정답만 모아 스피드 체크

1 삼각비

1 삼각비의 뜻과 값

P. 8~9

개념 확인 (1) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

필수 문제 1 $\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$

1-1 $\sin A=\frac{15}{17}$, $\cos A=\frac{8}{17}$, $\tan A=\frac{15}{8}$

필수 문제 2 $4\sqrt{6}$

2-1 $4\sqrt{13}$

필수 문제 3 $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{4}$

3-1 $\frac{7}{12}$

필수 문제 4 (1) $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$
(3) $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$

4-1 $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

P. 10~11

필수 문제 5 (1) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (4) 1

5-1 (1) 1 (2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

필수 문제 6 (1) $x=4\sqrt{2}$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=6\sqrt{3}$, $y=12$

6-1 (1) $x=14$, $y=7\sqrt{3}$ (2) $x=11$, $y=11\sqrt{2}$

필수 문제 7 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$

7-1 $4\sqrt{2}$

7-2 ④

필수 문제 8 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8-1 $y=\sqrt{3}x+2$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 12

1 ③, ④ **2** $\frac{3}{10}$ **3** $\frac{7}{5}$ **4** 12

5 (1) $A(-6,\ 0)$, $B(0,\ 4)$ (2) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

6 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

P. 13~14

필수 문제 9 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OA}$ (3) $\overline{CD}$

9-1 (1) 0.64 (2) 0.77 (3) 0.84

필수 문제 10

삼각비 \ A	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

(1) 2 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\sqrt{3}$

10-1 (1) 1 (2) 0 (3) $2\sqrt{3}$

필수 문제 11 (1) 1.3953 (2) $42°$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 15

1 ④ **2** ㄷ, ㅁ **3** ④ **4** $129°$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 16~17

1 $\frac{\sqrt{13}}{13}$ **2** ① **3** $54\ \mathrm{cm}^2$ **4** ④ **5** ②

6 ④, ⑤ **7** ⑤ **8** ⑤ **9** $55\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

10 $y=x+3$ **11** ⑤ **12** $\sqrt{3}$ **13** ④

14 2 **15** 13.594

STEP 3 쏙쏙 서술형 완성하기 P. 18~19

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $\frac{16}{17}$ 유제 2 $\sqrt{2}-1$

연습해 보자 **1** (1) 5 cm (2) $5\sqrt{2}$ cm (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2 $\frac{1}{5}$ **3** $2\sqrt{3}$ **4** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

천문학 속 수학 P. 20

답 356000 km

2 삼각비의 활용

1 길이 구하기

P. 24

개념 확인 (1) 30, 4 (2) 30, $4\sqrt{3}$
필수 문제 1 (1) 4.92 (2) 3.42
1-1 $x=5.12$, $y=6.16$
1-2 3.92 m

P. 25

필수 문제 2 (1) 3, $3\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{6}$
2-1 (1) $\sqrt{19}$ (2) $6\sqrt{3}$

P. 26

필수 문제 3 (1) 30, 45, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $6(\sqrt{3}-1)$
(2) 30, 60, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$
3-1 (1) $5(3-\sqrt{3})$ (2) $2(3+\sqrt{3})$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 27

1 7.98 2 8.9 m 3 $2\sqrt{21}$ 4 $3\sqrt{2}$ cm
5 $12(3-\sqrt{3})$ 6 $4(\sqrt{3}+1)\text{ cm}^2$

한 번 더 연습 P. 28

1 $20\sqrt{3}$ m 2 $3\sqrt{7}$ m 3 $100\sqrt{6}$ m
4 $4(\sqrt{3}-1)$ km 5 $5\sqrt{3}$ m

2 넓이 구하기

P. 29

필수 문제 1 (1) $14\sqrt{2}\text{ cm}^2$ (2) $\frac{35\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$
1-1 10 cm
1-2 (1) $\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $4\sqrt{3}$

P. 30

개념 확인 $\frac{1}{2}ab\sin x$, $ab\sin x$
필수 문제 2 (1) $6\sqrt{2}\text{ cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\text{ cm}^2$
2-1 (1) $24\sqrt{3}$ (2) 18
2-2 $4\sqrt{2}$ cm

P. 31

개념 확인 $ab\sin x$, $\frac{1}{2}ab\sin x$
필수 문제 3 (1) $30\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\text{ cm}^2$
3-1 (1) $6\sqrt{2}$ (2) 27

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 32

1 30° 2 $(9\sqrt{3}+54)\text{ cm}^2$
3 $\frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$ 4 10 cm 5 $(4\pi-3\sqrt{3})\text{ cm}^2$
6 $(6\pi-4\sqrt{2})\text{ cm}^2$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 33~35

1 ③ 2 ③ 3 $(30+10\sqrt{3})$ m
4 16초 5 $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 6 $\sqrt{34}$ cm
7 $(20\sqrt{3}+20)$ m 8 45 m 9 ①
10 ② 11 ① 12 $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$
13 $(8+6\sqrt{2})\text{ cm}^2$ 14 ③ 15 $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ cm
16 45° 17 $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ 18 8 cm

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 36~37

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $5.6\,\text{m}$ 유제 2 $12\sqrt{2}$

연습해 보자 1 $20\sqrt{61}\,\text{m}$ 2 $40(3-\sqrt{3})\text{m}$

3 $7\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 4 $\frac{3}{5}$

지리 속 수학 P. 38

답 $8.8\,\text{km}$

3 원과 직선

1 원의 현

P. 42

개념 확인 OBM, RHS, $\overline{BM}$

필수 문제 1 $8\,\text{cm}$

1-1 (1) 4 (2) $\sqrt{41}$ (3) 6

1-2 $\frac{15}{2}$

P. 43

개념 확인 OND, $\overline{DN}$, $\overline{CD}$

필수 문제 2 (1) 3 (2) 14

2-1 $12\,\text{cm}$

필수 문제 3 $50°$

3-1 $40°$

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 44

1 (1) 13 (2) 6 2 8 3 $8\,\text{cm}$

4 $48\,\text{cm}^2$ 5 $15\,\text{cm}$ 6 $7\,\text{cm}$

2 원의 접선

P. 45~46

개념 확인 $50°$

필수 문제 1 $55°$

1-1 $32°$

필수 문제 2 $2\sqrt{21}\,\text{cm}$

2-1 $5\,\text{cm}$

2-2 (1) $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ (2) $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

필수 문제 3 $11\,\text{cm}$

3-1 $6\,\text{cm}$

P. 47

필수 문제 4 (1) $15\,\text{cm}$ (2) $3\,\text{cm}$

4-1 $3\,\text{cm}$

필수 문제 5 1

5-1 $9\pi\,\text{cm}^2$

P. 48

필수 문제 6 8

6-1 2

필수 문제 7 $6\,\text{cm}$

7-1 4

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 49~50

1 $44°$ 2 ⑤ 3 $\frac{5}{2}$ 4 $6\sqrt{6}\,\text{cm}$

5 $10\sqrt{2}\,\text{cm}$ 6 (1) 10 (2) 2 7 $26\,\text{cm}$

8 $42\,\text{cm}$ 9 $10\,\text{cm}$ 10 $13\,\text{cm}$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 51~53

1 ⑤	2 ⑤	3 ③	4 ⑤
5 ②	6 $x=3\sqrt{3}$, $y=3$		7 $8\sqrt{11}$ cm
8 ④	9 ④	10 5 cm	11 ①
12 $(36\sqrt{3}-12\pi)$ cm^2		13 8 cm	14 2
15 ③	16 $x=5$, $y=8$		17 ③
18 18 cm			

STEP 3 쏙쏙 서술형 완성하기 P. 54~55

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $8\sqrt{3}$ cm 유제 2 $(18+6\sqrt{2})$ cm

연습해 보자 1 $\frac{25}{2}$ 2 16π cm^2

3 30 cm 4 $(60-9\pi)$ cm^2

예술 속 수학 P. 56

답 25π cm^2

4 원주각

1 원주각

P. 60

개념 확인 이등변, AOB

필수 문제 1 (1) 60° (2) 80° (3) 110°

1-1 140°

P. 61

필수 문제 2 (1) $\angle x=60°$, $\angle y=45°$

(2) $\angle x=80°$, $\angle y=160°$

2-1 (1) 78° (2) 50°

필수 문제 3 (1) 34° (2) 30°

3-1 43°

P. 62

개념 확인 AOB, CQD

필수 문제 4 (1) 30 (2) 9 (3) 24

4-1 54°

4-2 $\angle x=40°$, $\angle y=60°$, $\angle z=80°$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 63~64

1 (1) 50° (2) 105°	2 4 cm^2	3 110°
4 70°	5 (1) 35° (2) 70°	6 ㄴ, ㄷ
7 10 cm	8 60°	9 67°
10 64°		

2 원주각의 여러 성질

P. 65

개념 확인 ㄱ, ㄷ

필수 문제 1 (1) $100°$ (2) $40°$

1-1 $20°$

1-2 $75°$

P. 66

개념 확인 x, y, 360, 180

필수 문제 2 (1) $\angle x=100°$, $\angle y=70°$
(2) $\angle x=85°$, $\angle y=95°$
(3) $\angle x=100°$, $\angle y=86°$

2-1 (1) $\angle x=45°$, $\angle y=85°$
(2) $\angle x=80°$, $\angle y=80°$
(3) $\angle x=55°$, $\angle y=110°$

2-2 $65°$

P. 67

필수 문제 3 ①, ④

3-1 ③, ④

3-2 $115°$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 68~69

1 ⑤ 2 $85°$

3 (1) $\angle x=64°$, $\angle y=86°$ (2) $\angle x=60°$, $\angle y=25°$
(3) $\angle x=40°$, $\angle y=110°$

4 $105°$ 5 $45°$ 6 ⑤

7 (1) $84°$ (2) $75°$ 8 $65°$ 9 $56°$

3 원의 접선과 현이 이루는 각

P. 70

개념 확인 90, 90, 90

필수 문제 1 (1) $\angle x=30°$, $\angle y=115°$
(2) $\angle x=64°$, $\angle y=52°$
(3) $\angle x=35°$, $\angle y=35°$

1-1 $20°$

P. 71

개념 확인 (1) BTQ, DCT (2) CTQ, BAT

필수 문제 2 (1) $70°$ (2) $70°$ (3) $70°$ (4) $\overline{\mathrm{CD}}$

2-1 $\angle x=50°$, $\angle y=50°$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 72

1 $64°$ 2 ③ 3 $46°$ 4 $63°$
5 $65°$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 73~75

1 ⑤ 2 ① 3 ① 4 $114°$ 5 $\frac{\sqrt{7}}{4}$
6 $70°$ 7 $22°$ 8 ③ 9 ④ 10 ③
11 ② 12 $160°$ 13 ㄱ, ㄹ, ㅂ
14 $\angle x=35°$, $\angle y=80°$ 15 $60°$ 16 ③
17 ⑤ 18 $38°$ 19 $62°$ 20 ④

STEP 3 쏙쏙 서술형 완성하기 P. 76~77

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $36\,\mathrm{cm}$ 유제 2 $215°$

연습해 보자 1 $54°$ 2 $59°$
3 $36°$ 4 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

기술 속 수학 P. 78

답 $20\,\mathrm{m}$

5 대푯값과 산포도

1 대푯값

P. 82~83

개념 확인 (1) 평균: 5, 중앙값: 4, 최빈값: 3
(2) 평균: 14, 중앙값: 14, 최빈값: 11, 16

필수 문제 1 평균: 15.9분, 중앙값: 15분, 최빈값: 13분

1-1 55 kcal

1-2 중앙값: 245 mm, 최빈값: 250 mm

1-3 액션

필수 문제 2 43 kg

2-1 4

필수 문제 3 평균: 134분, 중앙값: 85분, 중앙값

3-1 최빈값, 95호

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 84

1 23 **2** 0 **3** 9 **4** 6
5 ㄱ, ㅂ

2 산포도

P. 85

개념 확인 평균: 13,
편차: -1, 1, 2, 0, -2

필수 문제 1 (1) -1 (2) 1명

1-1 36개

1-2 10

P. 86

개념 확인 (1) 10 (2) 2 (3) $\sqrt{2}$

필수 문제 2 (1) 1 (2) 4 (3) 2회

2-1 $\frac{\sqrt{510}}{5}$ g

2-2 학생 A의 표준편차: $\sqrt{2}$점,
학생 B의 표준편차: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$점,
학생 B

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 87

1 4개 **2** $\sqrt{3}$회
3 평균: 7, 표준편차: 3 **4** (1) 2반 (2) 3반
5 74 **6** 32

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 88~91

1 ② **2** ② **3** ③ **4** ③ **5** 3.5
6 ⑤ **7** ①, ④ **8** ④ **9** ② **10** ③
11 ② **12** ④ **13** $\frac{6\sqrt{35}}{5}$ dB **14** 6
15 ⑤ **16** ④ **17** 평균: 10, 분산: $\frac{33}{5}$
18 ⑤ **19** ③ **20** $\sqrt{7}$점 **21** ㄱ, ㄷ **22** ③

STEP 3 쏙쏙 서술형 완성하기 P. 92~93

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 **유제 1** 5개 **유제 2** -5

연습해 보자 **1** (1) 평균: 300 kWh, 중앙값: 215 kWh
(2) 중앙값,
이유: 주어진 자료에는 750 kWh와 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다.

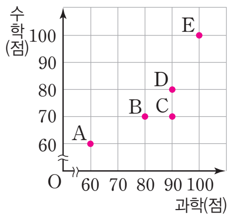
2 67 kg **3** 4회 **4** 12

6 상관관계

1 산점도와 상관관계

P. 96

개념 확인 1



, 양의 상관관계

개념 확인 2 (1) ㄴ, ㄹ (2) ㄱ (3) ㄷ, ㅁ

P. 97

필수 문제 1 (1) 4명 (2) 5명 (3) 40 %

1-1 (1) 3명 (2) 5명 (3) 25 %

필수 문제 2 ㄱ

2-1 ④

2-2 (1) 양의 상관관계 (2) C

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 98

1 (1) 6명 (2) 15 % (3) 70점
2 (1) 6명 (2) 7명
3 ④
4 ㄹ, ㅂ

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 99~100

1 40점 2 6명 3 ③ 4 ⑤ 5 4점
6 ② 7 ③ 8 ⑤
9 (1) 양의 상관관계 (2) 상관관계가 없다. 10 ②
11 ② 12 양의 상관관계 13 ③ 14 ㄱ, ㄹ
15 ②, ⑤

STEP 3 쏙쏙 서술형 완성하기 P. 101

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 (1) 음의 상관관계 (2) 3.5시간

연습해 보자 1 24 % 2 85점

생활 속 수학 P. 102

답 ㄹ

1 삼각비의 뜻과 값

P. 8~9

개념 확인 (1) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3}$

필수 문제 1 $\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

1-1 $\sin A=\frac{15}{17}$, $\cos A=\frac{8}{17}$, $\tan A=\frac{15}{8}$

$\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

필수 문제 2 $4\sqrt{6}$

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{14}=\frac{5}{7}$이므로 $\overline{BC}=10$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{14^2-10^2}=4\sqrt{6}$

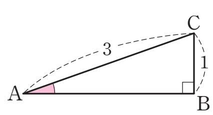
2-1 $4\sqrt{13}$

$\tan B=\frac{8}{\overline{BC}}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{BC}=12$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}$

필수 문제 3 $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



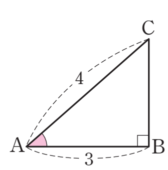
$\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$이므로

$\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan A=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

3-1 $\frac{7}{12}$

$\cos A=\frac{3}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$\sin A=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A=\frac{\sqrt{7}}{3}$

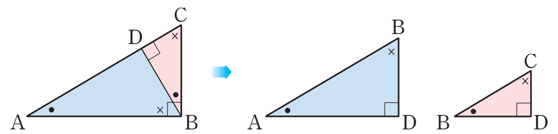
$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{7}{12}$

필수 문제 4 (1) $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$
(3) $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$

다음 그림에서

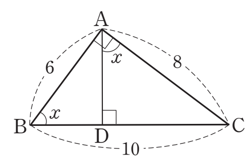
$\triangle ABC \backsim \triangle ADB \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)이므로

$\angle CAB=\angle BAD=\angle CBD$



4-1 $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3}$

오른쪽 그림에서



$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

이므로 $\angle ABC=\angle DAC=x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\sin x=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\cos x=\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\tan x=\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

P. 10~11

필수 문제 5 (1) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (4) 1

(1) $\sin 30^\circ+\cos 45^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ+\tan 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}+1=\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$

(3) $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}+\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}=\frac{1}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2$
$=\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(4) $\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$

5-1 (1) 1 (2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(1) $2\tan 30^\circ\times\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$

(2) $\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ\div\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

필수 문제 6 (1) $x=4\sqrt{2},\ y=4\sqrt{2}$ (2) $x=6\sqrt{3},\ y=12$

(1) $\sin 45^\circ=\dfrac{x}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore x=4\sqrt{2}$

$\cos 45^\circ=\dfrac{y}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore y=4\sqrt{2}$

(2) $\tan 60^\circ=\dfrac{x}{6}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=6\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\dfrac{6}{y}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore y=12$

6-1 (1) $x=14,\ y=7\sqrt{3}$ (2) $x=11,\ y=11\sqrt{2}$

(1) $\sin 30^\circ=\dfrac{7}{x}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore x=14$

$\cos 30^\circ=\dfrac{y}{14}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore y=7\sqrt{3}$

(2) $\tan 45^\circ=\dfrac{11}{x}=1$ $\quad\therefore x=11$

$\sin 45^\circ=\dfrac{11}{y}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore y=11\sqrt{2}$

필수 문제 7 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$

(1) △ABD에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=6$

(2) △ADC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{CD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=6\sqrt{3}$

7-1 $4\sqrt{2}$

△ABD에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{8}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=4$

△ADC에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{4}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC}=4\sqrt{2}$

7-2 ④

△ABC에서

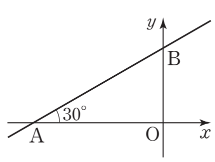
$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{3\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{BC}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

