

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

5지선다형

1. $3 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + 3)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 2이고 공비가 5인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_2 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

4. $\int_0^1 (3x^2 + 2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

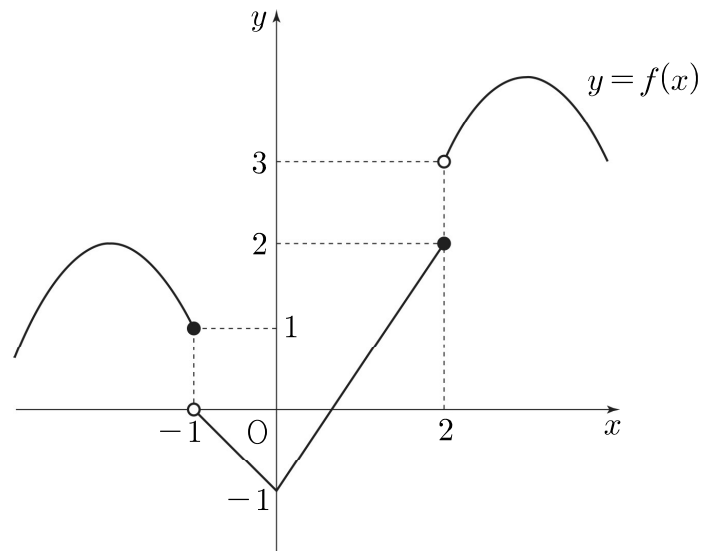
5. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 10, \sum_{k=1}^{10} b_k = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(-1) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $y = a + \log_2 x$ 의 그래프가 점 $(4, 7)$ 을 지날 때,
상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+3 & (x \neq 1) \\ 5 & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

10. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-4}{2h} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(3)+f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

9. $\log_3 10 + \log_3 \frac{9}{5} - \log_3 \frac{2}{3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

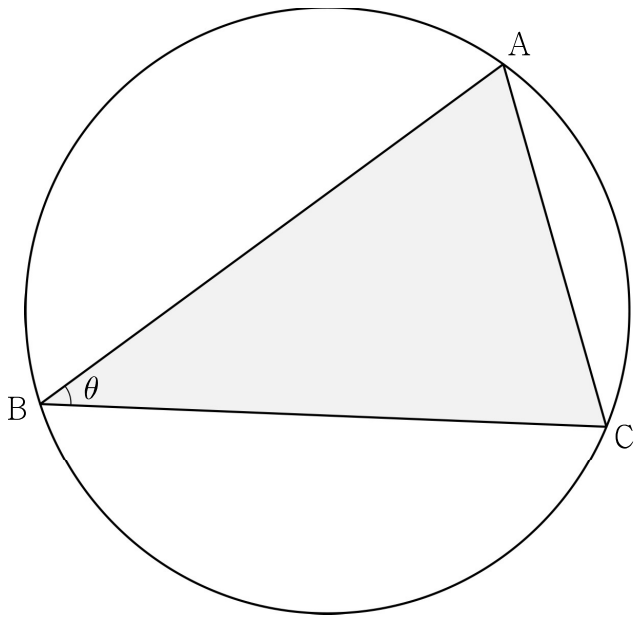
11. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

12. 방정식 $x + y + z + w = 11$ 을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [3점]

- ① 80 ② 90 ③ 100 ④ 110 ⑤ 120

13. 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원에 내접하고 변 AC의 길이가 5인 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [3점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

14. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① -24 ② -21 ③ -18 ④ -15 ⑤ -12

15. 두 함수

$$f(x)=\cos(ax)+1, \, g(x)=|\sin 3x|$$

의 주기가 서로 같을 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

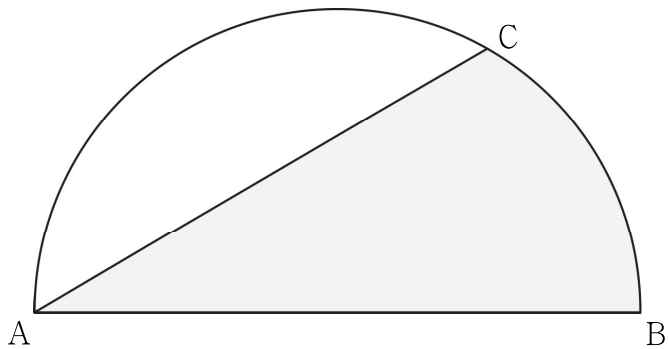
16. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$3xf(x)=9\int_1^xf(t)dt+2x$$

를 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

17. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는
반원의 호 AB 위에 점 C가 있다. 호 CB의 길이가 2π 일 때,
두 선분 AB, AC와 호 CB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]



- ① $5\pi + 9\sqrt{3}$
- ② $5\pi + 10\sqrt{3}$
- ③ $6\pi + 9\sqrt{3}$
- ④ $6\pi + 10\sqrt{3}$
- ⑤ $7\pi + 9\sqrt{3}$

18. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 와 1이 아닌 두 자연수 m, n 이
다음 조건을 만족시킨다. 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [4점]

- (가) $\sqrt[3]{a}$ 는 b 의 m 제곱근이다.
- (나) \sqrt{b} 는 c 의 n 제곱근이다.
- (다) c 는 a^{12} 의 네제곱근이다.

