

제 2 교시

수학 영역(나형)

5 지 선 다 형

1. $\log_2 \sqrt{8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. ${}_4\Pi_2 + {}_4\text{H}_2$ 의 값은? [2점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

3. 두 사건 A, B 에 대하여

$P(A|B) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{15}$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

4. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 + a_3 = 15, \quad a_3 + a_4 + a_5 = 39$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

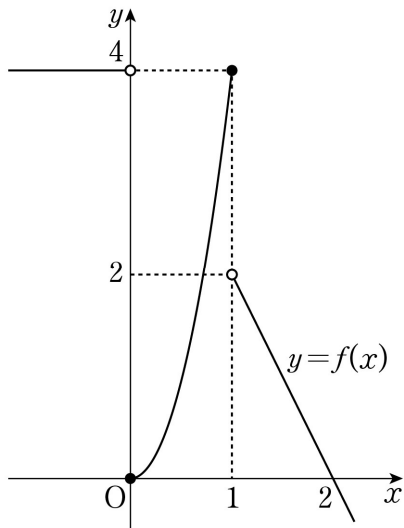
7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 두 함수 $y = \sin x$ 와 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$ 의 그래프가 만나는 모든 점의 x 좌표의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

6. ${}_4C_0 + {}_4C_1 \times 3 + {}_4C_2 \times 3^2 + {}_4C_3 \times 3^3 + {}_4C_4 \times 3^4$ 의 값은? [3점]

- ① 240 ② 244 ③ 248 ④ 252 ⑤ 256

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

9. 한 개의 동전을 6번 던져서 앞면이 2번 이상 나올 확률은?

[3점]

- ① $\frac{51}{64}$ ② $\frac{53}{64}$ ③ $\frac{55}{64}$ ④ $\frac{57}{64}$ ⑤ $\frac{59}{64}$

10. 양수 a 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=ax$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{a^3}{12}$ ② $\frac{a^3}{8}$ ③ $\frac{a^3}{6}$ ④ $\frac{a^3}{4}$ ⑤ $\frac{a^3}{3}$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + kt^2 + kt \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 시간 $t=1$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시간 $t=2$ 에서 점 P의 가속도는? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

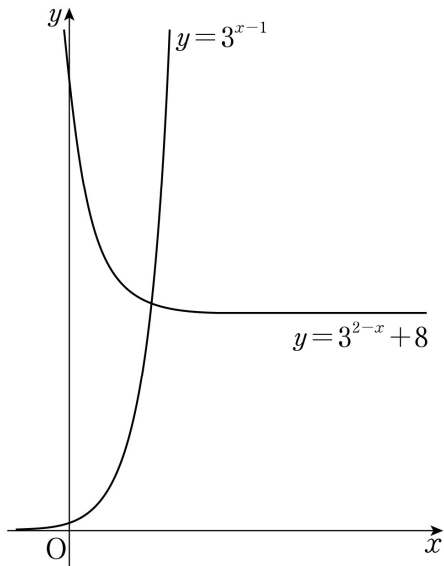
12. 어느 제과 공장에서 생산하는 과자 1상자의 무게는 평균이

104g, 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 과자 중 임의추출한 4상자의 무게의 표본평균이 ag 이상이고 106g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.5328이다. 상수 a 의 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 99 ② 100 ③ 101 ④ 102 ⑤ 103

13. 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 곡선 $y=3^{2-x}+8$ 과 만나는 점을 A, x 축과 만나는 점을 B라 하자.
- 직선 $x=t+1$ 이 x 축과 만나는 점을 C, 곡선 $y=3^{x-1}$ 과 만나는 점을 D라 하자.
- 사각형 ABCD가 직사각형일 때, 이 사각형의 넓이는? [3점]
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



14. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5=5$ 이고
- $\sum_{k=3}^7 |2a_k-10|=20$ 이다. a_6 의 값은? [4점]
- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

15. 이산확률변수 X 가 가지는 값은 1, 2, 3, 4이고

이산확률변수 Y 가 가지는 값은 1, 4, 9, 16이고

$$P(X=k)=P(Y=k^2) \quad (k=1, 2, 3, 4)$$

이다. $E(X)=6$, $V(X)=1$ 일 때, $E(Y)$ 의 값은? [4점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

16. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(x)=2x+2\int_0^1 g(t)dt$$

$$(나) \quad g(0)-\int_0^1 g(t)dt=\frac{2}{3}$$

$g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

17. $f(1)=-2$ 인 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x)+4}{x-1} = 8$
(나) $g(0)=g'(0)$

$f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 집합

$A_n = \{(p, q) | p < q \text{이고 } p, q \text{는 } n \text{ 이하의 자연수}\}$

이다. 집합 A_n 의 모든 원소 (p, q) 에 대하여 q 의 값의 평균을 a_n 이라 하자. 다음은 3 이상의 자연수 n 에 대하여

$a_n = \frac{2n+2}{3}$ 임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=3$ 일 때, $A_3 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$ 이므로

$a_3 = \frac{2+3+3}{3} = \frac{8}{3}$ 이고 $\frac{2 \times 3 + 2}{3} = \frac{8}{3}$ 이다.