△BCD에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{CD}}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=3(\mathrm{cm})$

필수 문제 8 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

주어진 직선과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하면



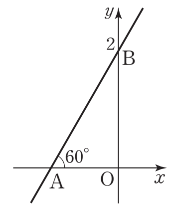
(직선의 기울기)

$=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\dfrac{\overline{BO}}{\overline{AO}}$

$=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

8-1 $y=\sqrt{3}x+2$

주어진 직선과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하면



(직선의 기울기)$=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$=\dfrac{\overline{BO}}{\overline{AO}}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

y절편이 2이므로 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+2$

참고 기울기가 m이고, y절편이 n인 직선의 방정식

⇨ $y=mx+n$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 12

1 ③, ④ **2** $\dfrac{3}{10}$ **3** $\dfrac{7}{5}$ **4** 12

5 (1) $A(-6,\ 0),\ B(0,\ 4)$ (2) $\dfrac{2\sqrt{13}}{13},\ \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

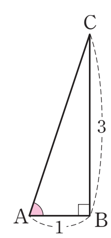
6 $\dfrac{\sqrt{5}}{5},\ \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

1 $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{11})^2+5^2}=6$

③ $\tan A=\dfrac{\sqrt{11}}{5}$

④ $\sin B=\dfrac{5}{6}$

2 $\tan A=3$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로

$\sin A=\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

$\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\times\dfrac{\sqrt{10}}{10}=\dfrac{3}{10}$

3 △ABC∽△EBD (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BDE=x$

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로

$\sin x=\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{5}$

$\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin x+\cos x=\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}=\dfrac{7}{5}$

4 △ABC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=18$

△ADC에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{CD}}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=6$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=18-6=12$

다른 풀이

△ABD에서

$30^\circ+\angle BAD=60^\circ$ $\quad\therefore\ \angle BAD=30^\circ$

즉, △ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

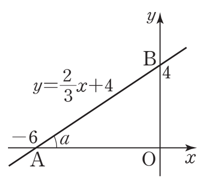
△ADC에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=12$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{AD}=12$

5 (1) $y=\dfrac{2}{3}x+4$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A$(-6,\ 0)$, B$(0,\ 4)$



(2) $\overline{AO}=6$, $\overline{BO}=4$이고

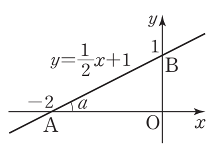
△AOB에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$이므로

$\sin a=\dfrac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{2\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\cos a=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{2\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

6 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+1$과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$y=\dfrac{1}{2}x+1$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A$(-2,\ 0)$, B$(0,\ 1)$ $\quad\therefore\ \overline{AO}=2$, $\overline{BO}=1$

따라서 △AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin a=\dfrac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos a=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

P. 13~14

필수 문제 9 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OA}$ (3) $\overline{CD}$

(1) $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

(2) $\cos x=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\dfrac{\overline{OA}}{1}=\overline{OA}$

(3) $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

9-1 (1) 0.64 (2) 0.77 (3) 0.84

(1) $\sin 40^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.64}{1}=0.64$

(2) $\cos 40^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.77}{1}=0.77$

(3) $\tan 40^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{0.84}{1}=0.84$

필수 문제 10

삼각비 \ A	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

(1) 2 (2) 0 (3) $\dfrac{1}{2}$ (4) $\sqrt{3}$

(1) $\sin 90^\circ+\cos 0^\circ=1+1=2$

(2) $\cos 90^\circ\times\tan 0^\circ=0\times 0=0$

(3) $\sin 30^\circ\times\tan 0^\circ+\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}\times 0+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

(4) $\sin 90^\circ\times\cos 30^\circ+\cos 0^\circ\times\sin 60^\circ$

$=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

10-1 (1) 1 (2) 0 (3) $2\sqrt{3}$

(1) $\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ\div\sin 90^\circ=1\times 1\div 1=1$

(2) $\sin^2 90^\circ+\cos^2 90^\circ-\tan^2 45^\circ=1^2+0^2-1^2=0$

(3) $(1+\cos 0^\circ)\times\tan 60^\circ-\sin 0^\circ=(1+1)\times\sqrt{3}-0$

$=2\sqrt{3}$

필수 문제 11 (1) 1.3953 (2) 42°

(1) 주어진 삼각비의 표에서

$\sin 39^\circ=0.6293$, $\cos 40^\circ=0.7660$이므로

$\sin 39^\circ+\cos 40^\circ=0.6293+0.7660=1.3953$

(2) 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 42^\circ=0.9004$이므로

$x=42^\circ$

STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 15

1 ④ **2** ㄷ, ㅁ **3** ④ **4** 129°

1 ① $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

② $\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

③ $\tan y=\dfrac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{\overline{CD}}$

④, ⑤ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle OAB = \angle OCD = y$(동위각)

$\therefore \cos y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB}$, $\sin y = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

2 ㄱ. $\sin 90° - \cos 90° = 1 - 0 = 1$

ㄴ. $(1-\tan 45°)(1+\tan 45°) = (1-1)\times(1+1) = 0$

ㄷ. $\sin 0° - \tan 30° + \sin 60° = 0 - \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

ㄹ. $\tan 30° \times \tan 60° + \tan 0° = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} + 0 = 1$

ㅁ. $(\sin 90° - \sin 45°)(\cos 0° + \cos 45°)$

$= \left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1^2 - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅁ이다.

3 ④ $0° \le x \le 90°$일 때, x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로 $\cos 40° > \cos 43°$

4 주어진 삼각비의 표에서

$\cos 65° = 0.4226$이므로 $A = 65°$

$\tan 64° = 2.0503$이므로 $B = 64°$

$\therefore A + B = 65° + 64° = 129°$

STEP 2 **탄탄 단원 다지기** P. 16~17

1 $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$	**2** ①	**3** 54 cm^2	**4** ④	**5** ②
6 ④, ⑤	**7** ⑤	**8** ⑤	**9** $55\sqrt{3}\text{ cm}^2$	
10 $y = x + 3$		**11** ⑤	**12** $\sqrt{3}$	**13** ④
14 2	**15** 13.594			

1 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$이므로

$\sin x = \dfrac{6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos x = \dfrac{4}{2\sqrt{13}} = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore \sin x - \cos x = \dfrac{3\sqrt{13}}{13} - \dfrac{2\sqrt{13}}{13} = \dfrac{\sqrt{13}}{13}$

2 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = 2$

$\therefore \overline{CD} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = \dfrac{1}{2} \times 2 = 1$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$이므로

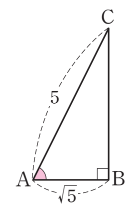
$\sin x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{2}$

3 $\sin A = \dfrac{9}{\overline{AC}} = \dfrac{3}{5}$이므로 $\overline{AC} = 15(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54(\text{cm}^2)$

4 $5\cos A - \sqrt{5} = 0$, 즉 $\cos A = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$이므로

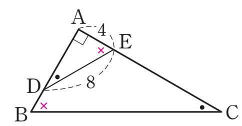
$\sin A = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan A = \dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$

$\therefore \sin A \times \tan A = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \times 2 = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

5 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$(AA 닮음)

이므로 $\angle AED = \angle ABC$

따라서 $\triangle ADE$에서



$\overline{AD} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$이므로

$\sin B = \sin(\angle AED) = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{DE}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{8} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin C = \sin(\angle ADE) = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \sin B + \sin C = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

6 ④ $\sin^2 45° + \cos^2 45° = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

⑤ $3\tan 30° + \sin 60° = 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

7 $20° < x < 110°$에서 $0° < x - 20° < 90°$이고

$\cos 60° = \dfrac{1}{2}$이므로

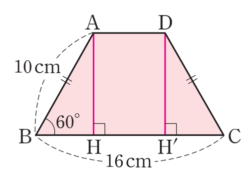
$x - 20° = 60° \qquad \therefore x = 80°$

8 $\triangle ABC$에서 $\sin 45° = \dfrac{\overline{AC}}{6\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AC} = 3\sqrt{6}(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\tan 30° = \dfrac{x}{3\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore x = 3\sqrt{2}$

9 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면

$\triangle ABH$에서



$\sin 60° = \dfrac{\overline{AH}}{10} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\cos 60° = \dfrac{\overline{BH}}{10} = \dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{BH} = 5(\text{cm})$

$\overline{CH'} = \overline{BH} = 5\text{ cm}$이므로

$\overline{AD} = \overline{HH'} = 16 - (5+5) = 6(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD = \dfrac{1}{2} \times (6+16) \times 5\sqrt{3} = 55\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라고 하면
$a=(\text{직선의 기울기})=\tan 45°=1$
이때 직선 $y=x+b$가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로
$0=-3+b$에서 $b=3$
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=x+3$

11 $\angle OAB=\angle OCD=180°-(55°+90°)=35°$
① $\sin 55°=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.8192$
② $\cos 55°=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.5736$
③ $\tan 55°=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.4281$
④ $\cos 35°=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.8192$
⑤ $\tan 35°=\dfrac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{1.4281}=0.7002\cdots$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 $\cos 0°\times\tan 60°-\sin 45°\times\cos 90°+\tan 0°\times\sin 30°$
$=1\times\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 0+0\times\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$

13 ④ $0°<A<45°$일 때, $\sin A<\cos A$이다.

14 $0°<A<90°$일 때, $0<\cos A<1$이므로
$\cos A-1<0$, $\cos A+1>0$
$\therefore \sqrt{(\cos A-1)^2}+\sqrt{(\cos A+1)^2}$
$=-(\cos A-1)+(\cos A+1)$
$=-\cos A+1+\cos A+1$
$=2$

참고 실수 a에 대하여
$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a\ (a\ge 0) \\ -a\ (a<0)\end{cases}$

15 $\sin 61°=\dfrac{\overline{AC}}{10}=0.8746 \qquad \therefore \overline{AC}=8.746$
$\cos 61°=\dfrac{\overline{BC}}{10}=0.4848 \qquad \therefore \overline{BC}=4.848$
$\therefore \overline{AC}+\overline{BC}=8.746+4.848=13.594$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 18~19

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $\dfrac{16}{17}$ 유제 2 $\sqrt{2}-1$

연습해 보자 **1** (1) 5 cm (2) $5\sqrt{2}$ cm (3) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
2 $\dfrac{1}{5}$ **3** $2\sqrt{3}$ **4** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

따라 해보자

유제 1 1단계 $\triangle ABC\backsim\triangle ACH\backsim\triangle CBH$ (AA 닮음)이므로
$\angle ABC=\angle ACH=x$, $\angle BAC=\angle BCH=y$ … (i)

2단계 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{15^2+8^2}=17$이므로
$\sin x=\sin B=\dfrac{8}{17}$
$\cos y=\cos A=\dfrac{8}{17}$ … (ii)

3단계 $\therefore \sin x+\cos y=\dfrac{8}{17}+\dfrac{8}{17}=\dfrac{16}{17}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ABC=x$, $\angle BAC=y$임을 설명하기	40 %
(ii) $\sin x$, $\cos y$의 값 구하기	40 %
(iii) $\sin x+\cos y$의 값 구하기	20 %

유제 2 1단계 $\triangle ABD$에서
$\angle ADC=22.5°+22.5°=45°$ … (i)

2단계 $\triangle ADC$에서
$\sin 45°=\dfrac{2}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=2\sqrt{2}$
$\tan 45°=\dfrac{2}{\overline{CD}}=1 \qquad \therefore \overline{CD}=2$ … (ii)

3단계 $\triangle ABC$에서
$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{CD}=2\sqrt{2}+2$이므로
$\tan 22.5°=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}+2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$
$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
$=\sqrt{2}-1$ … (iii)

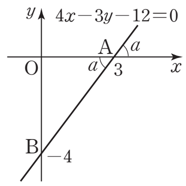
채점 기준	비율
(i) $\angle ADC$의 크기 구하기	20 %
(ii) $\overline{AD}$, $\overline{CD}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\tan 22.5°$의 값 구하기	40 %

연습해 보자

1 (1) $\triangle FGH$에서
$\overline{FH}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$ … (i)
(2) $\triangle DFH$는 $\angle DHF=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{DF}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$ … (ii)
(3) $\cos x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{FH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{DF}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\cos x$의 값 구하기	40 %

2 $4x-3y-12=0$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하면



$\angle OAB=a$(맞꼭지각)

$4x-3y-12=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

$A(3,\ 0)$, $B(0,\ -4)$

$\therefore\ \overline{AO}=3,\ \overline{BO}=4$

따라서 $\triangle AOB$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로 $\cdots$ (i)

$\sin a=\dfrac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{5}$

$\cos a=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$ $\cdots$ (ii)

$\therefore\ \sin a-\cos a=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 일차방정식의 그래프가 좌표축과 만나는 두 점 사이의 거리 구하기	40 %
(ii) $\sin a$, $\cos a$의 값 구하기	40 %
(iii) $\sin a-\cos a$의 값 구하기	20 %

3 $\triangle ABC$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{3\sqrt{2}}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=6$ $\cdots$ (i)

$\triangle BCD$에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=2\sqrt{3}$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
(ii) $\overline{CD}$의 길이 구하기	50 %

4 $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{1}{2}$ $\cdots$ (i)

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{BC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\cdots$ (ii)

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{DE}}{1}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{DE}=\sqrt{3}$ $\cdots$ (iii)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ADE-\triangle ABC$

$$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DE}-\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$$

$$=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{DE}$의 길이 구하기	20 %
(iv) 색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

천문학 속 수학 P. 20

답 **356000 km**

$\overline{AC}=6400$ km이므로

$\triangle ABC$에서 $\cos 89^\circ=\dfrac{6400}{\overline{AB}}=0.018$

$\therefore\ \overline{AB}=355555.55\cdots$(km)

따라서 백의 자리에서 반올림하면 356000 km이다.

1 길이 구하기

P. 24

개념 확인 (1) 30, 4 (2) 30, $4\sqrt{3}$

(1) $x=8\sin\boxed{30}^\circ=8\times\frac{1}{2}=\boxed{4}$

(2) $y=8\cos\boxed{30}^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{4\sqrt{3}}$

필수 문제 1 (1) 4.92 (2) 3.42

(1) $\overline{AB}=6\sin 55^\circ=6\times0.82=4.92$

(2) $\overline{BC}=6\cos 55^\circ=6\times0.57=3.42$

1-1 $x=5.12$, $y=6.16$

$x=8\cos 50^\circ=8\times0.64=5.12$

$y=8\sin 50^\circ=8\times0.77=6.16$

1-2 3.92 m

$\overline{BC}=2\tan 63^\circ=2\times1.96=3.92(\text{m})$

P. 25

필수 문제 2 (1) 3, $3\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{6}$

(1) △ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=\boxed{3}$,

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{3\sqrt{3}}$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\boxed{\sqrt{3}}$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2}=\boxed{2\sqrt{3}}$

(2) △BCH에서

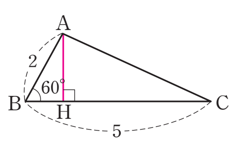
$\overline{CH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{4\sqrt{3}}$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 45^\circ}=\frac{\boxed{4\sqrt{3}}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\boxed{4\sqrt{6}}$

2-1 (1) $\sqrt{19}$ (2) $6\sqrt{3}$

(1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=2\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

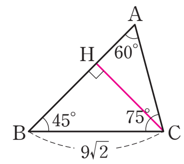
$\overline{BH}=2\cos 60^\circ=2\times\frac{1}{2}=1$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-1=4$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{19}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△BCH에서

$\overline{CH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9$

$\angle A=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$이므로

△AHC에서 $\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 60^\circ}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

P. 26

필수 문제 3 (1) 30, 45, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $6(\sqrt{3}-1)$

(2) 30, 60, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$

3-1 (1) $5(3-\sqrt{3})$ (2) $2(3+\sqrt{3})$

(1) $\overline{AH}=h$라고 하면

△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h$

△AHC에서 $\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $10=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$ $\quad\therefore h=10\times\frac{3}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $5(3-\sqrt{3})$이다.

(2) $\overline{AH}=h$라고 하면

△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h$

△ACH에서 $\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $4=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=4$ $\quad\therefore h=4\times\frac{3}{3-\sqrt{3}}=2(3+\sqrt{3})$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $2(3+\sqrt{3})$이다.

참고 **분모의 유리화**

분모가 무리수일 때, 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

(1) $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

(2) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{a-b}$

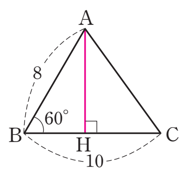
STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 27

1 7.98 **2** 8.9 m **3** $2\sqrt{21}$ **4** $3\sqrt{2}$ cm
5 $12(3-\sqrt{3})$ **6** $4(\sqrt{3}+1)\ \text{cm}^2$

1 $\angle C=180°-(25°+90°)=65°$이므로
$x=6\sin 65°=6\times 0.91=5.46$
$y=6\cos 65°=6\times 0.42=2.52$
$\therefore x+y=5.46+2.52=7.98$

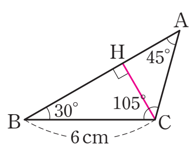
2 $\overline{BC}=10\tan 36°=10\times 0.73=7.3(\text{m})$
$\therefore$ (나무의 높이)$=\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=7.3+1.6=8.9(\text{m})$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
△ABH에서



$\overline{AH}=8\sin 60°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$
$\overline{BH}=8\cos 60°=8\times\frac{1}{2}=4$
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-4=6$
따라서 △AHC에서
$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{21}$

4 $\angle B=180°-(105°+45°)=30°$
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
△BCH에서



$\overline{CH}=6\sin 30°=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$
따라서 △AHC에서
$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 45°}=3\times\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

5 $\overline{AH}=h$라고 하면
△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 60°}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$
△AHC에서 $\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45°}=h$
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $24=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h$
$\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=24 \qquad \therefore h=24\times\frac{3}{\sqrt{3}+3}=12(3-\sqrt{3})$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $12(3-\sqrt{3})$이다.

