

제 2 교시

수학 영역(가형)

5 지 선 다 형

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(9n-5)}{3n^2+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_3 54 + \log_9 \frac{1}{36}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 2$, $a_7 = 62$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$P(A^C) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{6}$

일 때, $P(A^C \cup B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

5. $\left(2x + \frac{a}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 42일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

6. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 1, \quad y = 4\sqrt{t}$$

에서 $t = 4$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. 표와 같이 두 주머니 A, B에 흰 공과 검은 공이 섞여서 각각 50개씩 들어 있다.

(단위: 개)

	주머니 A	주머니 B
흰 공	21	14
검은 공	29	36
합계	50	50

두 주머니 A, B 중 임의로 택한 1개의 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, 이 공이 주머니 A에서 꺼낸 공일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

8. 부등식 $\log_2(x^2-7x)-\log_2(x+5)\leq 1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

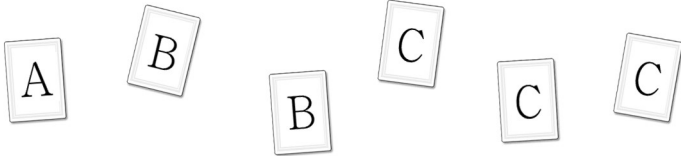
① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

9. 함수 $f(x)=\frac{1}{e^x+2}$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $g'\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값은? [3점]

① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

10. A, B, B, C, C, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드 중에서 5장의 카드를 택하여 이 5장의 카드를 왼쪽부터 모두 일렬로 나열할 때, C가 적힌 카드가 왼쪽에서 두 번째의 위치에 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32



11. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\sin x = \sqrt{3}(1 + \cos x)$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ π ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

12. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 t 에 대하여

$$\int_0^{\ln t} f(x) dx = (t \ln t + a)^2 - a$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.)

[3점]

- ① $2e^2 + 2e$ ② $2e^2 + 4e$ ③ $4e^2 + 4e$
④ $4e^2 + 8e$ ⑤ $8e^2 + 8e$

13. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$f(8) > f(14), f(2) < f(16)$

을 만족시킨다.
 m 이 자연수일 때, $P(X \leq 6)$ 의 값을
오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한
것은? [3점]

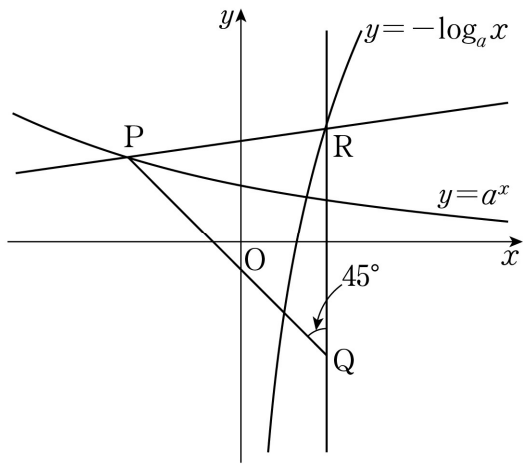
- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
- ④ 0.1525 ⑤ 0.1587

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

14. 함수 $f(x) = \cos x$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k\pi}{n^2} f\left(\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

15. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x$ ($0 < a < 1$) 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 $\angle PQR = 45^\circ$ 이다. $\overline{PR} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]



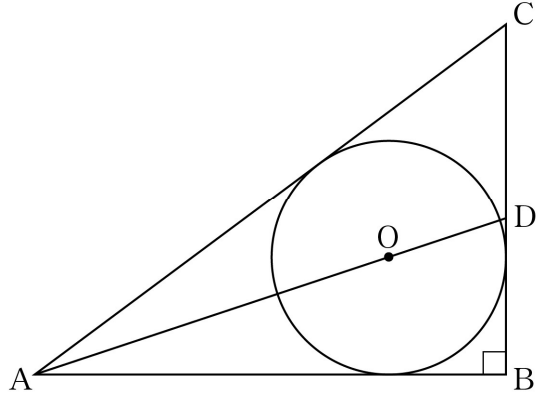
- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

16. 집합 $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 원소의 개수가 4인 부분집합 중 임의로 하나의 집합을 택하여 X 라 할 때, 집합 X 가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

집합 X 의 서로 다른 세 원소의 합은 항상 3의 배수가 아니다.

