

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 다항식

$$A = 3x^2 - 2xy + y^2, \quad B = x^2 + xy - y^2$$

에 대하여 $A - B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $2x^2 - 3xy$ ② $2x^2 - 3xy + y^2$ ③ $2x^2 - 3xy + 2y^2$
 ④ $2x^2 - xy + y^2$ ⑤ $2x^2 - xy + 2y^2$

2. 실수 x 에 대한 조건

‘ x 는 1보다 크다.’

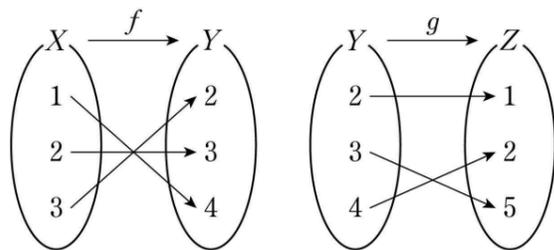
의 부정은? [2점]

- ① $x < 1$ ② $x \leq 1$ ③ $x = 1$ ④ $x \geq 1$ ⑤ $x > 1$

3. ${}_5C_3 \times 3!$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 75

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 점 $(2, 3)$ 을 지나고 직선 $3x+2y-5=0$ 과 평행한 직선의 y 절편은? [3점]

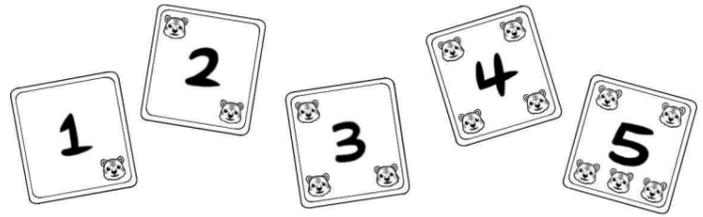
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 복소수 $\frac{a+3i}{2-i}$ 의 실수부분과 허수부분의 합이 3일 때, 실수 a 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 이 5장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 짝수가 적혀 있는 카드끼리 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72



8. 두 점 $A(a, 0)$, $B(2, -4)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:1로 내분하는 점이 y 축 위에 있을 때, 선분 AB 의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

10. 점 $(-1, 0)$ 을 지나고 기울기가 m 인 직선이 곡선 $y = x^2 + x + 4$ 에 접할 때, 양수 m 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

9. $x + y = \sqrt{2}$, $xy = -2$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① $-5\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ $-3\sqrt{2}$ ④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ $-\sqrt{2}$

11. 함수 $y = -\sqrt{x-a} + a + 2$ 의 그래프가 점 $(a, -a)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $\{y \mid y \leq 1\}$ ② $\{y \mid y \geq 1\}$ ③ $\{y \mid y \leq 0\}$
 ④ $\{y \mid y \leq -1\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq -1\}$

12. 두 실수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $\frac{b}{2} + i$ 일 때, ab 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① -16 ② -8 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

13. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 50 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

가 있다. $A \cup X = A$ 이고 $B \cap X = \emptyset$ 인 집합 X 의 개수는?

[3점]

- ① 8
- ② 16
- ③ 32
- ④ 64
- ⑤ 128

14. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 의 역함수가 존재하고

$f(1) + 2f(3) = 12, f^{-1}(1) - f^{-1}(3) = 2$

일 때, $f(4) + f^{-1}(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

15. 연립부등식

$$\begin{cases} |x-k| \leq 5 \\ x^2 - x - 12 > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 7이 되도록 하는 정수 k 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 삼차방정식 $x^3 - x^2 - kx + k = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하자.

α, β 중 실수는 하나뿐이고 $\alpha^2 = -2\beta$ 일 때, $\beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?
(단, k 는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

17. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 + 2ax + 1 \geq 0,$$

$$q : x^2 + 2bx + 9 \leq 0$$

이 있다. 다음 두 문장이 모두 참인 명제가 되도록 하는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- 모든 실수 x 에 대하여 p 이다.
- p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

18. 함수 $f(x) = \frac{a}{x} + b (a \neq 0)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = |f(x)|$ 는 직선 $y = 2$ 와 한 점에서만 만난다.
- (나) $f^{-1}(2) = f(2) - 1$

$f(8)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 두 자연수 $k, m (k \geq m)$ 에 대하여 전체집합

$$U = \{x \mid x \text{는 } k \text{ 이하의 자연수}\}$$

의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } m \text{의 약수}\}$, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $B - A = \{4, 7\}$, $n(A \cup B^c) = 7$

(나) 집합 A 의 모든 원소의 합과 집합 B 의 모든 원소의 합은 서로 같다.

집합 $A^c \cap B^c$ 의 모든 원소의 합은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

20. 두 직선 $l_1: 2x + y + 2 = 0$, $l_2: x - 2y - 4 = 0$ 의 교점을 A , 두 직선 l_1, l_2 가 x 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 하자.

제1사분면에 있는 점 P 와 삼각형 ABC 의 외접원 위의 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 Q 는 삼각형 PBC 의 무게중심이다.