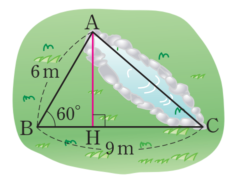
6 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면
△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 30°}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{cm})$
△ACH에서 $\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45°}=h(\text{cm})$
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $4=\sqrt{3}h-h$
$(\sqrt{3}-1)h=4 \qquad \therefore h=\frac{4}{\sqrt{3}-1}=2(\sqrt{3}+1)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 2(\sqrt{3}+1)=4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

한 번 더 연습 P. 28

1 $20\sqrt{3}$ m **2** $3\sqrt{7}$ m **3** $100\sqrt{6}$ m
4 $4(\sqrt{3}-1)$ km **5** $5\sqrt{3}$ m

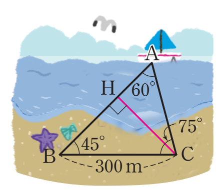
1 $\overline{AB}=20\tan 30°=20\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{m})$
$\overline{AC}=\frac{20}{\cos 30°}=20\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{40\sqrt{3}}{3}(\text{m})$
따라서 부러지기 전의 나무의 높이는
$\overline{AB}+\overline{AC}=\frac{20\sqrt{3}}{3}+\frac{40\sqrt{3}}{3}=\frac{60\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}(\text{m})$

2 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ABH에서



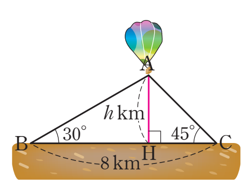
$\overline{AH}=6\sin 60°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{m})$
$\overline{BH}=6\cos 60°=6\times\frac{1}{2}=3(\text{m})$
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-3=6(\text{m})$
따라서 △AHC에서
$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=3\sqrt{7}(\text{m})$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △BCH에서



$\overline{CH}=300\sin 45°$
$\quad=300\times\frac{\sqrt{2}}{2}=150\sqrt{2}(\text{m})$
$\angle A=180°-(45°+75°)=60°$이므로
△AHC에서 $\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 60°}=150\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=100\sqrt{6}(\text{m})$

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$ km라고 하면
△ABH에서



$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 30°}$
$\quad=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{km})$
△AHC에서 $\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45°}=h(\text{km})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $8=\sqrt{3}h+h$

$(\sqrt{3}+1)h=8 \qquad \therefore h=\dfrac{8}{\sqrt{3}+1}=4(\sqrt{3}-1)$

따라서 지면에서 열기구의 A 지점까지의 높이는 $4(\sqrt{3}-1)$ km이다.

5 $\overline{AD}=h$ m라고 하면

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\dfrac{h}{\tan 30^\circ}=h\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{m})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CD}=\dfrac{h}{\tan 60^\circ}=\dfrac{h}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로 $10=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=10 \qquad \therefore h=5\sqrt{3}$

따라서 탑의 높이 $\overline{AD}$는 $5\sqrt{3}$ m이다.

2 넓이 구하기

P. 29

필수 문제 1 (1) $14\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (2) $\dfrac{35\sqrt{3}}{4}\,\text{cm}^2$

(1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times7\times8\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times7\times8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times7\times5\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times7\times5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{35\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

1-1 **10 cm**

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times12\times\sin 60^\circ=30\sqrt{3}$에서

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3},\ 3\sqrt{3}\,\overline{AB}=30\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=10(\text{cm})$

1-2 (1) $\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $4\sqrt{3}$

(1) $\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

(2) $\triangle BCD=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

(3) $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

P. 30

개념 확인 $\dfrac{1}{2}ab\sin x,\ ab\sin x$

필수 문제 2 (1) $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

(1) $\square ABCD=3\times4\times\sin 45^\circ$

$=3\times4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=6\times5\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=6\times5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

2-1 (1) $24\sqrt{3}$ (2) 18

(1) $\angle A=360^\circ-(60^\circ+120^\circ+60^\circ)=120^\circ$

즉, $\square ABCD$는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\therefore \square ABCD=6\times8\times\sin 60^\circ=6\times8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$

(2) $\square ABCD$는 네 변의 길이가 같으므로 마름모, 즉 평행사변형이다.

$\therefore \square ABCD=6\times6\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=6\times6\times\dfrac{1}{2}=18$

2-2 $4\sqrt{2}$ **cm**

$\square ABCD=\overline{AB}\times4\times\sin 60^\circ=8\sqrt{6}$에서

$\overline{AB}\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{6},\ 2\sqrt{3}\,\overline{AB}=8\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

P. 31

개념 확인 $ab\sin x,\ \dfrac{1}{2}ab\sin x$

필수 문제 3 (1) $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

(1) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times10\times12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times10\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

3-1 (1) $6\sqrt{2}$ (2) 27

(1) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

(2) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times12\times9\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times9\times\dfrac{1}{2}=27$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 32

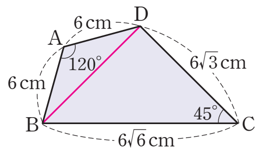
1 30°　　2 $(9\sqrt{3}+54)\,\text{cm}^2$
3 $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$　　4 $10\,\text{cm}$　　5 $(4\pi-3\sqrt{3})\,\text{cm}^2$
6 $(6\pi-4\sqrt{2})\,\text{cm}^2$

1 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 8\times \sin B=8$에서

$\sin B=\dfrac{1}{2}$

이때 $0^\circ<\angle B<90^\circ$이므로 $\angle B=30^\circ$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

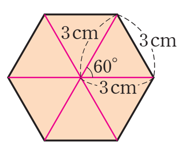
$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$\quad+\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{6}\times 6\sqrt{3}\times \sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{6}\times 6\sqrt{3}\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=9\sqrt{3}+54(\text{cm}^2)$

3 정육각형은 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어지므로



(정육각형의 넓이)

$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\times \sin 60^\circ\right)$

$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\dfrac{27\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

4 마름모의 한 변의 길이를 a cm라고 하면

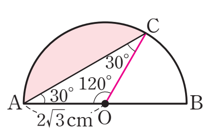
$\square ABCD=a\times a\times \sin(180^\circ-135^\circ)=50\sqrt{2}$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^2=50\sqrt{2}$, $a^2=100$

이때 $a>0$이므로 $a=10$

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 10 cm이다.

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

$\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

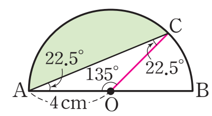
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$\quad=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-$($\triangle AOC$의 넓이)

$\quad=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}-\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$\quad=4\pi-\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\pi-3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=22.5^\circ$

$\angle AOC=180^\circ-(22.5^\circ+22.5^\circ)=135^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$\quad=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-$($\triangle AOC$의 넓이)

$\quad=\pi\times 4^2\times\dfrac{135}{360}-\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$\quad=6\pi-\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\pi-4\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 33~35

1 ③　　2 ③　　3 $(30+10\sqrt{3})\,\text{m}$
4 16초　　5 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　　6 $\sqrt{34}\,\text{cm}$
7 $(20\sqrt{3}+20)\,\text{m}$　　8 $45\,\text{m}$　　9 ①
10 ②　　11 ①　　12 $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
13 $(8+6\sqrt{2})\,\text{cm}^2$　　14 ③　　15 $\dfrac{12\sqrt{3}}{5}\,\text{cm}$
16 45°　　17 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　　18 $8\,\text{cm}$

1 $\angle A=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{10}{\sin 50^\circ}=\dfrac{10}{\cos 40^\circ}$

$\overline{BC}=\dfrac{10}{\tan 50^\circ}=10\tan 40^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

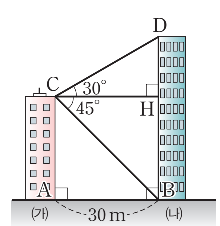
2 $\triangle AHB$에서

$\overline{AH}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=12\cos 60^\circ=12\times\dfrac{1}{2}=6(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

3 오른쪽 그림에서



$\overline{CH}=\overline{AB}=30$ m이므로

$\triangle DCH$에서

$\overline{DH}=30\tan 30^\circ$

$\quad=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\quad=10\sqrt{3}(\text{m})$

$\triangle CBH$에서

$\overline{BH}=30\tan 45^\circ=30(\text{m})$

$\therefore$ ((나) 건물의 높이)$=\overline{BH}+\overline{DH}=30+10\sqrt{3}(\text{m})$

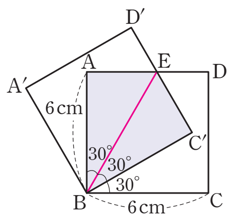
4 $\angle ACB=3^\circ$(엇각)이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\dfrac{200}{\sin 3^\circ}=\dfrac{200}{0.05}=4000(\text{m})$

따라서 착륙하는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{4000}{250}=16$(초)

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\triangle ABE$와 $\triangle C'BE$에서

$\angle A=\angle C'=90^\circ$,

$\overline{BE}$는 공통,

$\overline{AB}=\overline{C'B}$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle C'BE$(RHS 합동)

$\therefore \angle ABE=\angle C'BE$

$=\dfrac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)=30^\circ$

$\triangle ABE$에서

$\overline{AE}=6\tan 30^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

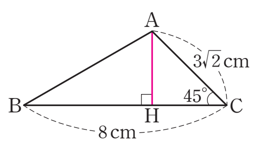
$\triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

따라서 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이는

$\square ABC'E=2\triangle ABE$

$=2\times 6\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

6 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3(\text{cm})$

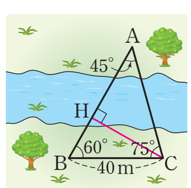
$\overline{CH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=8-3=5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}(\text{cm})$

7 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle BCH$에서

$\overline{BH}=40\cos 60^\circ=40\times\dfrac{1}{2}=20(\text{m})$

$\overline{CH}=40\sin 60^\circ$

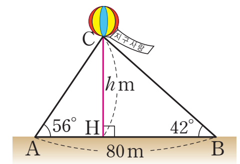
$=40\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}(\text{m})$

$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=\dfrac{20\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=20\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=20\sqrt{3}+20(\text{m})$

8 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{CH}=h$ m라고 하면



$\triangle CAH$에서

$\overline{AH}=\dfrac{h}{\tan 56^\circ}=h\div 1.5=\dfrac{2}{3}h(\text{m})$

$\triangle CHB$에서

$\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 42^\circ}=h\div 0.9=\dfrac{10}{9}h(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로 $80=\dfrac{2}{3}h+\dfrac{10}{9}h$

$\dfrac{16}{9}h=80 \qquad \therefore h=45$

따라서 지면에서 대형 풍선의 C 지점까지의 높이는 45 m이다.

9 $\overline{AH}=h$ m라고 하면

$\triangle ABH$에서

$\angle BAH=180^\circ-(24^\circ+90^\circ)=66^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 66^\circ(\text{m})$

$\triangle ACH$에서

$\angle CAH=180^\circ-(32^\circ+90^\circ)=58^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 58^\circ(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$5=h\tan 66^\circ-h\tan 58^\circ$

$(\tan 66^\circ-\tan 58^\circ)h=5 \qquad \therefore h=\dfrac{5}{\tan 66^\circ-\tan 58^\circ}$

$\therefore \overline{AH}=\dfrac{5}{\tan 66^\circ-\tan 58^\circ}$ m

참고 24°, 32°의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{AH}$를 구하면

$5=\dfrac{\overline{AH}}{\tan 24^\circ}-\dfrac{\overline{AH}}{\tan 32^\circ}$

$\therefore \overline{AH}=\dfrac{5\tan 24^\circ\tan 32^\circ}{\tan 32^\circ-\tan 24^\circ}(\text{m})$

10 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-135^\circ)=\dfrac{15\sqrt{2}}{4}$에서

$\dfrac{1}{2}\times 5\times\overline{BC}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{15\sqrt{2}}{4},\ \dfrac{5\sqrt{2}}{4}\overline{BC}=\dfrac{15\sqrt{2}}{4}$

$\therefore \overline{BC}=3(\text{cm})$

11 $\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

$\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

=(반원 O의 넓이)−($\triangle AOC$의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\pi\times 6^2-\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=18\pi-\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=18\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times12\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

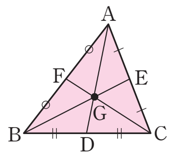
참고 **삼각형의 무게중심과 넓이**

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때

(1) $\triangle AFG=\triangle BGF=\triangle BDG$

$=\triangle CGD=\triangle CEG$

$=\triangle AGE=\frac{1}{6}\triangle ABC$



(2) $\triangle ABG=\triangle BCG=\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC$

13 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\frac{4}{\cos45^\circ}=4\times\frac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

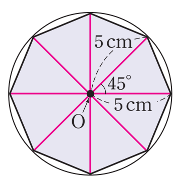
$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\sin45^\circ$

$+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\sin30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\frac{1}{2}$

$=8+6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

14 정팔각형은 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어지고 이등변삼각형의 꼭지각의 크기는 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$이므로



(정팔각형의 넓이)

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\times\sin45^\circ\right)$

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=50\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

15 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\overline{AD}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times x\times\sin30^\circ+\frac{1}{2}\times x\times4\times\sin30^\circ$

$\frac{1}{2}\times6\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times6\times x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times x\times4\times\frac{1}{2}$

$6\sqrt{3}=\frac{3}{2}x+x,\ \frac{5}{2}x=6\sqrt{3}\qquad\therefore x=\frac{12\sqrt{3}}{5}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ cm이다.

16 $\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=6\,\text{cm},\ \overline{BC}=\overline{AD}=8\,\text{cm}$

$\square ABCD=6\times8\times\sin B=24\sqrt{2}$

$\therefore \sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0^\circ<\angle B<90^\circ$이므로 $\angle B=45^\circ$

17 $\overline{BC}=\overline{AD}=6\,\text{cm}$이므로

$\square ABCD=4\times6\times\sin60^\circ$

$=4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times12\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

18 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=16\sqrt{3}$에서

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=16\sqrt{3},\ x^2=64$

이때 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 8 cm이다.

STEP 3 **쓱쓱 서술형 완성하기** **P. 36~37**

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 5.6 m　　유제 2 $12\sqrt{2}$

연습해 보자 1 $20\sqrt{61}$ m　　2 $40(3-\sqrt{3})$ m

3 $7\sqrt{3}$ cm²　　4 $\frac{3}{5}$

따라 해보자

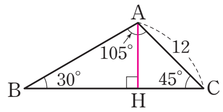
유제 1 1단계 $\overline{BC}=5\tan38^\circ=5\times0.78=3.9(\text{m})$ … (i)

2단계 따라서 나무의 높이는

$\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=3.9+1.7=5.6(\text{m})$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	60 %
(ii) 나무의 높이 구하기	40 %

유제 2 (1단계) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△AHC에서

$\overline{AH}=12\sin 45^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$ … (i)

(2단계) $\angle B=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$이므로

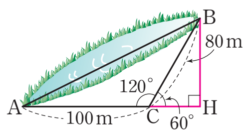
△ABH에서

$\overline{AB}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=6\sqrt{2}\times 2=12\sqrt{2}$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 길이 구하기	50 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	50 %

연습해 보자

1 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면 … (i)



$\angle BCH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

이므로

△BCH에서

$\overline{BH}=80\sin 60^\circ=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}$(m) … (ii)

$\overline{CH}=80\cos 60^\circ=80\times\frac{1}{2}=40$(m) … (iii)

△BAH에서

$\overline{AB}=\sqrt{(100+40)^2+(40\sqrt{3})^2}=20\sqrt{61}$(m)

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $20\sqrt{61}$ m이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	30 %
(iv) 두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	30 %

2 $\overline{AH}=h$ m라고 하면

△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$(m)

△AHC에서 $\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h$(m) … (i)

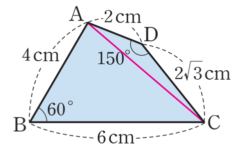
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $80=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h$ … (ii)

$\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=80$ $\quad\therefore h=80\times\frac{3}{\sqrt{3}+3}=40(3-\sqrt{3})$

따라서 송신탑의 높이 $\overline{AH}$는 $40(3-\sqrt{3})$ m이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이를 사용하여 나타내기	40 %
(ii) $\overline{BC}=80$ m임을 이용하여 식 세우기	40 %
(iii) 송신탑의 높이 $\overline{AH}$ 구하기	20 %

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



□ABCD=△ABC+△ACD

$=\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin 60^\circ$

$+\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$ … (i)

$=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$

$=6\sqrt{3}+\sqrt{3}=7\sqrt{3}$(cm²) … (ii)

채점 기준	비율
(i) □ABCD=△ABC+△ACD임을 이용하여 식 세우기	50 %
(ii) □ABCD의 넓이 구하기	50 %

4 $\overline{BM}=\overline{BN}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$(cm) … (i)

∴ □ABCD=△ABM+△MBN+△BCN+△MND

$=\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4\sqrt{5}\times\sin x$

$+\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times4\times4$

$=16+40\sin x+16+8$

$=40+40\sin x$(cm²) … (ii)

즉, $40+40\sin x=8\times8$이므로

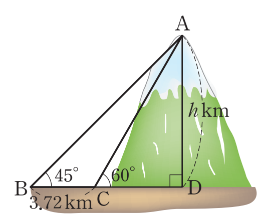
$40\sin x=24$ $\quad\therefore \sin x=\frac{3}{5}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BM}$, $\overline{BN}$의 길이 구하기	20 %
(ii) □ABCD의 넓이를 $\sin x$를 사용하여 나타내기	50 %
(iii) $\sin x$의 값 구하기	30 %

지리 속 수학 P. 38

답 **8.8 km**

$\overline{AD}=h$ km라고 하면



△ABD에서

$\overline{BD}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h$(km)

△ACD에서

$\overline{CD}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$(km)

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로

$3.72=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=3.72$

$\therefore h=3.72\times\frac{3}{3-\sqrt{3}}=1.86\times(3+\sqrt{3})$

$=1.86\times(3+1.732)=8.80152$

따라서 에베레스트산의 높이 $\overline{AD}$를 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 구하면 8.8 km이다.