- ① 4
- ② 7
- ③ 10
- ④ 13
- ⑤ 16

19. 매주 월요일부터 수요일까지 총 4주에 걸쳐 서로 다른 세 종류의 봉사활동 A, B, C를 반드시 하루에 한 종류씩 다음 규칙에 따라 신청하려고 한다.

	월요일	화요일	수요일
첫째 주			
둘째 주			
셋째 주			
넷째 주			

- 봉사활동 A, B, C를 각각 3회, 3회, 6회 신청한다.
- 첫째 주에는 봉사활동 A, B, C를 모두 신청한다.
- 같은 요일에는 두 종류 이상의 봉사활동을 신청한다.

다음은 봉사활동을 신청하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

규칙에 따라 봉사활동을 신청하는 경우는

첫째 주에 봉사활동 A, B, C를 모두 신청한 후

‘(i) 첫째 주를 제외한 3주간의 봉사활동을 신청하는 경우’

에서 ‘(ii) 첫째 주에 봉사활동 C를 신청한 요일과 같은 요일에 모두 봉사활동 C를 신청하는 경우’를 제외하면 된다.

첫째 주에 봉사활동 A, B, C를 모두 신청하는

경우의 수는 3!이다.

(i)의 경우:

봉사활동 A, B, C를 각각 2회, 2회, 5회 신청하는

경우의 수는 (가) 이다.

(ii)의 경우:

첫째 주에 봉사활동 C를 신청한 요일과 같은 요일에

모두 봉사활동 C를 신청하는 경우의 수는 (나) 이다.

(i), (ii)에 의해

구하는 경우의 수는 $3! \times ((가) - (나))$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

[4점]

- ① 825 ② 832 ③ 839 ④ 846 ⑤ 853

20. 두 함수

$$f(x)=2^x, g(x)=2^{x-2}$$

에 대하여 두 양수 a, b ($a < b$)가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 와 두 직선 $y=a, y=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 6이다.

(나) $g^{-1}(b)-f^{-1}(a)=\log_2 6$

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

21. 좌표평면에 세 점 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{2}, 0)$, $B(0, \sqrt{2})$ 가 있다.
점 O 를 중심으로 하는 원 C 의 반지름의 길이가 t 일 때, 삼각형 ABP 의 넓이가 자연수인 원 C 위의 점 P 의 개수를 함수 $f(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 점 P 는 직선 AB 위에 있지 않다.) [4점]

◀ 보 기 ▶

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right)=2$

ㄴ. $\lim_{t \rightarrow 1+} f(t) \neq f(1)$

ㄷ. $0 < a < 4$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(t)$ 가 $t=a$ 에서
불연속인 a 의 개수는 3이다.

- ① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_2\Pi_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=x^4+3x^2+7x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

24. 첫째항이 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $2a_4 = a_{10}$ 일 때,
 a_9 의 값을 구하시오. [3점]

26. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 8$$
 일 때, $t = 0$ 에서 $t = 3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.
 [4점]

25. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 4x^3 + 4x + 1$ 이다.
 $f(0) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + 3a_n = (-1)^n \times n$$

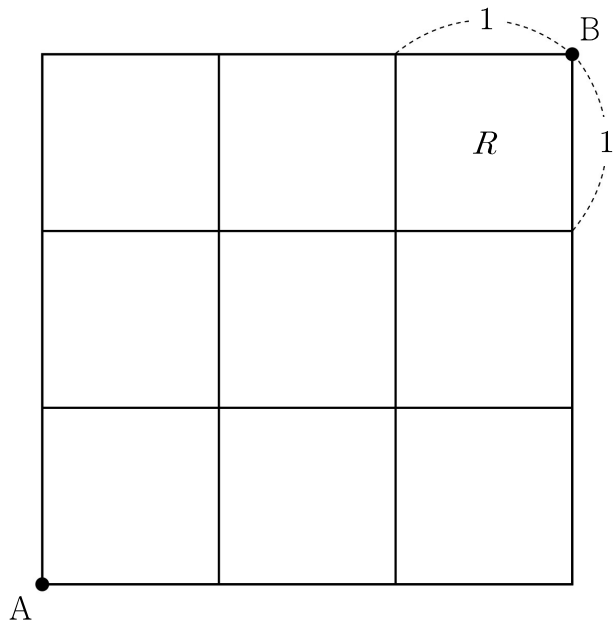
을 만족시킨다. a_5 의 값을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + 10$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} b - f(x) & (x < 3) \\ f(x) & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다. 이 도로망은 정사각형 R 와 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 이루어진 모양이다.



이 도로망을 따라 최단거리로 A 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 다시 A 지점까지 돌아올 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 정사각형 R 의 네 변을 모두 지나야 한다.
(나) 한 변의 길이가 1인 정사각형 중 네 변을 모두 지나게 되는 정사각형은 오직 정사각형 R 뿐이다.

30. 양의 실수 t 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(t) = \frac{f(t) - f(0)}{t}$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(t)$ 의 최솟값은 0이다.
(나) x 에 대한 방정식 $f'(x) = g(a)$ 를 만족시키는 x 의 값은 a 와 $\frac{5}{3}$ 이다. (단, $a > \frac{5}{3}$ 인 상수이다.)

자연수 m 에 대하여 집합 A_m 을

$$A_m = \{ x \mid f'(x) = g(m), 0 < x \leq m \}$$

이라 할 때, $n(A_m) = 2$ 를 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.