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

17. 그림과 같이 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 에 내접하고
반지름의 길이가 3인 원의 중심을 O라 하자. 직선 AO가 선분
BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{DB} = 4$ 이다. 삼각형 ADC의
외접원의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{125}{2}\pi$ ② 63π ③ $\frac{127}{2}\pi$
④ 64π ⑤ $\frac{129}{2}\pi$



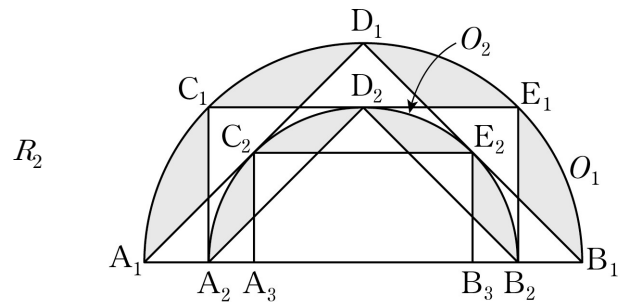
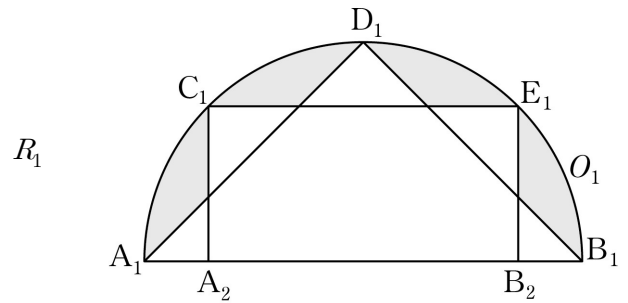
18. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원
 O_1 의 호 A_1B_1 을 4등분하는 점을 점 A_1 에서 가까운 순서대로
각각 C_1, D_1, E_1 이라 하고, 두 점 C_1, E_1 에서 선분 A_1B_1 에
내린 수선의 발을 각각 A_2, B_2 라 하자. 사각형 $C_1A_2B_2E_1$ 의
외부와 삼각형 $D_1A_1B_1$ 의 외부의 공통부분 중 반원 O_1 의
내부에 있는  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라
하자.

그림 R_1 에서 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 반원
 O_1 의 내부에 그리고, 반원 O_2 의 호 A_2B_2 를 4등분하는 점을
점 A_2 에서 가까운 순서대로 각각 C_2, D_2, E_2 라 하고, 두 점
 C_2, E_2 에서 선분 A_2B_2 에 내린 수선의 발을 각각 A_3, B_3 이라
하자. 사각형 $C_2A_3B_3E_2$ 의 외부와 삼각형 $D_2A_2B_2$ 의 외부의
공통부분 중 반원 O_2 의 내부에 있는  모양의 도형에
색칠을 하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어
있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ① $4\pi + 4\sqrt{2} - 16$ ② $4\pi + 16\sqrt{2} - 32$ ③ $4\pi + 8\sqrt{2} - 20$
④ $2\pi + 16\sqrt{2} - 24$ ⑤ $2\pi + 8\sqrt{2} - 12$

19. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1} {}_n C_k}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때 (좌변)=1, (우변)=1이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{(-1)^{k-1} {}_m C_k}{k} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k}$$

이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{(-1)^{k-1} {}_{m+1} C_k}{k}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^{k-1} {}_{m+1} C_k}{k} + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^{k-1} ({}_m C_k + {}_m C_{k-1})}{k} + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{k} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{(m-k+1)!(k-1)!} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{\boxed{\text{(다)}}} \times \frac{(m+1)!}{(m-k+1)!k!} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} + \frac{1}{m+1}$$

$$= \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$,

$h(m)$ 이라 할 때, $\frac{g(3)+h(3)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