1 원의 현

P. 42

개념 확인 OBM, RHS, $\overline{BM}$

필수 문제 1 8 cm

$\triangle OAM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=4(cm)$

이때 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8(cm)$

1-1 (1) 4 (2) $\sqrt{41}$ (3) 6

(1) $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(cm)$ $\therefore x=4$

(2) $\overline{AM}=\overline{BM}=5$ cm

따라서 $\triangle OAM$에서 $x=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$

(3) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8(cm)$

따라서 $\triangle OAM$에서 $x=\sqrt{10^2-8^2}=6$

1-2 $\frac{15}{2}$

$\overline{BM}=\overline{AM}=6$

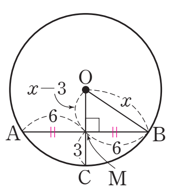
$\overline{OC}=\overline{OB}=x$(원의 반지름)이므로

$\overline{OM}=x-3$

따라서 $\triangle OMB$에서

$6^2+(x-3)^2=x^2$

$6x=45$ $\therefore x=\frac{15}{2}$



P. 43

개념 확인 OND, $\overline{DN}$, $\overline{CD}$

필수 문제 2 (1) 3 (2) 14

(1) $\overline{AB}=\overline{CD}=4$ cm이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=3$ cm $\therefore x=3$

(2) $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times7=14(cm)$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=14$ cm $\therefore x=14$

2-1 12 cm

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9(cm)$이므로

$\triangle AOM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{15^2-9^2}=12(cm)$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=12$ cm

필수 문제 3 50°

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

3-1 40°

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=70^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 44

1 (1) 13 (2) 6	**2** 8	**3** 8 cm
4 48 cm^2	**5** 15 cm	**6** 7 cm

1 (1) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12(cm)$

따라서 $\triangle OAM$에서 $x=\sqrt{12^2+5^2}=13$

(2) $\overline{AM}=\overline{BM}=4\sqrt{2}$ cm

$\overline{OC}=\overline{OA}=x$ cm(원의 반지름)이므로

$\overline{OM}=x-4(cm)$

따라서 $\triangle OMA$에서 $(x-4)^2+(4\sqrt{2})^2=x^2$

$8x=48$ $\therefore x=6$

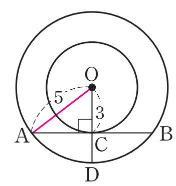
2 $\overline{AB}$가 작은 원의 접선이므로

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\triangle OAC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AC}=2\times4=8$



3 $\triangle AOM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8(cm)$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm

4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라고 하면

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

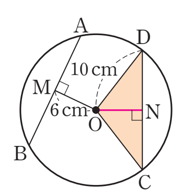
$\overline{ON}=\overline{OM}=6$ cm

$\triangle OND$에서

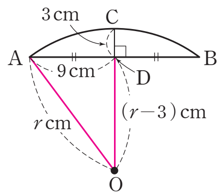
$\overline{DN}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$이므로

$\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times8=16(cm)$

$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times16\times6=48(cm^2)$



5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

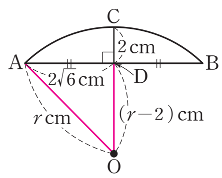
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-3)$ cm이므로

$\triangle AOD$에서 $9^2+(r-3)^2=r^2$

$6r=90 \qquad \therefore r=15$

따라서 원의 반지름의 길이는 15 cm이다.

6 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-2)$ cm,

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{6}=2\sqrt{6}$(cm)이므로

$\triangle AOD$에서 $(2\sqrt{6})^2+(r-2)^2=r^2$

$4r=28 \qquad \therefore r=7$

따라서 원의 반지름의 길이는 7 cm이다.

2 원의 접선

P. 45~46

개념 확인 50°

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

$\square APBO$에서

$\angle x=360°-(90°+130°+90°)=50°$

필수 문제 1 55°

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

1-1 32°

$\angle PAC=90°$이므로

$\angle PAB=90°-16°=74°$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PBA=\angle PAB=74°$

$\therefore \angle x=180°-(74°+74°)=32°$

필수 문제 2 $2\sqrt{21}$ cm

$\overline{OC}=\overline{OA}=4$ cm(원의 반지름)이므로

$\overline{OP}=4+6=10$(cm)

$\angle PAO=90°$이므로 $\triangle PAO$에서

$\overline{PA}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$(cm)

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{21}$ cm

2-1 5 cm

$\overline{OB}=x$ cm라고 하면

$\overline{OC}=\overline{OB}=x$ cm(원의 반지름),

$\overline{PB}=\overline{PA}=12$ cm, $\angle PBO=90°$이므로

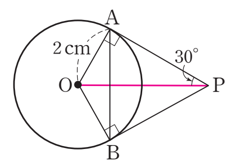
$\triangle PBO$에서 $12^2+x^2=(x+8)^2$

$16x=80 \qquad \therefore x=5$

따라서 $\overline{OB}$의 길이는 5 cm이다.

2-2 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $2\sqrt{3}$ cm

(1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)이므로

$\angle APO=\angle BPO$

$=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

따라서 $\triangle PAO$에서

$\overline{PA}=\frac{\overline{OA}}{\tan 30°}=2\times\frac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$(cm)

(2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\triangle PAB$에서

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 $\triangle PAB$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{PA}=2\sqrt{3}$ cm

필수 문제 3 11 cm

$\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{AC}+\overline{CF}$

$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=9+5+8=22$(cm)

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 22=11$(cm)

3-1 6 cm

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AC}=12-8=4$(cm)

$\overline{AD}=\overline{AE}=12$ cm이므로

$\overline{BF}=\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=12-10=2$(cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=2+4=6$(cm)

다른 풀이

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$이므로

$10+\overline{BC}+8=2\times 12 \qquad \therefore \overline{BC}=6$(cm)

P. 47

필수 문제 4 (1) 15 cm (2) 3 cm

(1) $2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=8+12+10=30(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\frac{1}{2}\times30=15(\text{cm})$

(2) $\overline{AD}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x\,\text{cm}$,

$\overline{BE}=\overline{BD}=(8-x)\,\text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=(10-x)\,\text{cm}$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $12=(8-x)+(10-x)$

$2x=6 \qquad \therefore\ x=3$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 3 cm이다.

4-1 3 cm

$\overline{BE}=\overline{BD}=5\,\text{cm}$이므로

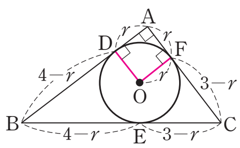
$\overline{CF}=\overline{CE}=9-5=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AF}=7-4=3(\text{cm})$

필수 문제 5 1

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



□ADOF는 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=r$,

$\overline{BE}=\overline{BD}=4-r$, $\overline{CE}=\overline{CF}=3-r$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $5=(4-r)+(3-r)$

$2r=2 \qquad \therefore\ r=1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 1이다.

다른 풀이

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로

원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3=6$에서

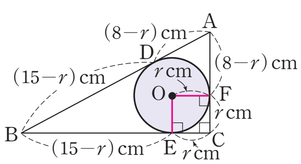
$\frac{1}{2}\times r\times(5+3+4)=6,\ 6r=6 \qquad \therefore\ r=1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 1이다.

5-1 $9\pi\,\text{cm}^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 □OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=r\,\text{cm}$,

$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-r)\,\text{cm}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=(15-r)\,\text{cm}$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $17=(8-r)+(15-r)$

$2r=6 \qquad \therefore\ r=3$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

P. 48

필수 문제 6 8

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$x+6=5+9 \qquad \therefore\ x=8$

6-1 2

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+8=(4+x)+12 \qquad \therefore\ x=2$

다른 풀이

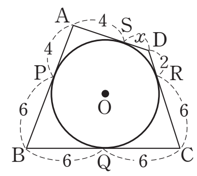
두 접선의 길이가 같음을 이용하여

$\overline{AP} \Rightarrow \overline{BP} \Rightarrow \overline{BQ} \Rightarrow \overline{CQ} \Rightarrow \overline{CR}$

$\Rightarrow \overline{DR} \Rightarrow x$

의 순서로 접선의 길이를 구하면

$x=\overline{DR}=2$



필수 문제 7 6 cm

$\triangle DEC$에서 $\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\overline{AD}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{BC}=\overline{AD}=x\,\text{cm}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=x-3(\text{cm})$

또 $\overline{AB}=\overline{CD}=4\,\text{cm}$

□ABED에서 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

$4+5=x+(x-3),\ 2x=12 \qquad \therefore\ x=6$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6 cm이다.

7-1 4

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$\overline{DE}=x$라고 하면 $\overline{BC}=\overline{AD}=8+x$

또 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$

□EBCD에서 $\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{BC}$이므로

$10+6=x+(8+x),\ 2x=8 \qquad \therefore\ x=4$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 4이다.

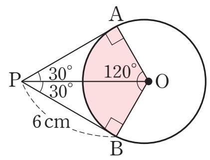
STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 49~50

1	$44°$	2	⑤	3	$\frac{5}{2}$	4	$6\sqrt{6}$ cm
5	$10\sqrt{2}$ cm	6	(1) 10 (2) 2			7	26 cm
8	42 cm	9	10 cm	10	13 cm		

1 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x=180°-(68°+68°)=44°$

2 ① $\overline{PA}=\overline{PB}=6\,\text{cm}$



② $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서

$\angle PAO=\angle PBO=90°$,

$\overline{OP}$는 공통,

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)

③ $\square APBO$에서

$\angle APB=360°-(90°+120°+90°)=60°$

이때 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$이므로

$\angle APO=\angle BPO$

$=\frac{1}{2}\angle APB=\frac{1}{2}\times60°=30°$

④ $\triangle PBO$에서

$\overline{OP}=\frac{\overline{PB}}{\cos 30°}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

⑤ $\triangle PBO$에서

$\overline{OB}=\overline{PB}\tan 30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$

$=4\pi(\text{cm}^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

3 $\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$이므로

$6+4+7=2\overline{PA}$ $\quad\therefore \overline{PA}=\frac{17}{2}(\text{cm})$

$\overline{CA}=\overline{PA}-\overline{PC}=\frac{17}{2}-6=\frac{5}{2}(\text{cm})$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

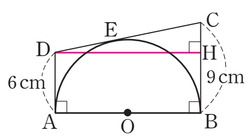
다른 풀이

$\overline{CE}=\overline{CA}=x\,\text{cm}$이므로 $\overline{DB}=\overline{DE}=(4-x)\,\text{cm}$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $6+x=7+(4-x)$

$2x=5$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

4 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-6=3(\text{cm})$

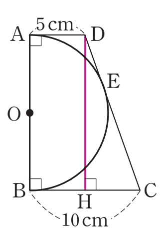
$\overline{CE}=\overline{CB}=9\,\text{cm}$, $\overline{DE}=\overline{DA}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=9+6=15(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서 $\overline{DH}=\sqrt{15^2-3^2}=6\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=6\sqrt{6}\,\text{cm}$

5 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-5=5(\text{cm})$

$\overline{CE}=\overline{CB}=10\,\text{cm}$, $\overline{DE}=\overline{DA}=5\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=10+5=15(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서 $\overline{DH}=\sqrt{15^2-5^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=10\sqrt{2}\,\text{cm}$

6 (1) $\overline{AF}=\overline{AD}=10-6=4(\text{cm})$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=8-4=4(\text{cm})$

이때 $\overline{BE}=\overline{BD}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=6+4=10(\text{cm})$

$\therefore x=10$

(2) $\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{OE}=x\,\text{cm}$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=(5-x)\,\text{cm}$,

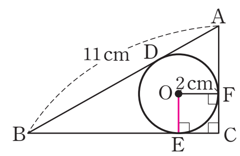
$\overline{CF}=\overline{CE}=(12-x)\,\text{cm}$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$13=(5-x)+(12-x)$

$2x=4$ $\quad\therefore x=2$

7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\square OECF$는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=2\,\text{cm}$

이때 $\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

$\overline{AF}+\overline{BE}=\overline{AD}+\overline{BD}=\overline{AB}=11\,\text{cm}$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{CE}+\overline{CF}+\overline{AF}$

$=\overline{AB}+(\overline{AF}+\overline{BE})+\overline{CE}+\overline{CF}$

$=11+11+2+2=26(\text{cm})$

8 $\overline{DR}=\overline{DS}=4\,\text{cm}$이므로 $\overline{CD}=6+4=10(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=11+10=21(\text{cm})$

이때 $\square ABCD$에서

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=21\,\text{cm}$

$\therefore$ ($\square ABCD$의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}$

$=21+21=42(\text{cm})$

9 $\overline{DE}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\square ABED$에서 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

$8+x=12+\overline{BE}$ $\quad\therefore \overline{BE}=x-4(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{AD}=12\,\text{cm}$이므로

$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-(x-4)=16-x(\text{cm})$

$\triangle DEC$에서 $(16-x)^2+8^2=x^2$

$32x=320$ $\quad\therefore x=10$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 10 cm이다.

다른 풀이

$\overline{AQ}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$이므로

$\overline{BR}=\overline{BQ}=4\,\text{cm}$, $\overline{AP}=\overline{AQ}=4\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DS}=\overline{DP}=12-4=8(\text{cm})$

$\overline{ES}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{ER}=\overline{ES}=x\,\text{cm}$

$\overline{CE}=\overline{BC}-(\overline{BR}+\overline{ER})=12-(4+x)=8-x(\text{cm})$

$\overline{DE}=\overline{DS}+\overline{ES}=8+x(\text{cm})$

$\triangle DEC$에서 $(8-x)^2+8^2=(8+x)^2$

$32x=64$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \overline{DE}=8+2=10(\text{cm})$

10 $\overline{BE}=x\,\text{cm}$라고 하면
□EBCD에서 $\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{BC}$이므로
$x+12=\overline{DE}+15 \qquad \therefore \overline{DE}=x-3(\text{cm})$
$\overline{AD}=\overline{BC}=15\,\text{cm}$이므로
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{DE}=15-(x-3)=18-x(\text{cm})$
△ABE에서 $(18-x)^2+12^2=x^2$
$36x=468 \qquad \therefore x=13$
따라서 $\overline{BE}$의 길이는 13 cm이다.

다른 풀이

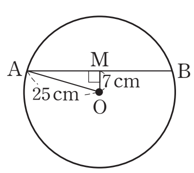
$\overline{DQ}=\overline{CQ}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$이므로
$\overline{DR}=\overline{DQ}=6\,\text{cm}$, $\overline{CP}=\overline{CQ}=6\,\text{cm}$
$\therefore \overline{BS}=\overline{BP}=15-6=9(\text{cm})$
$\overline{ES}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{ER}=\overline{ES}=x\,\text{cm}$
$\overline{AE}=\overline{AD}-(\overline{ER}+\overline{DR})=15-(x+6)=9-x(\text{cm})$
$\overline{BE}=\overline{BS}+\overline{ES}=9+x(\text{cm})$
△ABE에서 $(9-x)^2+12^2=(9+x)^2$
$36x=144 \qquad \therefore x=4$
$\therefore \overline{BE}=9+4=13(\text{cm})$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 51~53

1 ⑤	**2** ⑤	**3** ③	**4** ⑤
5 ②	**6** $x=3\sqrt{3}$, $y=3$		**7** $8\sqrt{11}\,\text{cm}$
8 ④	**9** ④	**10** 5 cm	**11** ①
12 $(36\sqrt{3}-12\pi)\,\text{cm}^2$		**13** 8 cm	**14** 2
15 ③	**16** $x=5$, $y=8$		**17** ③
18 18 cm			

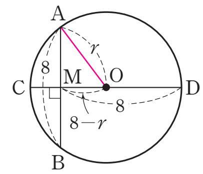
1 ⑤ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그을 수 있는 접선은 2개뿐이다.

2 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 25 cm인 원의 중심을 O라 하고, 점 O에서 7 cm 떨어진 현을 $\overline{AB}$라고 하면



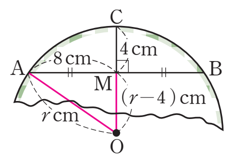
△AOM에서
$\overline{AM}=\sqrt{25^2-7^2}=24(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times24=48(\text{cm})$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



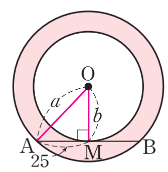
$\overline{OA}=\overline{OD}=r$, $\overline{OM}=8-r$
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$이므로
△AMO에서
$(8-r)^2+4^2=r^2$
$16r=80 \qquad \therefore r=5$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 5이다.

