 2a + 4$ 이다.
 - ㄷ. $a+b$ 의 최댓값은 $\frac{29}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 다항식 $(x+2y)^3$ 을 전개한 식에서 xy^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. $(3+ai)(2-i) = 13+bi$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

24. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=-5 \\ 4x^2+y^2=20 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 사차방정식 $x^4-(2a-9)x^2+4=0$ 이 서로 다른 네 실근 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ($\alpha < \beta < \gamma < \delta$)를 가진다. $\alpha^2+\beta^2=5$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2-3x+k=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\frac{1}{\alpha^2-\alpha+k} + \frac{1}{\beta^2-\beta+k} = \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오. [3점]

27. 100 이하의 자연수 n 에 대하여

$$(1-i)^{2n} = 2^n i$$

를 만족시키는 모든 n 의 개수를 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

28. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - (a^2 - 3)x - 3a^2 < 0 \\ x^2 + (a - 9)x - 9a > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 가 존재하지 않기 위한 실수 a 의
최댓값을 M 이라 하자. M^2 의 값을 구하시오. (단, $a > 2$)

[4점]

29. 삼차다항식 $P(x)$ 와 일차다항식 $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $P(x)Q(x)$ 는 $(x^2-3x+3)(x-1)$ 로 나누어떨어진다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $x^3-10x+13-P(x)=\{Q(x)\}^2$ 이다.

$Q(0)<0$ 일 때, $P(2)+Q(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)\geq f(0)$, $g(x)\leq g(0)$ 이다.
 (나) $f(0)$ 은 정수이고, $g(0)-f(0)=4$ 이다.

x 에 대한 방정식 $f(x)+p=k$ 의 서로 다른 실근의 개수와 x 에 대한 방정식 $g(x)-p=k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 같게 되도록 하는 정수 k 의 개수가 1일 때, 실수 p 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 하자. $m+10M$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.