

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

**5지선다형**

1. 두 다항식

$$A = x^2 + 2xy - 1, B = -2x^2 + xy + 1$$

에 대하여  $A+B$ 는? [2점]

- ①  $-x^2 - 2xy$       ②  $-x^2 + 3xy$       ③  $-x^2 + 3xy + 2$   
④  $x^2 + 2xy + 1$       ⑤  $x^2 + 3xy$

2. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여  $n(A-B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 복소수  $z = 2+i$ 의 켈레복소수가  $\bar{z}$ 일 때,  $z+i\bar{z}$ 의 값은?

(단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ①  $1-3i$       ②  $1+i$       ③  $1+3i$   
④  $3-i$       ⑤  $3+3i$

4. 부등식  $|x-2| \leq 3$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

5. 좌표평면 위의 두 점  $(-2, 5)$ ,  $(1, 1)$ 을 지나는 직선의  $y$ 절편은?

- ① 2      ②  $\frac{7}{3}$       ③  $\frac{8}{3}$       ④ 3      ⑤  $\frac{10}{3}$

[3점]

6. 등식  $2x^2 + ax + 1 = (bx + 1)(x + 1)$ 이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x - 6 \geq 0 \\ x^2 - 8x + 12 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

8. 집합  $X = \{0, 2, 4\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2 & (x < 2) \\ x^2+ax+b & (x \geq 2) \end{cases}$$

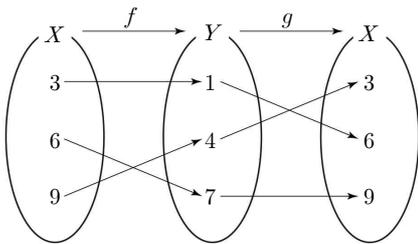
가 상수함수일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 좌표평면에서 두 점  $(-3, 0), (1, 0)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원과 직선  $kx+y-2=0$ 이 오직 한 점에서 만나도록 하는 양수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

9. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3) + (g \circ f)^{-1}(9)$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

11. 삼차방정식  $x^3 + (k+1)x^2 + (4k-3)x + k+7 = 0$ 은 서로 다른 세 실근  $1, \alpha, \beta$ 를 갖는다.  $|\alpha - \beta|$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

12. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는

삼각형 ABC의 무게중심이 원점이고 선분 BC의 중점의 좌표가  $(1, 2)$ 이다. 점 A의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

13. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : x^2 - 6x + 9 \leq 0,$$

$$q : |x - a| \leq 2$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

14. 5 이하의 두 자연수  $m, n$ 에 대하여 복소수  $z$ 를

$z = (m - n) + (m + n - 4)i$ 라 하자.  $z^2$ 이 실수가 되도록 하는  $m, n$ 의 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [4점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

15. 좌표평면 위에 두 점  $A(-3, 2)$ ,  $B(5, 4)$ 가 있다.  $\overline{BP} = 3$ 인 점  $P$ 와  $x$ 축 위의 점  $Q$ 에 대하여  $\overline{AQ} + \overline{QP}$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

16.  $x$ 에 대한 다항식  $(x-1)(x-4)(x-5)(x-8)+a$ 가  $(x+b)^2(x+c)^2$ 으로 인수분해될 때, 세 정수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 19      ② 21      ③ 23      ④ 25      ⑤ 27

17. 함수  $f(x) = x - 3$ 에 대하여  $-1 \leq x \leq 5$ 에서  
함수  $f(x) \times f(|x - 2|)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 가 다음 조건을  
만족시킬 때,  $f(0)$ 의 값은? [4점]

- (가) 다항식  $f(x+3) - f(x)$ 는  $(x-1)(x+2)$ 로  
나누어떨어진다.  
(나) 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는  $-3$ 이다.

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

19. 좌표평면 위에 세 점  $A(2, 3)$ ,  $B(7, 1)$ ,  $C(4, 5)$ 가 있다.

직선  $AB$  위의 점  $D$ 에 대하여 점  $D$ 를 지나고 직선  $BC$ 와 평행한 직선이 직선  $AC$ 와 만나는 점을  $E$ 라 하자.

삼각형  $ABC$ 와 삼각형  $ADE$ 의 넓이의 비가  $4:1$ 이 되도록 하는 모든 점  $D$ 의  $y$ 좌표의 곱은? (단, 점  $D$ 는 점  $A$ 도 아니고 점  $B$ 도 아니다.) [4점]

- ① 8      ②  $\frac{17}{2}$       ③ 9      ④  $\frac{19}{2}$       ⑤ 10

20. 양수  $k$ 에 대하여 좌표평면 위에 두 점  $A(k, 0)$ ,  $B(0, k)$ 가 있다.

삼각형  $OAB$ 의 내부에 있으며  $\angle AOP = \angle BAP$ 를 만족시키는 점  $P$ 에 대하여 점  $P$ 의  $y$ 좌표의 최댓값을  $M(k)$ 라 하자.

다음은  $M(k)$ 를 구하는 과정이다. (단,  $O$ 는 원점이고,  $\angle AOP < 180^\circ$ ,  $\angle BAP < 180^\circ$ 이다.)