4 오른쪽 그림과 같이 원래 접시의 중심을 O라고 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원래 접시의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라고 하면
$\overline{OA}=r\,\text{cm}$, $\overline{OM}=(r-4)\,\text{cm}$이므로
△AOM에서
$8^2+(r-4)^2=r^2$
$8r=80 \qquad \therefore r=10$
따라서 원래 접시의 반지름의 길이는 10 cm이므로
(원래 접시의 둘레의 길이)$=2\pi\times10=20\pi(\text{cm})$

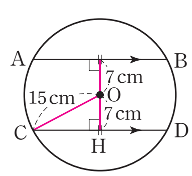
5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times50=25$
큰 원의 반지름의 길이를 a, 작은 원의 반지름의 길이를 b라고 하면
△OAM에서 $25^2+b^2=a^2 \qquad \therefore a^2-b^2=625$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=$(큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)
$=\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)$
$=625\pi$

6 △OCN에서 $\overline{CN}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$이므로
$\overline{DN}=\overline{CN}=3\sqrt{3} \qquad \therefore x=3\sqrt{3}$
$\therefore \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}=3 \qquad \therefore y=3$

7 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$까지의 거리는 같고 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로



$\overline{OH}=\frac{1}{2}\times14=7(\text{cm})$
$\overline{OC}$를 그으면 $\overline{OC}=\frac{1}{2}\times30=15(\text{cm})$이므로
△OCH에서
$\overline{CH}=\sqrt{15^2-7^2}=4\sqrt{11}(\text{cm})$
$\therefore \overline{CD}=2\overline{CH}=2\times4\sqrt{11}=8\sqrt{11}(\text{cm})$

8 □AMON에서

$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+130^\circ+90^\circ)=50^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, △ABC는 이등변삼각형이므로 $\angle ABC=\angle ACB$

$\therefore\ \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

9 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, △ABC는 정삼각형이므로 $\angle BAC=60^\circ$

$\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times5=10(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 원 O에서 $\overline{BC}=\overline{AB}=9\text{cm}$

원 O′에서 $\overline{PB}=\overline{PD}=4\text{cm}$

$\therefore\ \overline{PC}=\overline{BC}-\overline{PB}=9-4=5(\text{cm})$

11 $\overline{OC}=\overline{OA}=4\text{cm}$(원의 반지름)이므로

$\overline{OP}=4+2=6(\text{cm})$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 △PAO에서

$\overline{PA}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{5}\text{cm}$

12 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

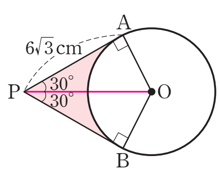
□APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

△PAO≡△PBO(RHS 합동)

이므로



$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

△PAO에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan30^\circ=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6(\text{cm})$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=□APBO−(부채꼴 AOB의 넓이)

=2△PAO−(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\right)-\pi\times6^2\times\frac{120}{360}$

$=36\sqrt{3}-12\pi(\text{cm}^2)$

13 △CPD에서

$\overline{CD}=\sqrt{20^2-16^2}=12(\text{cm})$

$\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PB}$이므로

$20+12+16=2\overline{PB}\qquad\therefore\ \overline{PB}=24(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{PB}-\overline{PD}=24-16=8(\text{cm})$

14 $\overline{AD}=\overline{AF}=x\text{cm}$,

$\overline{BE}=\overline{BD}=5\text{cm}$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=3\text{cm}$

이때 △ABC의 둘레의 길이가 20 cm이므로

$2(5+3+x)=20,\ 2x=4\qquad\therefore\ x=2$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OR}$를 그으면

□OQCR는 정사각형이므로

$\overline{CQ}=\overline{CR}=2\text{cm}$

$\overline{BP}=\overline{BQ}=6-2=4(\text{cm})$

$\overline{AP}=\overline{AR}=x\text{cm}$라고 하면

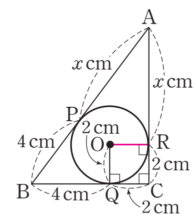
△ABC에서 $6^2+(x+2)^2=(x+4)^2$

$4x=24\qquad\therefore\ x=6$

$\therefore\ \overline{AB}=6+4=10(\text{cm})$,

$\overline{AC}=6+2=8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{AC}=10+8=18(\text{cm})$



16 □ABCD의 둘레의 길이가 24 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

$7+x=12$에서 $x=5$

$4+y=12$에서 $y=8$

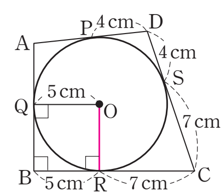
17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OR}$를 그으면

□QBRO는 정사각형이므로

$\overline{BR}=5\text{cm}$이고

$\overline{CS}=\overline{CR}=12-5=7(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DP}=\overline{DS}=11-7=4(\text{cm})$



18 $\overline{AE}=x\text{cm}$라고 하면

□AECD에서 $\overline{AE}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{CE}$이므로

$x+6=9+\overline{CE}\qquad\therefore\ \overline{CE}=x-3(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{AD}=9\text{cm}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=9-(x-3)=12-x(\text{cm})$

또 $\overline{AB}=\overline{CD}=6\text{cm}$

∴ (△ABE의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AE}$

$=6+(12-x)+x=18(\text{cm})$

다른 풀이

$\overline{DR}=\overline{DQ}=\overline{CQ}=\overline{CP}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$이므로

$\overline{AS}=\overline{AR}=\overline{BP}=9-3=6(\text{cm})$

∴ (△ABE의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AE}$

$=\overline{AB}+\overline{BE}+(\overline{ES}+\overline{AS})$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{EP})+\overline{AS}$

$=\overline{AB}+\overline{BP}+\overline{AS}$

$=6+6+6=18(\text{cm})$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 54~55

〈과정은 풀이 참조〉

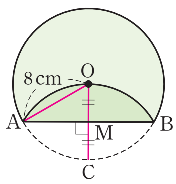
따라 해보자 유제 1 $8\sqrt{3}$ cm 유제 2 $(18+6\sqrt{2})$ cm

연습해 보자 1 $\frac{25}{2}$ 2 16π cm^2

3 30 cm 4 $(60-9\pi)$ cm^2

따라 해보자

유제 1 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면



$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 8$

$=4(\text{cm})$ … (i)

2단계 $\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA}=8$ cm이므로

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ii)

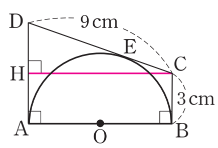
3단계 ∴ $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 점 O와 $\overline{AB}$ 사이의 거리 구하기	40 %
(ii) 점 A와 $\overline{AB}$의 중점 사이의 거리 구하기	30 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %

유제 2 1단계 $\overline{CE}=\overline{CB}=3$ cm이므로

$\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{CD}-\overline{CE}=9-3=6(\text{cm})$ … (i)

2단계 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}$

$=6-3=3(\text{cm})$

△DHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

∴ $\overline{AB}=\overline{HC}=6\sqrt{2}$ cm … (ii)

3단계 ∴ (□ABCD의 둘레의 길이)

$=6\sqrt{2}+3+9+6$

$=18+6\sqrt{2}(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
(iii) □ABCD의 둘레의 길이 구하기	20 %

연습해 보자

1 $\overline{BD}=\overline{AD}=10$ cm … (i)

$\overline{OC}=\overline{OB}=x$ cm(원의 반지름)이므로

$\overline{OD}=x-5(\text{cm})$ … (ii)

△ODB에서 $(x-5)^2+10^2=x^2$ … (iii)

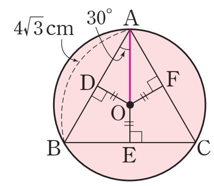
$10x=125$ ∴ $x=\frac{25}{2}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BD}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{OD}$의 길이를 x를 사용하여 나타내기	20 %
(iii) x에 대한 식 세우기	30 %
(iv) x의 값 구하기	20 %

2 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, △ABC는 정삼각형이므로



∠BAC$=60°$ … (i)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

△ADO와 △AFO에서

∠ADO$=$∠AFO$=90°$, $\overline{OA}$는 공통, $\overline{OD}=\overline{OF}$

즉, △ADO≡△AFO(RHS 합동)이므로

∠OAD$=$∠OAF$=\frac{1}{2}$∠BAC$=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

△ADO에서

$\overline{OA}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30°}=2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4(\text{cm})$ … (ii)

∴ (원 O의 넓이)$=\pi\times 4^2=16\pi(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠BAC의 크기 구하기	30 %
(ii) $\overline{OA}$의 길이 구하기	50 %
(iii) 원 O의 넓이 구하기	20 %

3 $\overline{OP}=\overline{OT}=8$ cm이므로

$\overline{OC}=8+9=17(\text{cm})$

∠CTO$=90°$이므로

△CTO에서

$\overline{CT}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$ … (i)

∴ $\overline{CT'}=\overline{CT}=15$ cm … (ii)

따라서 $\overline{AP}=\overline{AT}$, $\overline{BP}=\overline{BT'}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=\overline{AC}+(\overline{AP}+\overline{BP})+\overline{BC}$

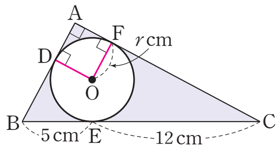
$=(\overline{AC}+\overline{AT})+(\overline{BT'}+\overline{BC})$

$=\overline{CT}+\overline{CT'}$

$=15+15=30(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CT}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{CT'}$의 길이 구하기	20 %
(iii) △ABC의 둘레의 길이 구하기	50 %

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



□ADOF는 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=5$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=12$ cm이므로

△ABC에서

$(r+5)^2+(r+12)^2=(5+12)^2$ … (i)

$2r^2+34r-120=0$, $r^2+17r-60=0$

$(r+20)(r-3)=0$

이때 $r>0$이므로 $r=3$ … (ii)

∴ (색칠한 부분의 넓이)=△ABC−(원 O의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(3+5)\times(3+12)-\pi\times3^2$

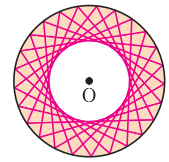
$=60-9\pi(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 원 O의 반지름의 길이를 구하는 식 세우기	40 %
(ii) 원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

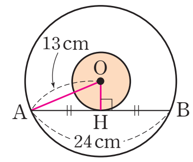
예술 속 수학 P. 56

답 **25π cm²**

한 원에서 길이가 같은 현들은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다. 이때 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점들의 모임이 원이므로 한 원에서 한 현을 원을 따라 한 바퀴 돌리면 현이 지나가지 않는 부분은 원 모양이 된다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

△OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{13^2-12^2}=5(\text{cm})$

따라서 원 O의 내부에서 나무 막대가 지나가지 않는 부분의 넓이는

$\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$

1 원주각

P. 60

개념 확인　이등변, AOB

필수 문제 1　(1) $60°$　(2) $80°$　(3) $110°$

$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$이므로

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 120°=60°$

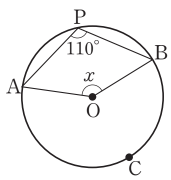
(2) $\angle x=2\times 40°=80°$

(3) $\angle x=2\times 55°=110°$

1-1　$140°$

오른쪽 그림에서 $\overparen{ACB}$에 대한 중심각의 크기가 $2\times 110°=220°$이므로

$\angle x=360°-220°=140°$



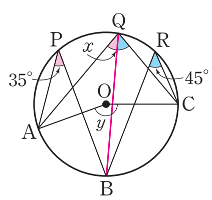
P. 61

필수 문제 2　(1) $\angle x=60°$, $\angle y=45°$
(2) $\angle x=80°$, $\angle y=160°$

(1) $\angle x=\angle DBC=60°$

$\angle y=\angle ADB=45°$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=35°$

$\angle BQC=\angle BRC=45°$

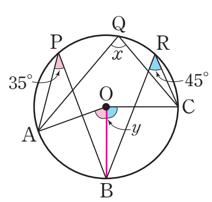
$\therefore\ \angle x=\angle AQB+\angle BQC$

$=35°+45°=80°$

$\therefore\ \angle y=2\angle x=2\times 80°=160°$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle APB$

$=2\times 35°=70°$

$\angle BOC=2\angle BRC$

$=2\times 45°=90°$

$\therefore\ \angle y=\angle AOB+\angle BOC$

$=70°+90°=160°$

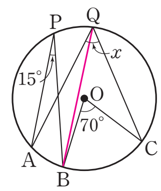
$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle y=\frac{1}{2}\times 160°=80°$

2-1　(1) $78°$　(2) $50°$

(1) $\angle AQB=\angle APB=50°$이므로

$\triangle QRB$에서 $\angle x=50°+28°=78°$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=15°$

$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 70°=35°$

$\therefore\ \angle x=\angle AQB+\angle BQC$

$=15°+35°=50°$

필수 문제 3　(1) $34°$　(2) $30°$

(1) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

$\therefore\ \angle DCB=\angle ACB-\angle ACD$

$=90°-56°=34°$

$\therefore\ \angle x=\angle DCB=34°$

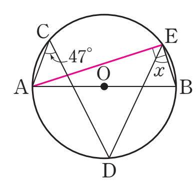
(2) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle DOB=\frac{1}{2}\times 120°=60°$

$\therefore\ \angle x=\angle ACB-\angle DCB=90°-60°=30°$

3-1　$43°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle AEB=90°$

$\angle AED=\angle ACD=47°$

$\therefore\ \angle x=\angle AEB-\angle AED$

$=90°-47°=43°$

P. 62

개념 확인　AOB, CQD

필수 문제 4　(1) 30　(2) 9　(3) 24

(1) 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$x=30$

(2) 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 같으므로

$x=9$

(3) 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$8 : x=25° : 75°$　$\therefore\ x=24$

4-1 $54°$

$\angle ACD=\angle ABD=56°$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle BDC=35°$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle CAD=180°-(35°+35°+56°)=54°$

4-2 $\angle x=40°$, $\angle y=60°$, $\angle z=80°$

$\angle x:\angle y:\angle z=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3:4$이고

$\angle x+\angle y+\angle z=180°$이므로

$\angle x=180°\times\dfrac{2}{2+3+4}=40°$,

$\angle y=180°\times\dfrac{3}{2+3+4}=60°$,

$\angle z=180°\times\dfrac{4}{2+3+4}=80°$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 63~64

1 (1) $50°$ (2) $105°$	**2** $4\,cm^2$	**3** $110°$
4 $70°$	**5** (1) $35°$ (2) $70°$	**6** ㄴ, ㄷ
7 $10\,cm$	**8** $60°$	**9** $67°$
10 $64°$		

1 (1) $\angle x=\dfrac{1}{2}\times(360°-260°)=50°$

(2) $\angle x=\dfrac{1}{2}\times(360°-150°)=105°$

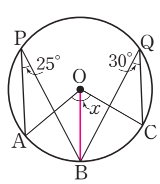
2 $\angle AOB=2\angle APB=2\times75°=150°$

이때 $\overline{OA}=\overline{OB}=4\,cm$이므로

$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180°-150°)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{1}{2}=4(cm^2)$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle APB=2\times25°=50°$

$\angle BOC=2\angle BQC=2\times30°=60°$

$\therefore\ \angle x=\angle AOB+\angle BOC$

$=50°+60°=110°$

4 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360°-(90°+40°+90°)=140°$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times140°=70°$

5 (1) $\angle CAD=\angle CBD=50°$이므로

$\triangle APD$에서 $\angle x+50°=85°$

$\therefore\ \angle x=35°$

(2) $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCD=90°$

$\triangle BCD$에서 $\angle BDC=180°-(20°+90°)=70°$

$\therefore\ \angle x=\angle BDC=70°$

6 ㄱ. 알 수 없다.

ㄴ. $\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{CQ}$이므로 $\angle ABP=\angle CDQ$

ㄷ. $\angle APB=\angle CQD$, $\angle ABP=\angle CDQ$이므로

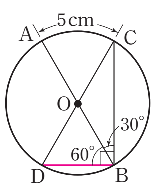
$\angle BAP=180°-(\angle APB+\angle ABP)$

$=180°-(\angle CQD+\angle CDQ)$

$=\angle DCQ$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\overline{CD}$가 원 O의 지름이므로

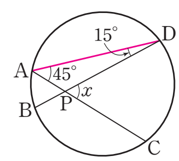
$\angle CBD=90°$

$\therefore\ \angle ABD=90°-30°=60°$

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AD}=\angle ABC:\angle ABD$이므로

$5:\overset{\frown}{AD}=30°:60°$ $\quad\therefore\ \overset{\frown}{AD}=10(cm)$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기)

$=\angle ADB=180°\times\dfrac{1}{12}=15°$

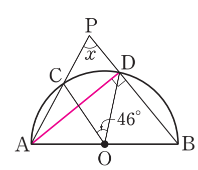
($\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기)

$=\angle CAD=180°\times\dfrac{1}{4}=45°$

따라서 $\triangle APD$에서

$\angle x=45°+15°=60°$

9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90°$

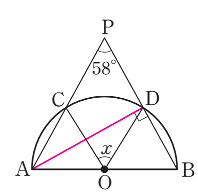
$\angle CAD=\dfrac{1}{2}\angle COD$

$=\dfrac{1}{2}\times46°=23°$

따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle x=180°-(23°+90°)=67°$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90°$

$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=180°-(58°+90°)=32°$

$\therefore\ \angle x=2\angle CAD=2\times32°=64°$

2 원주각의 여러 성질

P. 65

개념 확인 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $\overline{CD}$에 대하여 $\angle CAD=\angle CBD=45°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

ㄴ. $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

ㄷ. $\triangle DBC$에서 $\angle BDC=180°-(50°+60°)=70°$
즉, $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BAC=\angle BDC=70°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

필수 문제 1 (1) 100° (2) 40°

(1) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle BDC=\angle BAC=40°$
$\triangle DEC$에서 $\angle x=40°+60°=100°$

(2) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle DBC=\angle DAC=70°$
$\triangle DEB$에서 $\angle x+30°=70°$
$\therefore \angle x=40°$

1-1 20°

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle BDC=\angle BAC=50°$
$\triangle DEC$에서 $\angle x+50°=70°$
$\therefore \angle x=20°$

1-2 75°

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle ADB=\angle ACB=45°$
$\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB$
$=120°-45°=75°$
$\therefore \angle x=\angle BDC=75°$

P. 66

개념 확인 x, y, 360, 180

필수 문제 2 (1) $\angle x=100°$, $\angle y=70°$
(2) $\angle x=85°$, $\angle y=95°$
(3) $\angle x=100°$, $\angle y=86°$

□ABCD가 원에 내접하므로

(1) $\angle x+80°=180°$에서
$\angle x=100°$
$\angle y+110°=180°$에서
$\angle y=70°$

(2) $\triangle ABC$에서
$\angle x=180°-(45°+50°)=85°$
$\angle x+\angle y=180°$에서
$\angle y=180°-85°=95°$

(3) $\angle x=\angle BAD=100°$
$\angle y=\angle ADE=86°$

2-1 (1) $\angle x=45°$, $\angle y=85°$
(2) $\angle x=80°$, $\angle y=80°$
(3) $\angle x=55°$, $\angle y=110°$

(1) $\angle x=\angle CBD=45°$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD+\angle y=180°$에서
$\angle y=180°-(50°+45°)=85°$

다른 풀이

$\angle x=\angle CBD=45°$
$\angle BDC=\angle BAC=50°$이므로
$\triangle BCD$에서 $\angle y=180°-(50°+45°)=85°$

(2) $\triangle BCD$에서 $\angle x=38°+42°=80°$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle y=\angle x=80°$

(3) □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle BCE=55°$
$\angle y=2\angle x=2\times55°=110°$

2-2 65°

$\triangle APB$에서
$30°+\angle PAB=95°$ $\therefore \angle PAB=65°$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle PAB=65°$

다른 풀이

□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC+95°=180°$ $\therefore \angle ADC=85°$
따라서 $\triangle PCD$에서 $\angle x=180°-(30°+85°)=65°$

P. 67

필수 문제 3 ①, ④

① $\angle A+\angle C=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\angle BAC+40°=110°$ $\therefore \angle BAC=70°$
즉, $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ $\angle BAD=180°-75°=105°$
즉, $\angle BAD\neq\angle DCE$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

④ 등변사다리꼴이므로 원에 내접한다.