그러므로 $a_n = \frac{2n+2}{3}$ 가 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 3$)일 때, $a_k = \frac{2k+2}{3}$ 가 성립한다고

가정하자. $n=k+1$ 일 때,

$A_{k+1} = A_k \cup \{(1, k+1), (2, k+1), \dots, (k, k+1)\}$

이고 집합 A_k 의 원소의 개수는 (가)이므로

$$a_{k+1} = \frac{\text{span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(가)} \times \frac{2k+2}{3} + \text{span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(나)}}{k+1 \text{C}_2}$$
$$= \frac{2k+4}{3} = \frac{2(k+1)+2}{3}$$

이다. 따라서 $n=k+1$ 일 때도 $a_n = \frac{2n+2}{3}$ 가 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 3 이상의 자연수 n 에 대하여

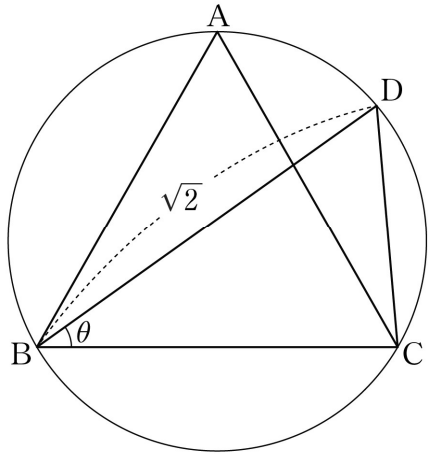
$a_n = \frac{2n+2}{3}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $f(10)+g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 131 ② 133 ③ 135 ④ 137 ⑤ 139

19. 정삼각형 ABC가 반지름의 길이가 r 인 원에 내접하고 있다. 선분 AC와 선분 BD가 만나고 $\overline{BD} = \sqrt{2}$ 가 되도록 원 위에서 점 D를 잡는다. $\angle DBC = \theta$ 라 할 때, $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다. 반지름의 길이 r 의 값은? [4점]

- ① $\frac{6-\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{6-\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{6-\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{6-\sqrt{2}}{5}$



20. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - xf(x)$$

라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \leq g(3)$ 이고 함수 $g(x)$ 는 오직 1개의 극값만 가진다. $\int_0^1 g'(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

21. 두 곡선 $y=2^{-x}$ 과 $y=|\log_2 x|$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

㉠. $\frac{1}{2} < x_1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$

㉡. $\sqrt[3]{2} < x_2 < \sqrt{2}$

㉢. $y_1 - y_2 < \frac{3\sqrt{2}-2}{6}$

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

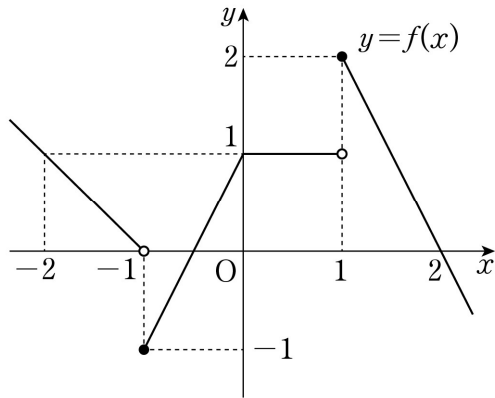
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

단 답 형

22. $\int_0^3 x^2 dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $V(2X+1)=15$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 가 구간 $(-2, 2)$ 에서 연속일 때, $g(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)=(1+x^4+x^8+x^{12})(1+x+x^2+x^3)$ 일 때,
 $\frac{f(2)}{\{f(1)-1\}\{f(1)+1\}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y=\tan\left(nx-\frac{\pi}{2}\right)$ 의 그래프가 직선 $y=-x$ 와 만나는 점의 x 좌표가 구간 $(-\pi, \pi)$ 에 속하는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, a_2+a_3 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c=14$

(나) $(a-2)(b-2)(c-2)\neq 0$

28. 함수 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax$ 에 대하여 방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 a 의 값을 가장 작은 수부터 차례대로 나열할 때 n 번째 수를 a_n 이라 하자. $a=a_n$ 일 때, $f(x)$ 의 극댓값을 b_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10}(b_n-a_n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. A, B 두 사람이 각각 4개씩 공을 가지고 다음 시행을 한다.

A, B 두 사람이 주사위를 한 번씩 던져 나온 눈의 수가 짝수인 사람은 상대방으로부터 공을 한 개 받는다.

각 시행 후 A가 가진 공의 개수를 세었을 때, 4번째 시행 후
 센 공의 개수가 처음으로 6이 될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x)=\begin{cases} -3x^2 & (x < 1) \\ 2(x-3) & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\int_0^x (t-1)f(t)dt$$

라 할 때, 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가
 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$\left| \lim_{t \rightarrow a+} h(t) - \lim_{t \rightarrow a-} h(t) \right| = 2$ 를 만족시키는 모든 실수 a 에 대하여
 $|a|$ 의 값의 합을 S 라 할 때, $30S$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.