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 이 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다. 그러므로 점  $O$ 를 지나고 직선  $AB$ 와 점  $A$ 에서 접하는 원을  $C$ 라 할 때, 삼각형  $OAB$ 의 내부에 있으며  $\angle AOP = \angle BAP$ 를 만족시키는 점  $P$ 는 원  $C$  위의 점이다. 원  $C$ 의 중심을  $C$ 라 하면  $\angle OAC = 45^\circ$  이므로 점  $C$ 의 좌표는  $(\frac{k}{2}, \boxed{\text{가}})$ 이고 원  $C$ 의 반지름의 길이는

$\boxed{\text{나}}$ 이다.

점  $P$ 의  $y$ 좌표는  $\angle PCO = 45^\circ$  일 때 최대이므로

$M(k) = (\boxed{\text{다}}) \times k$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 하고,

(다)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $f(p) + g(\frac{1}{2})$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{16}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{8}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

21. 두 실수  $a, b$ 와 두 함수

$$f(x) = -x^2 - 2x + 1,$$

$$g(x) = x^2 - 2x - 1$$

에 대하여 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x+b) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응이 되도록 하는  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 만을 원소로 하는 집합을  $A$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ.  $(0, k) \in A$ 를 만족시키는 실수  $k$ 는 존재하지 않는다.
- ㄴ.  $(-1, 4) \in A$
- ㄷ. 집합  $\{m+b \mid (m, b) \in A \text{이고 } m \text{은 정수}\}$ 의 모든 원소의 합은  $5 + \sqrt{3}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 좌표평면 위의 점  $(2, -1)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표가  $(4, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

23. 이차함수  $y = x^2 + 4x + k$ 의 그래프와 직선  $y = -2x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수  $k$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 4x^2 - 6y + 3 = 0 \end{cases}$$

의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha \times \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 양의 실수  $a$ ,  $b$ 에 대하여 두 일차함수

$$f(x) = \frac{a}{2}x - \frac{1}{2}, g(x) = \frac{1}{b}x + 1$$

이 있다. 직선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = g(x)$ 가 서로 평행할 때,  $(a+1)(b+2)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 사차방정식  $(x^2 + kx + 2)(x^2 + kx + 6) + 3 = 0$ 이 실근과 허근을 모두 갖도록 하는 자연수  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 가 역함수가 존재하고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $(f \circ f)(-1) + f^{-1}(-2) = 4$   
 (나)  $k = 0, 1$ 일 때,  $f(k) \times f(k-2) \leq 0$ 이다.

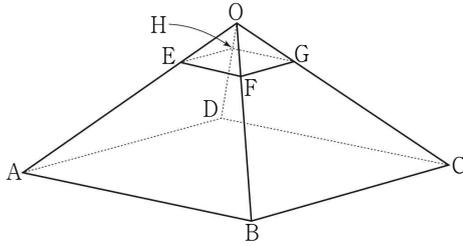
$6f(0) + 5f(1) + 2f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 전체집합  $U = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $A \cup B^c$ 의 모든 원소의 합은 집합  $B - A$ 의 모든 원소의 합의 6배이다.  
 (나)  $n(A \cup B) = 5$

집합  $A$ 의 모든 원소의 합의 최솟값을 구하시오.  
 (단,  $2 \leq n(B - A) \leq 4$ ) [4점]

29. 그림과 같이 모든 모서리의 길이가  $a$ 인 정사각뿔  $O-ABCD$ 가 있다. 네 선분  $OA, OB, OC, OD$  위의 네 점  $E, F, G, H$ 를  $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = b$ 가 되도록 잡는다. 두 정사각뿔  $O-ABCD, O-EFGH$ 의 부피의 합이  $2\sqrt{2}$ 이고 선분  $AF$ 의 길이가 2일 때, 사각형  $ABFE$ 의 넓이를  $S$ 라 하자.  $32 \times S^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는  $a > b > 0$ 인 상수이다.) [4점]

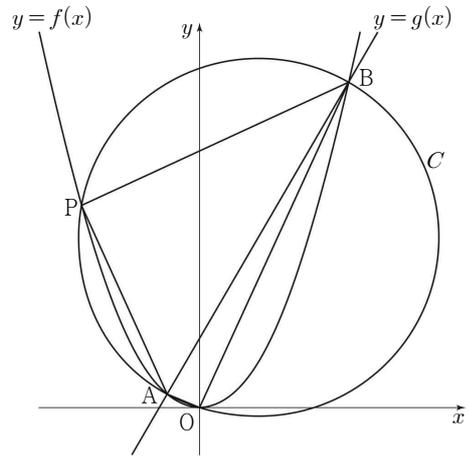


30. 두 양수  $a, m$ 에 대하여 두 함수  $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = ax^2,$$

$$g(x) = mx + 4a$$

라 하자. 그림과 같이 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = g(x)$ 가 만나는 두 점을  $A, B$ 라 할 때, 선분  $AB$ 를 지름으로 하고 원점  $O$ 를 지나는 원  $C$ 가 있다. 원  $C$ 와 곡선  $y = f(x)$ 는 서로 다른 네 점에서 만나고, 원  $C$ 와 곡선  $y = f(x)$ 가 만나는 네 점 중  $O, A, B$ 가 아닌 점을  $P(k, f(k))$ 라 하자. 삼각형  $ABP$ 의 넓이가 삼각형  $AOB$ 의 넓이의 5배일 때,  $f(k) \times g(-k)$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.