⑤ $\angle A+\angle C\neq180°$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ①, ④이다.

3-1 ③, ④

③ $\angle A+\angle BCD=75^\circ+105^\circ=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle A=\angle DCE=75^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

3-2 115°

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

□ABCD가 원에 내접하려면

$\angle B+\angle D=180^\circ$이어야 하므로

$\angle D=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 68~69

1 ⑤ **2** 85°

3 (1) $\angle x=64^\circ$, $\angle y=86^\circ$ (2) $\angle x=60^\circ$, $\angle y=25^\circ$

(3) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=110^\circ$

4 105° **5** 45° **6** ⑤

7 (1) 84° (2) 75° **8** 65° **9** 56°

1 ① $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

② △DPB에서 $\angle DBC=30^\circ+35^\circ=65^\circ$

즉, $\angle DAC\neq\angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

③ $\angle BDC+80^\circ=110^\circ$ $\therefore\ \angle BDC=30^\circ$

즉, $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

④ $\angle BDC+30^\circ=120^\circ$ $\therefore\ \angle BDC=90^\circ$

즉, $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

⑤ $\angle ABD=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$

즉, $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ⑤이다.

2 $\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

즉, $\angle ADB=\angle ACB=35^\circ$이고

△ABD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle ABD=\angle ADB=35^\circ$

따라서 △ABP에서

$\angle x=50^\circ+35^\circ=85^\circ$

3 (1) △APB에서

$\angle ABP+30^\circ=94^\circ$ $\therefore\ \angle ABP=64^\circ$

이때 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle ABP=64^\circ$

또 $94^\circ+\angle y=180^\circ$ $\therefore\ \angle y=86^\circ$

다른 풀이

□ABCD가 원에 내접하므로

$94^\circ+\angle y=180^\circ$ $\therefore\ \angle y=86^\circ$

따라서 △DPC에서

$\angle x=180^\circ-(30^\circ+86^\circ)=64^\circ$

(2) $\angle BDC=\angle BAC=40^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABE=100^\circ$에서

$\angle x+40^\circ=100^\circ$ $\therefore\ \angle x=60^\circ$

또 $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$에서

$40^\circ+\angle y+115^\circ=180^\circ$ $\therefore\ \angle y=25^\circ$

(3) $\overline{BC}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle BAC=90^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD=130^\circ$에서

$90^\circ+\angle x=130^\circ$ $\therefore\ \angle x=40^\circ$

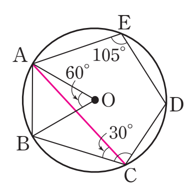
△ABC에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$

따라서 □ABCD에서

$70^\circ+\angle y=180^\circ$ $\therefore\ \angle y=110^\circ$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

□ACDE가 원 O에 내접하므로

$105^\circ+\angle ACD=180^\circ$ $\therefore\ \angle ACD=75^\circ$

$\therefore\ \angle BCD=\angle ACB+\angle ACD$

$=30^\circ+75^\circ=105^\circ$

5 △APD에서

$\angle PAD+35^\circ=75^\circ$ $\therefore\ \angle PAD=40^\circ$

□ABCD가 원에 내접하려면

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이어야 하므로

$(\angle x+40^\circ)+95^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=45^\circ$

6 ② $\angle PAB+\angle PDC=\angle PAB+\angle PQB=180^\circ$

③ $\angle PAB=\angle PQC=\angle PDE$

④ $\angle PAB=\angle PDE$(엇각)이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

7 (1) □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC = \angle PAB = 96°$
또 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle x + \angle PQC = 180°$
$\therefore\ \angle x = 180° - 96° = 84°$
(2) □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQD = \angle PAB = 75°$
$\therefore\ \angle x = \angle PQD = 75°$

8 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDQ = \angle ABC = \angle x$
△PBC에서
$\angle PCQ = \angle x + 30°$
△DCQ에서
$\angle x + (\angle x + 30°) + 20° = 180°$
$2\angle x = 130°$ $\therefore\ \angle x = 65°$

9 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle QAB = \angle DCB = \angle x$
△PBC에서 $\angle PBQ = \angle x + 24°$
△AQB에서 $\angle x + 44° + (\angle x + 24°) = 180°$
$2\angle x = 112°$ $\therefore\ \angle x = 56°$

3 원의 접선과 현이 이루는 각

P. 70

개념 확인 90, 90, 90

필수 문제 1 (1) $\angle x = 30°$, $\angle y = 115°$
(2) $\angle x = 64°$, $\angle y = 52°$
(3) $\angle x = 35°$, $\angle y = 35°$
(2) $\angle BCA = \angle BAT = 64°$
△ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle x = \angle BCA = 64°$
따라서 △ABC에서
$\angle y = 180° - (64° + 64°) = 52°$
(3) △CDA에서 $45° + \angle x = 80°$
$\therefore\ \angle x = 35°$
$\therefore\ \angle y = \angle x = 35°$

1-1 20°
$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC = 90°$
$\angle BCA = \angle BAT = 70°$
따라서 △ACB에서
$\angle ABC = 180° - (90° + 70°) = 20°$

P. 71

개념 확인 (1) BTQ, DCT
(2) CTQ, BAT

필수 문제 2 (1) 70° (2) 70° (3) 70° (4) $\overline{CD}$
(1) $\angle ATP = \angle ABT = 70°$
(2) $\angle CTQ = \angle ATP = 70°$(맞꼭지각)
(3) $\angle CDT = \angle CTQ = 70°$
(4) $\angle ABT = \angle CDT$, 즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}$와 평행한 선분은 $\overline{CD}$이다.

2-1 $\angle x = 50°$, $\angle y = 50°$
$\angle x = \angle ATP = 50°$
$\angle y = \angle DTP = 50°$

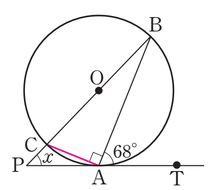
STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 72

1 64° **2** ③ **3** 46° **4** 63°
5 65°

1 $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 128° = 64°$
$\therefore\ \angle x = \angle ACB = 64°$

2 □ABCD가 원에 내접하므로
$105° + \angle BCD = 180°$ $\therefore\ \angle BCD = 75°$
△BCD에서
$\angle DBC = 180° - (75° + 44°) = 61°$
$\therefore\ \angle x = \angle DBC = 61°$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BAC = 90°$
$\angle BCA = \angle BAT = 68°$
△ABC에서
$\angle ABC = 180° - (90° + 68°) = 22°$
따라서 △ABP에서
$\angle x + 22° = 68°$ $\therefore\ \angle x = 46°$



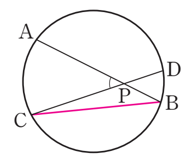
4 △BED는 $\overline{BD} = \overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DEB = \frac{1}{2} \times (180° - 46°) = 67°$
$\therefore\ \angle DFE = \angle DEB = 67°$
따라서 △DEF에서
$\angle x = 180° - (50° + 67°) = 63°$

개념편

5 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle CDT = \angle ABC = 60°$
$\therefore \ \angle CTQ = \angle CDT = 60°$
$\therefore \ \angle ATB = 180° - (60° + 55°) = 65°$

6 $\overline{PA}$가 원 O의 지름이므로 $\angle PCA = 90°$
△PAC에서 $\angle APC = 180° - (50° + 90°) = 40°$
이때 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle APB = \angle BPC = \frac{1}{2}\angle APC = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$
따라서 △PAQ에서 $\angle x = 50° + 20° = 70°$

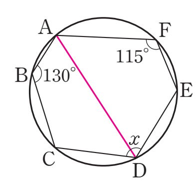
7 ($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기)$= \frac{1}{2}\angle AOB$
$= \frac{1}{2} \times 110° = 55°$
호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$10 : 4 = 55° : \angle CED \qquad \therefore \ \angle CED = 22°$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면


△PCB에서
$\angle APC = \angle PBC + \angle PCB$
이때 원의 둘레의 길이는
$2\pi \times 8 = 16\pi$(cm)이므로
$(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$: (원의 둘레의 길이)$= \angle APC : 180°$에서
$4\pi : 16\pi = \angle APC : 180°$
$\therefore \ \angle APC = 45°$

9 ① $\angle ACB = \angle ADB = 30°$
② △ABC에서 $\angle BAC = 180° - (75° + 40°) = 65°$
$\therefore \ \angle BAC = \angle BDC$
③ $\angle BAC = \angle BDC = 90°$
④ $\angle BAC = \angle BDC$ 또는 $\angle ABD = \angle ACD$임을 알 수 없다.
⑤ $\angle ABD = 180° - (80° + 60°) = 40°$
$\therefore \ \angle ABD = \angle ACD = 40°$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ④이다.

10 △OBC에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\angle OCB = \angle OBC = 40°$
$\angle BOC = 180° - (40° + 40°) = 100°$
$\therefore \ \angle x = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle y = \angle BAD = 50° + 30° = 80°$
$\therefore \ \angle x + \angle y = 50° + 80° = 130°$

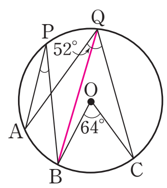
11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면


□ABCD가 원에 내접하므로
$130° + \angle ADC = 180°$
$\therefore \ \angle ADC = 50°$
□ADEF가 원에 내접하므로
$\angle ADE + 115° = 180°$
$\therefore \ \angle ADE = 65°$
$\therefore \ \angle x = \angle ADC + \angle ADE = 50° + 65° = 115°$

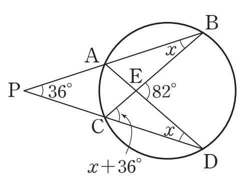
STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 73~75

1 ⑤	**2** ①	**3** ①	**4** 114°	**5** $\frac{\sqrt{7}}{4}$
6 70°	**7** 22°	**8** ③	**9** ④	**10** ③
11 ②	**12** 160°	**13** ㄱ, ㄹ, ㅂ		
14 $\angle x = 35°$, $\angle y = 80°$		**15** 60°	**16** ③	
17 ⑤	**18** 38°	**19** 62°	**20** ④	

1 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 50° = 100°$이고
△OAB에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$이므로
$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180° - 100°) = 40°$

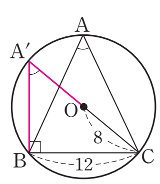
2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면


$\angle BQC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$
이므로
$\angle AQB = \angle AQC - \angle BQC$
$= 52° - 32° = 20°$
$\therefore \ \angle APB = \angle AQB = 20°$

3 $\angle ADC = \angle ABC = \angle x$


△BPC에서 $\angle BCD = \angle x + 36°$
△ECD에서
$(\angle x + 36°) + \angle x = 82°$
$2\angle x = 46° \qquad \therefore \ \angle x = 23°$

4 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90°$
△ABC에서 $\angle CBA = 180° - (32° + 90°) = 58°$
$\angle BDC = \angle BAC = 32°$이므로
△DBP에서 $32° + \angle DBP = 88°$
$\therefore \ \angle DBP = 56°$
$\therefore \ \angle CBD = \angle CBA + \angle DBP = 58° + 56° = 114°$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'B}$를 그으면 $\overline{A'C}$가 원 O의 지름이므로


$\angle A'BC = 90°$
$\overline{A'C} = 2 \times 8 = 16$이므로
△A′BC에서 $\overline{A'B} = \sqrt{16^2 - 12^2} = 4\sqrt{7}$
$\therefore \ \cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = \frac{4\sqrt{7}}{16} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

12 □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC=\angle PAB=100^\circ$
□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$100^\circ+\angle PDC=180^\circ$ $\therefore\ \angle PDC=80^\circ$
$\therefore\ \angle PO'C=2\angle PDC=2\times80^\circ=160^\circ$

13 ㄱ. 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
ㄹ. $\overline{BC}$에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같으므로 □ABCD는 원에 내접한다.
ㅂ. 한 외각의 크기가 그 외각과 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같으므로 □ABCD는 원에 내접한다.
따라서 □ABCD가 원에 내접하도록 하는 조건으로 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

14 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle BAC=\angle BDC=65^\circ$
$\angle BAD=\angle DCE$에서 $65^\circ+\angle x=100^\circ$
$\therefore\ \angle x=35^\circ$
$\angle DBC=\angle x=35^\circ$이므로
△PBC에서 $\angle y=35^\circ+45^\circ=80^\circ$

15 $\angle CBT=\angle CAB=180^\circ\times\dfrac{5}{4+5+6}=60^\circ$

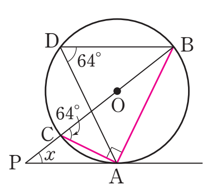
16 $\angle BDA=\angle BAT=75^\circ$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$95^\circ+\angle DAB=180^\circ$ $\therefore\ \angle DAB=85^\circ$
△BDA에서
$\angle ABD=180^\circ-(75^\circ+85^\circ)=20^\circ$

17 $\angle ABP=\angle ADB=38^\circ$이고
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle DAB+108^\circ=180^\circ$ $\therefore\ \angle DAB=72^\circ$
△APB에서 $\angle x+38^\circ=72^\circ$ $\therefore\ \angle x=34^\circ$

다른 풀이

$\angle DBP=\angle DCB=108^\circ$이므로
△DPB에서 $\angle x=180^\circ-(38^\circ+108^\circ)=34^\circ$

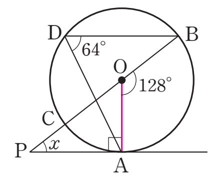
18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BAC=90^\circ$
$\angle BCA=\angle BDA=64^\circ$
△BCA에서
$\angle CBA=180^\circ-(90^\circ+64^\circ)=26^\circ$
$\therefore\ \angle CAP=\angle CBA=26^\circ$
따라서 △CPA에서 $\angle x+26^\circ=64^\circ$
$\therefore\ \angle x=38^\circ$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle BOA=2\angle BDA$
$=2\times64^\circ=128^\circ$
$\overrightarrow{PA}$가 원 O의 접선이므로
$\angle OAP=90^\circ$
따라서 △OPA에서 $\angle x+90^\circ=128^\circ$
$\therefore\ \angle x=38^\circ$

19 $\angle DEB=\angle DFE=55^\circ$
△BED는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDE=\angle DEB=55^\circ$
$\therefore\ \angle DBE=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$
따라서 △ABC에서
$\angle x=180^\circ-(48^\circ+70^\circ)=62^\circ$

20 ③ ①, ②에서 $\angle ABT=\angle DCT$(동위각)이므로
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$
⑤ $\angle BAT=\angle CTQ$, $\angle CDT=\angle CTQ$이므로
$\angle BAT=\angle CDT$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 76~77

〈과정은 풀이 참조〉

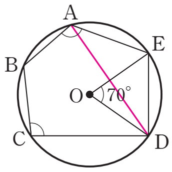
따라 해보자 유제 1 36 cm 유제 2 215°
연습해 보자 **1** 54° **2** 59°
3 36° **4** $6\sqrt{3}$ cm

따라 해보자

유제 1 1단계 △APD에서 $\angle PAD+40^\circ=85^\circ$
$\therefore\ \angle PAD=45^\circ$ … (i)
2단계 원의 둘레의 길이를 x cm라고 하면
$\widehat{CD}:x=\angle CAD:180^\circ$이므로
$9:x=45^\circ:180^\circ$ … (ii)
$\therefore\ x=36$
따라서 원의 둘레의 길이는 36 cm이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠PAD의 크기 구하기	40 %
(ii) 호의 길이와 원주각의 크기에 대한 비례식 세우기	40 %
(iii) 원의 둘레의 길이 구하기	20 %

유제 2 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE$

$=\frac{1}{2}\times 70°$

$=35°$ $\cdots$ (i)

2단계 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+\angle C=180°$ $\cdots$ (ii)

3단계 $\therefore\ \angle A+\angle C=(\angle BAD+\angle DAE)+\angle C$

$=(\angle BAD+\angle C)+\angle DAE$

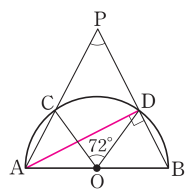
$=180°+35°$

$=215°$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle DAE$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle BAD+\angle C$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle A+\angle C$의 크기 구하기	20 %

연습해 보자

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90°$ $\cdots$ (i)

$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 72°$

$=36°$ $\cdots$ (ii)

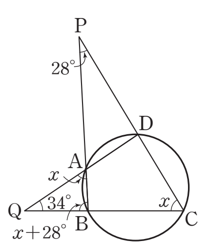
△PAD에서

$\angle P+36°=90°$

$\therefore\ \angle P=54°$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ADB$의 크기 구하기	35 %
(ii) $\angle CAD$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle P$의 크기 구하기	35 %

2 □ABCD가 원에 내접하므로



$\angle QAB=\angle DCB=\angle x$ $\cdots$ (i)

△PBC에서

$\angle PBQ=\angle x+28°$ $\cdots$ (ii)

△AQB에서

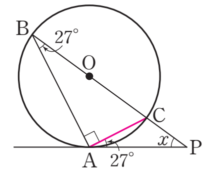
$\angle x+34°+(\angle x+28°)=180°$

$2\angle x=118°$

$\therefore\ \angle x=59°$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle QAB$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타내기	40 %
(ii) $\angle PBQ$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타내기	40 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	20 %

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BAC=90°$ $\cdots$ (i)

$\angle CAP=\angle CBA=27°$ $\cdots$ (ii)

따라서 △BAP에서

$\angle x=180°-(27°+90°+27°)=36°$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle BAC$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle CAP$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	20 %

4 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BCA=90°$

△ABC와 △ACH에서

$\angle BCA=\angle CHA=90°$, $\angle ABC=\angle ACH$이므로

△ABC∽△ACH(AA 닮음) $\cdots$ (i)

즉, $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{AH}$이므로

$12:\overline{AC}=\overline{AC}:9$, $\overline{AC}^2=108$

이때 $\overline{AC}>0$이므로

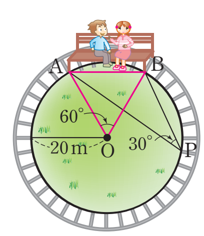
$\overline{AC}=6\sqrt{3}$(cm) $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) △ABC∽△ACH임을 설명하기	50 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	50 %

기술 속 수학 P. 78

답 **20 m**

오른쪽 그림과 같이 의자의 양 끝 점을 각각 A, B라고 하면



$\angle AOB=2\angle APB$

$=2\times 30°=60°$

△AOB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$

$=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉, △AOB는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{OA}=20$ m

따라서 의자의 가로의 길이는 20 m이다.