20. 자연수 n 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{nx}{x^n + 1} & (x \neq -1) \\ -2 & (x = -1) \end{cases}$$

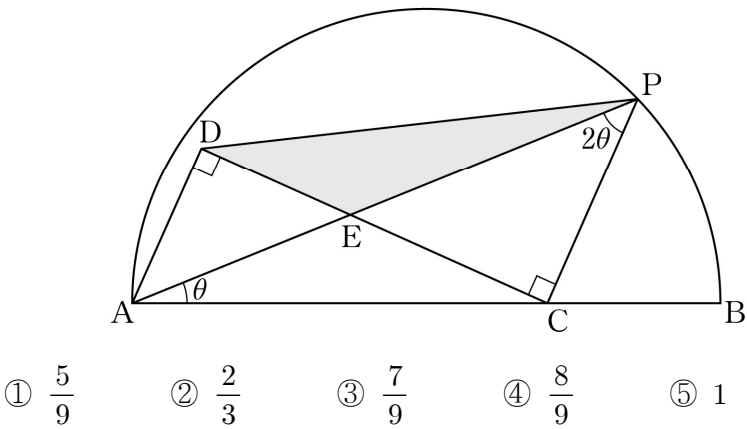
일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $n=3$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1)$ 에서 증가한다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x=-1$ 에서 연속이 되도록 하는 n 에 대하여 방정식 $f(x)=2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 ㄷ. 구간 $(-1, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 극솟값을 갖도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합은 24이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 $\angle PAC = \theta$ 일 때, $\angle APC = 2\theta$ 이다. $\angle ADC = \angle PCD = \frac{\pi}{2}$ 인 점 D에 대하여 두 선분 AP와 CD가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 DEP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



단답형

22. 함수 $f(x) = \sin(3x - 6)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $V(X) = 200$ 일 때, $E(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\tan(\pi-\theta)=\frac{3}{5}$ 일 때, $30(1-\sin\theta)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $A_n(n, 0)$, $B_n(n, 3)$ 이 있다. 점 $P(1, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 직선 OB_n 과

만나는 점을 C_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{PC_n}}{\overline{OB_n} - \overline{OA_n}} = \frac{q}{p}$ 이다.

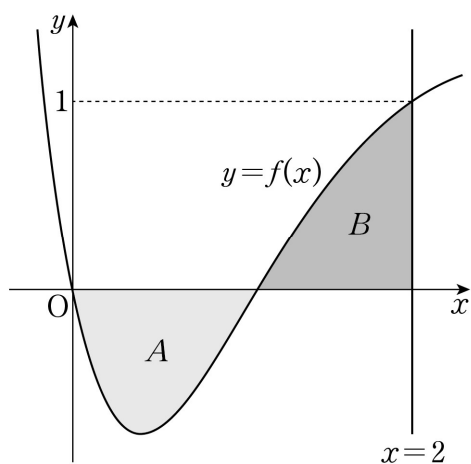
$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 어느 회사가 생산하는 약품 한 병의 무게는 평균이 mg ,

표준편차가 $1g$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중 n 병을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq b$ 이다.

$100(b-a)=49$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

27. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)=0$, $f(2)=1$ 이다. 그림과 같이 $0 \leq x \leq 2$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 A , B 라 하자. $A=B$ 일 때, $\int_0^2 (2x+3)f'(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 빵 3개와 같은 종류의 우유 4개를 남김없이 나누어 주려고 한다. 빵만 받는 학생은 없고, 학생 A는 빵을 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 우유를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a < b < c \leq 20$

(나) 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형이 존재한다.

30. 최고차항의 계수가 $k(k > 0)$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0) = f(-2)$, $f(0) \neq 0$ 이다. 함수 $g(x) = (ax + b)e^{f(x)}$ ($a < 0$)이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+1)\{g(x) - mx - m\} \leq 0$ 을 만족시키는 실수 m 의 최솟값은 -2 이다.

(나) $\int_0^1 g(x)dx = \int_{-2f(0)}^1 g(x)dx = \frac{e - e^4}{k}$

$f(ab)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.