(나) 삼각형 PBC 의 넓이는 삼각형 ABC 의 넓이의 3배이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

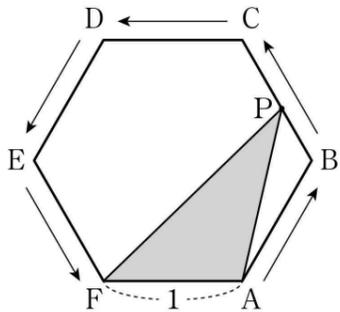
ㄱ. 두 직선 l_1, l_2 는 서로 수직이다.

ㄴ. 점 Q 의 y 좌표는 2이다.

ㄷ. 점 P 의 x 좌표와 y 좌표의 합은 10이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF가 있다. 점 P는 점 A에서 출발하여 점 F까지 화살표 방향으로 정육각형 ABCDEF의 변을 따라 움직인다. 점 P가 점 A로부터 움직인 거리가 $x(0 < x < 5)$ 일 때, 삼각형 PFA의 넓이를 $f(x)$ 라 하자. 다음은 함수 $f(x)$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = \frac{9}{32}$ 인 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하는 과정이다.



$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = \frac{9}{32}$ 에서 $f(a) = b$ 라 하면

$$f(b) = \frac{9}{32}$$

이고, 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로

$$0 < b \leq \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 점 P가 점 A로부터 움직인 거리가 b 인 점을 Q라 하면 삼각형 QFA의 넓이는 $\frac{9}{32}$ 이다.

점 Q에서 직선 FA에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{QH} = \frac{9}{16}$$

이므로

$$b = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

같은 방법으로 $f(a) = \boxed{\text{(나)}}$ 를 만족시키는 $a(0 < a < 5)$ 의 값을 구하면

$$a = \boxed{} \text{ 또는 } a = \boxed{}$$

이다. 따라서 $(f \circ f)(a) = \frac{9}{32}$ 를 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 곱은 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $\frac{r}{p \times q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ 10 ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{34}{3}$

단답형

22. 두 집합

$$A = \{6, 8\}, B = \{a, a+2\}$$

에 대하여 $A \cup B = \{6, 8, 10\}$ 일 때, 실수 a 의 값을 구하시오. [3점]

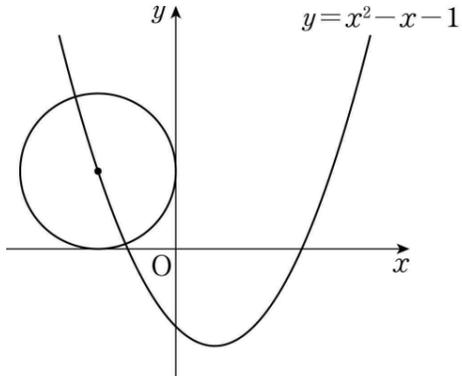
23. 점 (5, 4)를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점의 좌표는 (a, b) 이다. ab 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등식

$$(2x+3)(x-2)+8=ax(x-2)+b(x-2)+cx$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

25. 곡선 $y=x^2-x-1$ 위의 점 중 제2사분면에 있는 점을 중심으로 하고, x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]



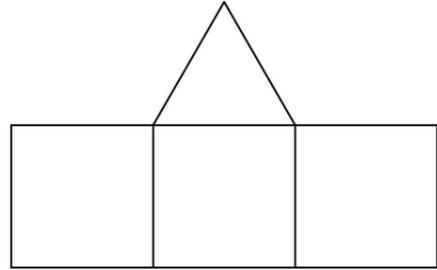
26. 집합 $X=\{x|x \geq a\}$ 에서 집합 $Y=\{y|y \geq b\}$ 로의 함수 $f(x)=x^2-4x+3$ 이 일대일대응이 되도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 두 양수 a, b 에 대하여 원 $C:(x-1)^2+y^2=r^2$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원을 C' 이라 할 때, 두 원 C, C' 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 원 C' 은 원 C 의 중심을 지난다.
- (나) 직선 $4x-3y+21=0$ 은 두 원 C, C' 에 모두 접한다.

$a+b+r$ 의 값을 구하시오. (단, r 는 양수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 한 개의 정삼각형과 세 개의 정사각형으로 이루어진 도형이 있다.



숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 네 개의 정다각형 내부에 하나씩 적을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 세 개의 정사각형에 적혀 있는 수는 모두 정삼각형에 적혀 있는 수보다 작다.
- (나) 변을 공유하는 두 정사각형에 적혀 있는 수는 서로 다르다.

29. 최고차항의 계수가 양수인 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 를 $x^2+g(x)$ 로 나눈 몫은 $x+2$ 이고 나머지는 $\{g(x)\}^2-x^2$ 이다.
 (나) $f(x)$ 는 $g(x)$ 로 나누어떨어진다.

$f(0) \neq 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가 있다. 방정식 $\{f(x)-1\}\{g(x)-1\}=0$ 의 모든 실근의 집합을 A 라 하고, 방정식 $f(x)=g(x)$ 의 모든 실근의 집합을 B 라 하면 두 실수 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 에 대하여

$$A = \{\alpha, \beta\}, B = \{\alpha, \beta+3\}$$

이다. 상수 k 에 대하여 방정식

$$\{f(x)-k\}\{g(x)-k\}=0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이고 이 세 실근의 합이 12일 때, $\alpha+\beta+k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.