1 대푯값

P. 82~83

개념 확인 **(1) 평균: 5, 중앙값: 4, 최빈값: 3**
(2) 평균: 14, 중앙값: 14, 최빈값: 11, 16

(1) (평균)$=\frac{4+8+3+3+7}{5}=\frac{25}{5}=5$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
3, 3, 4, 7, 8이므로
(중앙값)=4
3이 두 번으로 가장 많이 나타나므로
(최빈값)=3

(2) (평균)$=\frac{16+12+11+18+16+11}{6}=\frac{84}{6}=14$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
11, 11, 12, 16, 16, 18이므로
(중앙값)$=\frac{12+16}{2}=14$
11과 16이 각각 두 번으로 가장 많이 나타나므로
(최빈값)=11, 16

필수 문제 1 **평균: 15.9분, 중앙값: 15분, 최빈값: 13분**
(평균)$=\frac{5+6+10+13+13+17+21+22+24+28}{10}$
$=\frac{159}{10}=15.9$(분)
중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 변량의 평균이므로
(중앙값)$=\frac{13+17}{2}=15$(분)
13분이 두 번으로 가장 많이 나타나므로
(최빈값)=13분

1-1 **55 kcal**
(평균)$=\frac{51+39+84+56+45}{5}=\frac{275}{5}=55$(kcal)

1-2 **중앙값: 245 mm, 최빈값: 250 mm**
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
230, 235, 235, 240, 250, 250, 250, 255이므로
(중앙값)$=\frac{240+250}{2}=245$(mm)
250 mm가 세 번으로 가장 많이 나타나므로
(최빈값)=250 mm

1-3 **액션**
액션을 좋아하는 학생이 16명으로 가장 많으므로 최빈값은 액션이다.

필수 문제 2 **43 kg**
학생 B의 몸무게를 x kg이라고 하면 평균이 49 kg이므로
$\frac{39+x+52+46+65}{5}=49$
$x+202=245$ $\therefore x=43$
따라서 학생 B의 몸무게는 43 kg이다.

2-1 **4**
주어진 자료의 최빈값이 4이므로 $a=4$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 2, 4, 4, 5, 8이므로
(중앙값)$=\frac{4+4}{2}=4$

필수 문제 3 **평균: 134분, 중앙값: 85분, 중앙값**
(평균)$=\frac{70+65+95+73+90+100+75+92+600+80}{10}$
$=\frac{1340}{10}=134$(분)
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
65, 70, 73, 75, 80, 90, 92, 95, 100, 600이므로
(중앙값)$=\frac{80+90}{2}=85$(분)
주어진 자료에는 600과 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다.

3-1 **최빈값, 95호**
가장 많이 주문해야 할 티셔츠의 크기를 정할 때는 판매된 티셔츠의 크기 중에서 가장 많이 판매된 것을 선택해야 하므로 대푯값으로 가장 적절한 것은 최빈값이다.
이때 95호의 옷이 5개로 가장 많이 판매되었으므로
(최빈값)=95호

STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 84

1 23 **2** 0 **3** 9 **4** 6
5 ㄱ, ㅂ

1 (평균)$=\frac{10+6+8+9+5+3+8+8+6}{9}=\frac{63}{9}=7$(개)
$\therefore a=7$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
3, 5, 6, 6, 8, 8, 8, 9, 10이므로
(중앙값)=8개 $\therefore b=8$
8개가 세 번으로 가장 많이 나타나므로
(최빈값)=8개 $\therefore c=8$
$\therefore a+b+c=7+8+8=23$

2 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이므로
(중앙값)=5시간 $\therefore a=5$
5시간이 5명으로 가장 많으므로
(최빈값)=5시간 $\therefore b=5$
$\therefore a-b=5-5=0$

3 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
4, 7, 11, 12, 15
이때 중앙값이 10회이므로 x는 7과 11 사이에 있어야 한다.
즉, (중앙값)$=\dfrac{x+11}{2}=10$에서
$x+11=20 \quad \therefore x=9$

4 x의 값에 관계없이 7시간이 가장 많이 나타나므로 최빈값은 7시간이다.
이때 평균과 최빈값이 서로 같으므로 평균도 7시간이다.
즉, $\dfrac{6+9+10+7+x+7+4+7}{8}=7$
$x+50=56 \quad \therefore x=6$

5 ㄱ, ㅂ. 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 사용하기에 적절하지 않다.

2 산포도

P. 85

개념 확인 **평균: 13,**
편차: −1, 1, 2, 0, −2
(평균)$=\dfrac{12+14+15+13+11}{5}=\dfrac{65}{5}=13$
(편차)=(변량)−(평균)이므로
각 변량의 편차는 −1, 1, 2, 0, −2

필수 문제 1 (1) −1 (2) 1명
(1) 편차의 총합은 0이므로
$1+x+2+(-1)+(-1)=0 \quad \therefore x=-1$
(2) (편차)=(변량)−(평균)이므로
−1=(B 가구의 자녀 수)−2
∴ (B 가구의 자녀 수)=−1+2=1(명)

1-1 **36개**
승우가 암기한 영어 단어의 개수를 x개라고 하면
평균이 40개이고 편차가 −4개이므로
$x-40=-4 \quad \therefore x=36$
따라서 승우가 암기한 영어 단어의 개수는 36개이다.

1-2 **10**
편차의 총합은 0이므로
$1+a+0+2+(-1)+(-6)=0 \quad \therefore a=4$
형욱이가 키우는 반려견의 몸무게의 편차가 0 kg이므로 평균은 12 kg이고, 서우가 키우는 반려견의 몸무게의 편차가 −6 kg이므로
$-6=b-12 \quad \therefore b=6$
$\therefore a+b=4+6=10$
다른 풀이
형욱이가 키우는 반려견의 몸무게의 편차가 0 kg이므로 평균은 12 kg이다.
$a=16-12=4$
$-6=b-12 \quad \therefore b=6$
$\therefore a+b=4+6=10$

P. 86

개념 확인 (1) 10 (2) 2 (3) $\sqrt{2}$
(1) (평균)$=\dfrac{15+17+14+16+18}{5}=\dfrac{80}{5}=16$이므로
{(편차)^{2}의 총합}$=(-1)^2+1^2+(-2)^2+0^2+2^2=10$
(2) (분산)$=\dfrac{10}{5}=2$
(3) (표준편차)$=\sqrt{2}$

필수 문제 2 (1) 1 (2) 4 (3) 2회
(1) 편차의 총합은 0이므로
$-2+3+x+(-3)+0+1=0 \quad \therefore x=1$
(2) (분산)$=\dfrac{(-2)^2+3^2+1^2+(-3)^2+0^2+1^2}{6}=\dfrac{24}{6}=4$
(3) (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(회)

2-1 $\dfrac{\sqrt{510}}{5}$**g**
편차의 총합은 0이므로
$-2+(-6)+x+3+7=0 \quad \therefore x=-2$
(분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-6)^2+(-2)^2+3^2+7^2}{5}=\dfrac{102}{5}$
∴ (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{102}{5}}=\dfrac{\sqrt{510}}{5}$(g)

2-2 **학생 A의 표준편차: $\sqrt{2}$점,**
학생 B의 표준편차: $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$점,
학생 B
학생 A가 받은 점수에서
(평균)$=\dfrac{5+7+9+8+6}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)이므로
(분산)$=\dfrac{(-2)^2+0^2+2^2+1^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
∴ (표준편차)$=\sqrt{2}$(점)

학생 B가 받은 점수에서

$(\text{평균})=\frac{6+8+8+6+7}{5}=\frac{35}{5}=7(\text{점})$이므로

$(\text{분산})=\frac{(-1)^2+1^2+1^2+(-1)^2+0^2}{5}=\frac{4}{5}$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}(\text{점})$

따라서 표준편차가 작을수록 점수가 고르다고 할 수 있으므로 학생 B의 점수가 학생 A의 점수보다 더 고르게 나타났다.

STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 87

1	4개	2	$\sqrt{3}$회
3	평균: 7, 표준편차: 3	4	(1) 2반 (2) 3반
5	74	6	32

1 편차의 총합은 0이므로

금요일의 안타 수의 편차를 x개라고 하면

$4+(-2)+1+x+3+0=0 \qquad \therefore x=-6$

(편차)=(변량)−(평균)이므로

−6=(금요일의 안타 수)−10

∴ (금요일의 안타 수)=−6+10=4(개)

2 $(\text{평균})=\frac{10+12+9+7+10+12}{6}=\frac{60}{6}=10(\text{회})$이므로

$(\text{분산})=\frac{0^2+2^2+(-1)^2+(-3)^2+0^2+2^2}{6}=\frac{18}{6}=3$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{3}$회

3 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=5$에서 $a+b+c+d=20$

$\therefore (a+2, b+2, c+2, d+2$의 평균$)$

$=\frac{(a+2)+(b+2)+(c+2)+(d+2)}{4}$

$=\frac{(a+b+c+d)+8}{4}$

$=\frac{20+8}{4}=7$

a, b, c, d의 표준편차가 3이므로 → 분산은 3^2

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3^2$

$\therefore (a+2, b+2, c+2, d+2$의 분산$)$

$=\frac{(a+2-7)^2+(b+2-7)^2+(c+2-7)^2+(d+2-7)^2}{4}$

$=\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3^2$

$\therefore (a+2, b+2, c+2, d+2$의 표준편차$)=\sqrt{3^2}=3$

4 (1) 2반의 평균이 가장 높으므로 2반의 만족도가 평균적으로 가장 높다.

(2) 3반의 표준편차가 가장 작으므로 3반의 만족도가 가장 고르다.

5 평균이 7이므로

$\frac{6+10+x+y+7}{5}=7$에서 $6+10+x+y+7=35$

$\therefore x+y=12 \qquad \cdots ㉠$

분산이 2.8이므로

$\frac{(-1)^2+3^2+(x-7)^2+(y-7)^2+0^2}{5}=2.8$에서

$10+(x-7)^2+(y-7)^2=14$

$\therefore x^2+y^2-14(x+y)+108=14 \qquad \cdots ㉡$

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-14\times12+108=14,\ x^2+y^2-60=14$

$\therefore x^2+y^2=74$

6 평균이 4이므로

$\frac{5+2+1+x+y}{5}=4$에서 $5+2+1+x+y=20$

$\therefore x+y=12 \qquad \cdots ㉠$

분산이 6이므로

$\frac{1^2+(-2)^2+(-3)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{5}=6$에서

$14+(x-4)^2+(y-4)^2=30$

$\therefore x^2+y^2-8(x+y)+46=30 \qquad \cdots ㉡$

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-8\times12+46=30,\ x^2+y^2-50=30$

$\therefore x^2+y^2=80$

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로

$12^2=80+2xy,\ 2xy=64 \qquad \therefore xy=32$

STEP 2 **탄탄 단원 다지기** P. 88~91

1	②	2	②	3	③	4	③	5	3.5
6	⑤	7	①, ④	8	④	9	②	10	③
11	②	12	④	13	$\frac{6\sqrt{35}}{5}$dB			14	6
15	⑤	16	④	17	평균: 10, 분산: $\frac{33}{5}$				
18	⑤	19	③	20	$\sqrt{7}$점	21	ㄱ, ㄷ	22	③

1 $(\text{평균})=\frac{23+26+27+24+26+22+20}{7}=\frac{168}{7}=24(°\text{C})$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

20, 22, 23, 24, 26, 26, 27이므로

(중앙값)=24 °C

26 °C가 두 번으로 가장 많이 나타나므로 (최빈값)=26 °C

∴ (평균)=(중앙값)<(최빈값)

2 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 10번째와 11번째 변량의 평균이므로

(중앙값)$=\frac{25+27}{2}=26$(회) $\therefore a=26$

14회가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 (최빈값)$=14$회

$\therefore b=14$

$\therefore a+b=26+14=40$

3 a, b, c, d, e의 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5$ $\therefore a+b+c+d+e=25$

$\therefore$ ($a+8$, $b-2$, $c-3$, $d+6$, $e+1$의 평균)

$=\frac{(a+8)+(b-2)+(c-3)+(d+6)+(e+1)}{5}$

$=\frac{(a+b+c+d+e)+10}{5}=\frac{25+10}{5}=7$

4 x를 제외한 서로 다른 4개의 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 x는 4개의 변량 중 하나와 같다.

즉, 최빈값은 x회이고 평균과 최빈값이 서로 같으므로 평균도 x회이다.

$\frac{77+81+82+80+x}{5}=x$에서

$320+x=5x$, $4x=320$ $\therefore x=80$

5 평균이 4이므로 $\frac{a+2+b+4+3+7}{6}=4$

$a+b+16=24$ $\therefore a+b=8$ $\cdots$ ㉠

이때 $a-b=2$이므로 ㉠과 연립하여 풀면

$a=5$, $b=3$

즉, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 3, 4, 5, 7

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{3+4}{2}=3.5$

6 2, 5, a의 중앙값이 5이므로 $a\ge5$ $\cdots$ ㉠

10, 16, a의 중앙값이 10이므로 $a\le10$ $\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 a의 값은 5, 6, 7, 8, 9, 10이므로 자연수 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

7 누락된 2명의 성적이 평균보다 크므로 2명의 성적을 반영하여 계산하면 평균은 커진다.

또 누락된 2명의 성적이 중앙값보다 크므로 2명의 성적을 반영하여 계산하면 중앙값은 변하지 않거나 커진다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

8 ㄱ. 자료 A에는 극단적인 값 100이 있으므로 평균을 대푯값으로 정하기에 적절하지 않다.

ㄴ. 자료 B에는 극단적인 값이 없고, 각 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 적절하다.

ㄷ. 자료 C의 중앙값과 최빈값은 13으로 서로 같다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

9 (평균)$=\frac{9+7+10+3+8+5}{6}=\frac{42}{6}=7$(편)

각 변량의 편차를 구하면

2편, 0편, 3편, -4편, 1편, -2편

따라서 주어진 자료의 편차가 될 수 없는 것은 ②이다.

10 ① 편차의 총합은 0이므로

$-1+(-12)+x+13+(-4)=0$ $\therefore x=4$

② 학생 A의 편차는 음수이므로 학생 A의 기록은 평균보다 낮다.

③ $13=$(학생 D의 기록)-49

$\therefore$ (학생 D의 기록)$=13+49=62$(회)

④ 학생 B의 편차가 -12회로 가장 작으므로 학생 B의 기록이 가장 낮다.

⑤ 기록이 낮은 학생부터 차례로 나열하면 B, E, A, C, D이므로 중앙값은 학생 A의 기록과 같다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

11 ㄱ. 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있고 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다.

ㄴ. 1, 2, 3, 6의 평균은 3, 중앙값은 2.5로 같은 값이 아니다.

ㄷ. 변량의 개수가 짝수이면 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 한가운데 있는 두 값의 평균이므로 자료에 없는 값일 수도 있다.

ㄹ. 변량이 모두 같으면 편차가 모두 0이므로 분산은 0이다. 즉, 분산은 음수가 아닌 수이다.

ㅁ. (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}$이므로 분산이 클수록 표준편차도 크다.

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅁ이다.

12 ㄱ. (평균)$=\frac{3+4+5+1+5+2+5+7}{8}=\frac{32}{8}=4$

ㄴ. 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{4+5}{2}=4.5$

ㄷ. 5가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 (최빈값)$=5$

ㄹ. (분산)

$=\frac{(-1)^2+0^2+1^2+(-3)^2+1^2+(-2)^2+1^2+3^2}{8}$

$=\frac{26}{8}=\frac{13}{4}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\frac{13}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ의 3개이다.

13 (평균)$=\dfrac{69+76+78+79+80+82+83+87+92+94}{10}$

$=\dfrac{820}{10}=82(\text{dB})$

(분산)

$=\dfrac{(-13)^2+(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+5^2+10^2+12^2}{10}$

$=\dfrac{504}{10}=\dfrac{252}{5}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{252}{5}}=\dfrac{6\sqrt{35}}{5}(\text{dB})$

14 자료 A: 1, 2, 3, 4, 5

(자료 A의 평균)$=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$

(자료 A의 분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}$

$=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore a=2$

자료 B: 1, 3, 5, 7, 9

(자료 B의 평균)$=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=\dfrac{25}{5}=5$

$\therefore$ (자료 B의 분산)$=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}$

$=\dfrac{40}{5}=8$

$\therefore b=8$

따라서 $a=2$, $b=8$이므로 a, b의 차는

$8-2=6$

15 편차의 총합은 0이므로

$(-3)\times2+(-2)\times6+0\times5+1\times2+a\times4+4\times1=0$

$-12+4a=0$, $4a=12$

$\therefore a=3$

(분산)

$=\dfrac{(-3)^2\times2+(-2)^2\times6+0^2\times5+1^2\times2+3^2\times4+4^2\times1}{20}$

$=\dfrac{96}{20}=\dfrac{24}{5}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{24}{5}}=\dfrac{2\sqrt{30}}{5}$(권)

16 (평균)$=\dfrac{7+(a+7)+(2a+7)}{3}$

$=\dfrac{3a+21}{3}=a+7$

각 변량의 편차를 구하면

$-a$, 0, a

표준편차가 $2\sqrt{6}$이므로 → 분산은 $(2\sqrt{6})^2$

$\dfrac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=(2\sqrt{6})^2$

$2a^2=72$, $a^2=36$

이때 $a>0$이므로 $a=6$

17 x, y, z의 평균이 10이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=10$에서 $x+y+z=30$

x, y, z의 분산이 5이므로

$\dfrac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2}{3}=5$에서

$(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2=15$

$\therefore$ (x, y, z, 7, 13의 평균)$=\dfrac{x+y+z+7+13}{5}$

$=\dfrac{30+7+13}{5}=10$

$\therefore$ (x, y, z, 7, 13의 분산)

$=\dfrac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2+(-3)^2+3^2}{5}$

$=\dfrac{15+9+9}{5}=\dfrac{33}{5}$

18 평균이 7이므로

$\dfrac{6+9+a+b+c}{5}=7$에서 $15+a+b+c=35$

$\therefore a+b+c=20$ $\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{2}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{2})^2$

$\dfrac{(-1)^2+2^2+(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{5}=(\sqrt{2})^2$에서

$5+(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=10$

$(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=5$

$\therefore a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147=5$ $\cdots$ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-14\times20+147=5$

$\therefore a^2+b^2+c^2=138$

19 실제 4개의 수의 총합은 변함이 없으므로 평균은 변함이 없다.

