

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $2^{-1} \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 함수 $y = \tan \frac{x}{4}$ 의 주기는? [2점]

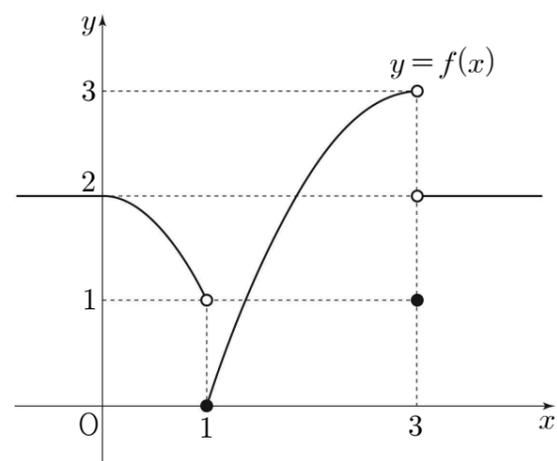
- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

3. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 24$ 일 때, a_3 의 값은?

[2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(3) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n = n^3 + n$ 일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

6. 부등식 $\log 3x < 2$ 를 만족시키는 정수 x 의 최댓값은? [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여
부등식

$$5x - 1 < (x^2 + 1)f(x) < 5x + 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 1이 아닌 양수 a 가

$$\log_2 8a = \frac{2}{\log_a 2}$$

를 만족시킬 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

9. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} (x+1)f(x) = 6$ 을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 1)f(x) = 26 \text{ 일 때, } a + f(2) \text{의 값은?}$$

(단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 6) \\ (a_n - 1)^2 & (a_n < 6) \end{cases}$$

을 만족시킨다. a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

11. 양수 k 의 세제곱근 중 실수인 것을 a 라 할 때, a 의 네제곱근 중 양수인 것은 $\sqrt[3]{4}$ 이다. k 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

12. $\cos\theta = \frac{1}{4}$ 일 때, $3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos(\pi - \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

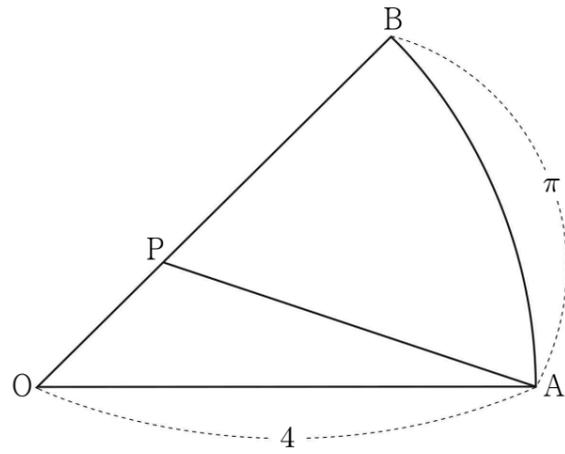
13. 함수 $f(x)=\log_2(x+a)+b$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

곡선 $y=g(x)$ 의 점근선이 직선 $y=1$ 이고 곡선 $y=g(x)$ 가 점 $(3, 2)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 4, 호의 길이가 π 인

부채꼴 OAB가 있다. 부채꼴 OAB의 넓이를 S , 선분 OB 위의 점 P에 대하여 삼각형 OAP의 넓이를 T 라 하자. $\frac{S}{T}=\pi$ 일 때, 선분 OP의 길이는? (단, 점 P는 점 O가 아니다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

15. 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \sqrt[n+1]{\sqrt[n+2]{4}}$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} \log_2 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

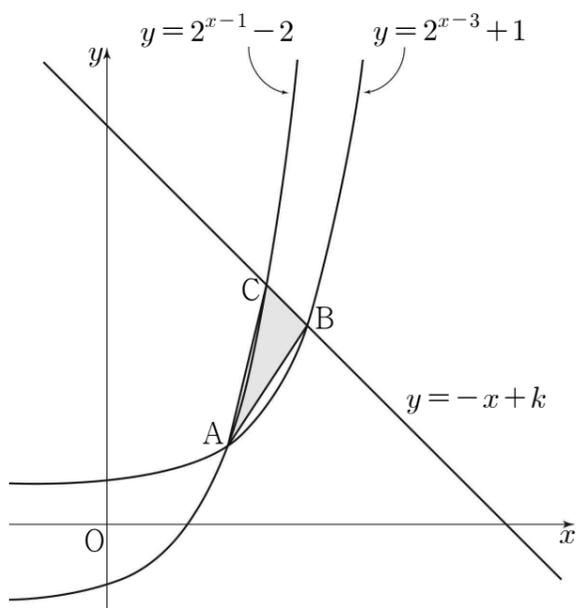
16. $3\sin\theta - 4\tan\theta = 4$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

17. $a_3 = 1$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} - \sum_{k=1}^{12} a_{2k+8} = 48$ 을 만족시킬 때, a_{39} 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

18. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{x-3} + 1$ 과 $y = 2^{x-1} - 2$ 가 만나는 점을 A라 하자. 상수 k 에 대하여 직선 $y = -x + k$ 가 두 곡선 $y = 2^{x-3} + 1$, $y = 2^{x-1} - 2$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 할 때, 선분 BC의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 삼각형 ABC의 넓이는? (단, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

19. 다음은 공차가 1보다 크고 $a_3 + a_5 = 2$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 $\sum_{k=1}^5 (a_k^2 - 5|a_k|)$ 의 값이 최소가 되도록 하는

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하는 과정이다.

$$a_3 + a_5 = 2 \text{에서 } a_4 = \boxed{\text{(가)}}$$

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하고

$\sum_{k=1}^5 a_k^2$ 과 $\sum_{k=1}^5 |a_k|$ 를 각각 d 에 대한 식으로 나타내면

$$\sum_{k=1}^5 a_k^2 = 15d^2 - 10d + 5$$

$$\sum_{k=1}^5 |a_k| = \boxed{\text{(나)}}$$

따라서 $\sum_{k=1}^5 (a_k^2 - 5|a_k|)$ 의 값이 최소가 되도록 하는

수열 $\{a_n\}$ 의 공차는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(d)$ 라 할 때, $f(p+2q)$ 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

20. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \left| \frac{kx}{x-1} \right|$ 라 하자.

실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) + g(4) = 5$$

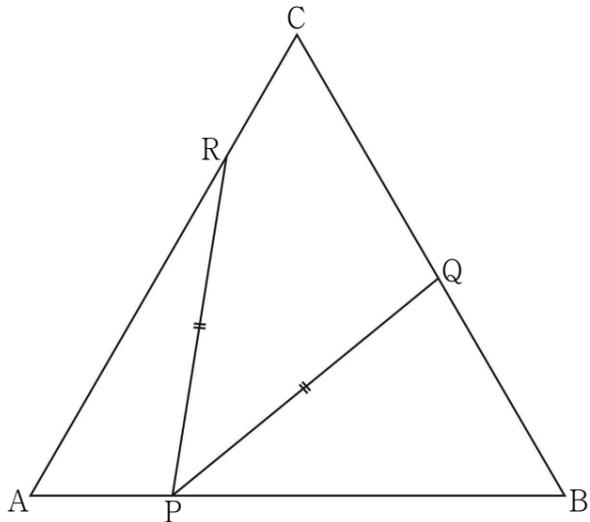
를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{15}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 12

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다.
 선분 AB 위의 점 P, 선분 BC 위의 점 Q, 선분 CA 위의 점 R에 대하여 세 점 P, Q, R가

$$\overline{AP} + \overline{BQ} + \overline{CR} = 1, \overline{PQ} = \overline{PR}$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, 세 점 P, Q, R는 각각 점 A, 점 B, 점 C가 아니다.) [4점]



< 보기 >

- ㄱ. $3\overline{AP} + 2\overline{BQ} = 2$
- ㄴ. $\overline{QR} = \sqrt{3} \times \overline{AP}$
- ㄷ. 삼각형 PBQ의 외접원의 넓이가 삼각형 CRQ의 외접원의 넓이의 2배일 때, $\overline{AP} = \frac{\sqrt{21}-3}{6}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $1 \leq x \leq 7$ 에서 정의된 함수 $y = \log_2(x+1) + 2$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 실수 a 에 대하여 $4^a = \frac{4}{9}$ 일 때, 2^{3-a} 의 값을 구하시오. [3점]

25. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 3a_1, a_1^2 + a_3^2 = 20$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

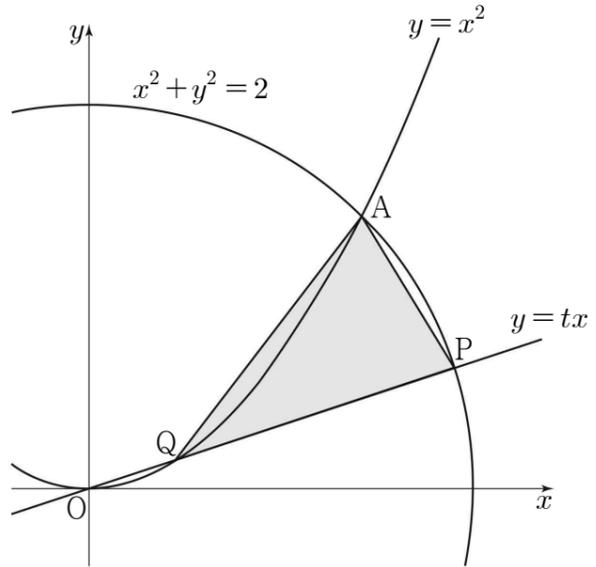
26. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k) = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (b_k + k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 이차방정식 $x^2 - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근 $6\cos\theta$, $5\tan\theta$ 를 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 곡선 $y = x^2$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 실수 t ($0 < t < 1$)에 대하여 직선 $y = tx$ 가 원 $x^2 + y^2 = 2$, 곡선 $y = x^2$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{S(t)}{(1-t)^2} = k$ 이다. $20k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 5 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - a + 1$$

$$g(x) = \begin{cases} x+b & (1 < x < 3) \\ 7-b & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 두 실수 $a(a \neq 0), b$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = a \sin \frac{\pi}{6}(x-1) + b$$

라 하고, 양수 t 에 대하여 $0 < x < t$ 에서 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프가 직선 $y = 4$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. $f(0) = 8, g(18) = 5$ 일 때, $g(\alpha) = |a-b|$ 를 만족시키는 양수 α 의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.