$\therefore$ (실제 평균)$=2$

잘못 본 4개의 수를 a, b, 6, 2라고 하면

(잘못 본 4개의 수의 분산)$=\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2+4^2+0^2}{4}$

$=30$

에서 $(a-2)^2+(b-2)^2=104$

$\therefore$ (실제 분산)$=\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2+3^2+1^2}{4}$

$=\dfrac{104+10}{4}=\dfrac{57}{2}$

20 남학생 18명과 여학생 12명의 점수의 평균이 7점으로 서로 같으므로 학생 30명의 점수의 평균도 7점이다.

(표준편차)$=\sqrt{\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}}$이므로

{남학생의 점수의 (편차)^{2}의 총합}$=3^2\times18=162$

{여학생의 점수의 (편차)^{2}의 총합}$=2^2\times12=48$

따라서 학생 30명의 점수의 분산은 $\dfrac{162+48}{30}=7$이므로

(구하는 표준편차)$=\sqrt{7}$(점)

21 ㄱ. (은호의 평균)$=\frac{1\times4+2\times2+3\times3+4\times2+5\times4}{15}$

$=\frac{45}{15}=3$(시간)

(진아의 평균)$=\frac{1\times3+2\times3+3\times3+4\times3+5\times3}{15}$

$=\frac{45}{15}=3$(시간)

(민주의 평균)$=\frac{1\times2+2\times3+3\times5+4\times3+5\times2}{15}$

$=\frac{45}{15}=3$(시간)

즉, 세 사람의 스마트폰 사용 시간의 평균은 3시간으로 모두 같다.

ㄴ. 산포도가 가장 작은 사람은 변량들이 평균인 3시간 가까이에 가장 많이 모여 있는 민주이다.

ㄷ. 산포도가 클수록 스마트폰 사용 시간의 변화가 크므로 스마트폰 사용 시간의 변화가 가장 큰 사람은 변량들이 평균인 3시간에서 가장 멀리 흩어져 있는 은호이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

참고 세 사람의 스마트폰 사용 시간의 분산을 구하면

(은호의 분산)$=\frac{12}{5}$, (진아의 분산)$=2$, (민주의 분산)$=\frac{22}{15}$

∴ (민주의 분산)<(진아의 분산)<(은호의 분산)

22 ① 두 학급의 성적의 평균이 같으므로 1반의 성적이 2반의 성적보다 더 우수하다고 할 수 없다.

② 1반의 표준편차가 2반의 표준편차보다 작으므로 1반의 분산이 2반의 분산보다 작다.

③ 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 1반의 성적이 2반의 성적보다 더 고르다.

④ 두 학급의 학생 수를 알 수 없으므로 두 학급의 성적의 총합은 알 수 없다.

⑤ 성적이 가장 높은 학생이 속한 학급은 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

STEP 3 **쓱쓱 서술형 완성하기** P. 92~93

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 5개 유제 2 -5

연습해 보자 **1** (1) 평균: 300 kWh, 중앙값: 215 kWh

(2) 중앙값, 이유는 풀이 참조

2 67 kg **3** 4회 **4** 12

따라 해보자

유제 1 1단계 평균이 5개이므로

$\frac{4+1+a+b+10+6+5}{7}=5$

$a+b+26=35$ ∴ $a+b=9$ … (i)

2단계 최빈값이 6개이므로 a, b 중 적어도 하나는 6이어야 한다.

이때 $a<b$이므로

$a=3$, $b=6$ … (ii)

3단계 따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 5, 6, 6, 10이므로

중앙값은 5개이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 평균을 이용하여 $a+b$의 값 구하기	30 %
(ii) 최빈값을 이용하여 a, b의 값 구하기	40 %
(iii) 중앙값 구하기	30 %

유제 2 1단계 편차의 총합은 0이므로

$a+(-2)+(-3)+b+1=0$

∴ $a+b=4$ … ㉠ … (i)

2단계 분산이 8이므로

$\frac{a^2+(-2)^2+(-3)^2+b^2+1^2}{5}=8$

$a^2+b^2+14=40$

∴ $a^2+b^2=26$ … ㉡ … (ii)

3단계 이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 이 식에 ㉠, ㉡을 대입하면

$4^2=26+2ab$, $2ab=-10$

∴ $ab=-5$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $a+b$의 값 구하기	30 %
(ii) a^2+b^2의 값 구하기	35 %
(iii) ab의 값 구하기	35 %

연습해 보자

1 (1) (평균)$=\frac{750+230+190+210+200+220}{6}$

$=\frac{1800}{6}=300$(kWh) … (i)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

190, 200, 210, 220, 230, 750이므로

(중앙값)$=\frac{210+220}{2}=215$(kWh) … (ii)

(2) 주어진 자료에는 750 kWh와 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 평균 구하기	30 %
(ii) 중앙값 구하기	30 %
(iii) 적절한 대푯값 말하고, 그 이유 설명하기	40 %

2 처음 모둠에서 학생 10명의 몸무게를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 6번째 변량을 x kg이라고 하면 중앙값이 63 kg이므로

$\frac{59+x}{2}=63$, $59+x=126$ $\quad\therefore x=67$ $\quad\cdots$ (i)

이때 추가된 학생의 몸무게(71 kg)가 처음 모둠의 6번째 변량(67 kg)보다 크므로 추가된 학생을 포함한 11명의 학생의 몸무게를 작은 값부터 크기순으로 나열해도 6번째 변량은 67 kg으로 같다.

따라서 11명의 학생의 몸무게의 중앙값은 6번째 변량인 67 kg이다. $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 처음 모둠에서 6번째 변량 구하기	60 %
(ii) 11명의 학생의 몸무게의 중앙값 구하기	40 %

3 (평균)$=\frac{10+6+3+14+12}{5}=\frac{45}{5}=9$(회)이므로 $\cdots$ (i)

(분산)$=\frac{1^2+(-3)^2+(-6)^2+5^2+3^2}{5}=\frac{80}{5}=16$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$(회) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 평균 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

4 a, b, c의 평균이 10이므로

$\frac{a+b+c}{3}=10$에서 $a+b+c=30$

($3a$, $3b$, $3c$의 평균)$=\frac{3a+3b+3c}{3}=\frac{3(a+b+c)}{3}$

$=\frac{3\times30}{3}=30$

$\therefore m=30$ $\cdots$ (i)

a, b, c의 표준편차가 6이므로 → 분산은 6^2

$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2}{3}=6^2$에서

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2=108$

($3a$, $3b$, $3c$의 분산)

$=\frac{(3a-30)^2+(3b-30)^2+(3c-30)^2}{3}$

$=\frac{9\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2\}}{3}$

$=\frac{9\times108}{3}=324$

$\therefore$ ($3a$, $3b$, $3c$의 표준편차)$=\sqrt{324}=18$

$\therefore n=18$ $\cdots$ (ii)

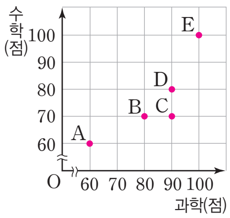
$\therefore m-n=30-18=12$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) m의 값 구하기	40 %
(ii) n의 값 구하기	40 %
(iii) $m-n$의 값 구하기	20 %

1 산점도와 상관관계

P. 96

개념 확인 1



, 양의 상관관계

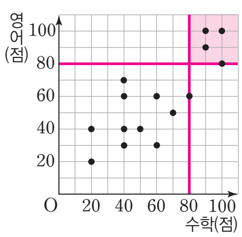
과학 성적이 높을수록 수학 성적도 대체로 높으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

개념 확인 2 (1) ㄴ, ㄹ (2) ㄱ (3) ㄷ, ㅁ

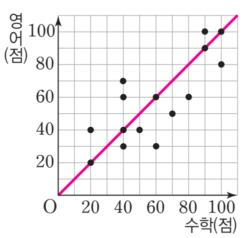
P. 97

필수 문제 1 (1) 4명 (2) 5명 (3) 40 %

(1) 수학 성적과 영어 성적이 모두 80점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 4명이다.

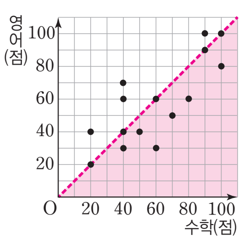


(2) 수학 성적과 영어 성적이 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 5명이다.



(3) 수학 성적이 영어 성적보다 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.

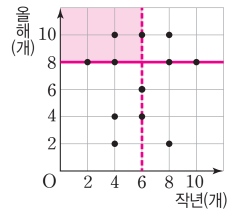
$\therefore \frac{6}{15} \times 100 = 40(\%)$



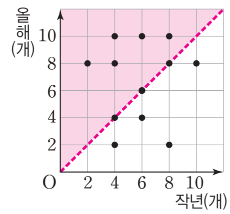
주의 기준이 되는 보조선을 그어 조건을 만족시키는 점을 구할 때, 이상 또는 이하는 기준선 위의 점을 포함하고(실선), 초과 또는 미만은 기준선 위의 점을 포함하지 않는다(점선).

1-1 (1) 3명 (2) 5명 (3) 25 %

(1) 작년에 친 홈런의 개수는 6개 미만이고 올해 친 홈런의 개수는 8개 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 3명이다.

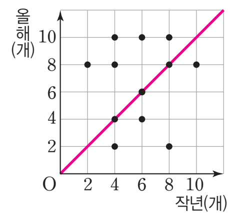


(2) 작년보다 올해 홈런을 더 많이 친 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 5명이다.



(3) 작년과 올해 친 홈런의 개수가 같은 선수는 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{12} \times 100 = 25(\%)$



필수 문제 2 ㄱ

여름철 기온이 높아질수록 에어컨 사용 시간도 대체로 늘어나므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 양의 상관관계를 나타낸 것은 ㄱ이다.

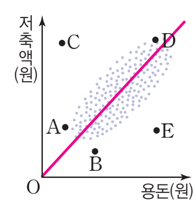
2-1 ④

①, ② 양의 상관관계
③, ⑤ 상관관계가 없다.
④ 음의 상관관계
이때 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타내므로 산점도를 그렸을 때 주어진 그림과 같은 모양이 되는 것은 ④이다.

2-2 (1) 양의 상관관계 (2) C

(1) 용돈이 많을수록 저축액도 대체로 많으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

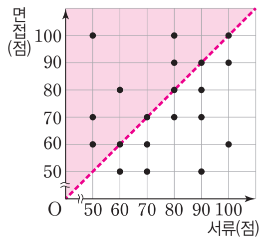
(2) 용돈에 비해 저축액이 가장 많은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 C이다.



STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 98

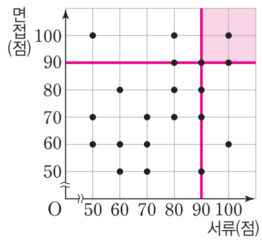
1 (1) 6명 (2) 15 % (3) 70점
2 (1) 6명 (2) 7명
3 ④
4 ㄹ, ㅂ

1 (1) 면접 점수가 서류 점수보다 높은 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.



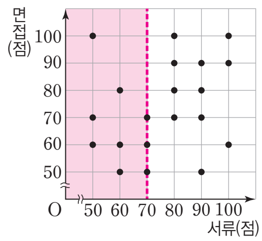
(2) 서류 점수와 면접 점수가 모두 90점 이상인 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 3명이다.

$\therefore \dfrac{3}{20} \times 100 = 15(\%)$

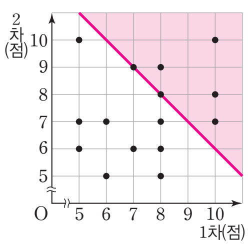


(3) 서류 점수가 70점 미만인 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다. 이들의 면접 점수는 각각 50점, 60점, 60점, 70점, 80점, 100점이므로

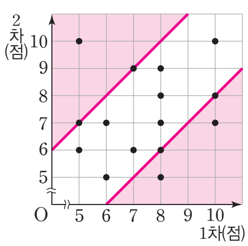
$(\text{평균}) = \dfrac{50+60+60+70+80+100}{6} = \dfrac{420}{6} = 70(\text{점})$



2 (1) 1차와 2차의 점수의 합이 16점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 6명이다.



(2) 1차와 2차의 점수의 차가 2점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 7명이다.



3 ①, ② 음의 상관관계
③ 상관관계가 없다.
④, ⑤ 양의 상관관계
독서량이 많을수록 성적도 대체로 좋은 경향이 있으면 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 이 경향이 가장 뚜렷한 산점도는 양의 상관관계가 가장 강하게 나타나는 ④이다.

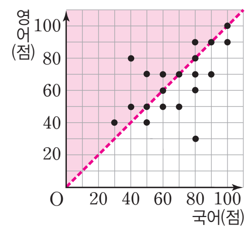
4 ㄱ, ㅁ. 양의 상관관계
ㄴ, ㄷ. 음의 상관관계
ㄹ, ㅂ. 상관관계가 없다.
따라서 두 변량 사이에 상관관계가 없는 것은 ㄹ, ㅂ이다.

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 99~100

1 40점 **2** 6명 **3** ③ **4** ⑤ **5** 4점
6 ② **7** ③ **8** ⑤
9 (1) 양의 상관관계 (2) 상관관계가 없다. **10** ②
11 ② **12** 양의 상관관계 **13** ③ **14** ㄱ, ㄹ
15 ②, ⑤

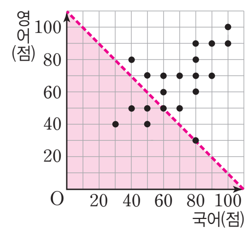
1 국어 성적이 가장 낮은 학생의 국어 성적은 30점이고, 이 학생의 영어 성적은 40점이다.

2 국어 성적이 영어 성적보다 낮은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.

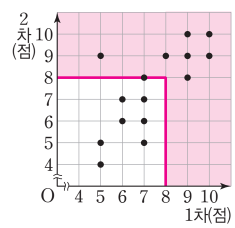


3 두 과목의 성적의 합이 110점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 4명이다.

$\therefore \dfrac{4}{20} \times 100 = 20(\%)$

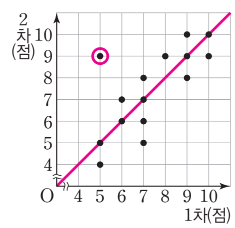


4 두 번의 경기 중 적어도 한 번은 8점 이상을 얻은 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 8명이다.



5 점수가 가장 많이 오른 선수를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이므로 이 선수의 두 점수의 차는

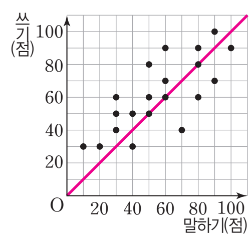
$9-5=4(\text{점})$



참고 점이 대각선에서 멀수록 두 변량의 차가 크다.

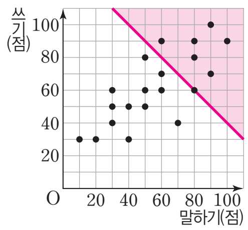
6 말하기 점수와 쓰기 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 3명이다.

따라서 그 비율은 $\dfrac{3}{20}$이다.



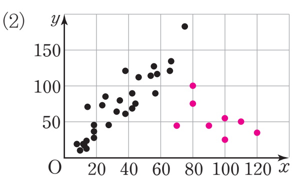
개념편

7 말하기 점수와 쓰기 점수의 평균이 70점 이상, 즉 말하기 점수와 쓰기 점수의 합이 $70\times2=140$(점) 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 7명이다.



8 ① 중간고사와 기말고사의 수학 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.
② A, B는 기말고사보다 중간고사의 수학 성적이 더 낮다.
③ C의 기말고사 수학 성적보다 기말고사 수학 성적이 낮은 학생은 4명이다.
④ 중간고사와 기말고사의 수학 성적이 같은 학생은 4명이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

9 (1) x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하므로 두 변량 x, y 사이에는 양의 상관관계가 있다.
(2)



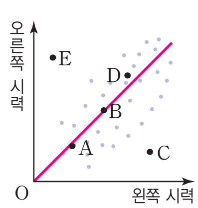
위의 그림과 같이 주어진 산점도에 8개의 자료를 추가하면 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 증가하는지 감소하는지 분명하지 않으므로 두 변량 x, y 사이에는 상관관계가 없다.

10 배추의 생산량 x포기와 배추의 가격 y원 사이에는 음의 상관관계가 있으므로 두 변량 x, y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 알맞은 것은 ②이다.

11 통학 거리가 늘어날수록 통학 시간도 대체로 길어지므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
①, ③ 음의 상관관계
② 양의 상관관계
④, ⑤ 상관관계가 없다.
따라서 주어진 상관관계와 같은 상관관계가 있는 것은 ②이다.

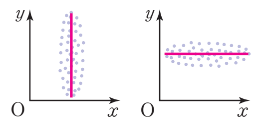
12 왼쪽 시력이 높을수록 오른쪽 시력도 대체로 높으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

13 오른쪽 시력에 비해 왼쪽 시력이 가장 좋은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 아래쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 C이다.



14 ㄴ. B는 C보다 왼쪽 시력이 좋지 않다.
ㄷ. D는 E보다 오른쪽 시력이 좋지 않다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

15 ② 산점도로는 두 변량의 평균 사이에 어떤 관계가 있는지 알 수 없다.
⑤ 산점도의 점들이 한 직선에 가까이 모여 있어도 오른쪽 그림과 같이 두 변량 사이에 상관관계가 없을 수 있다.



STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 101

〈과정은 풀이 참조〉

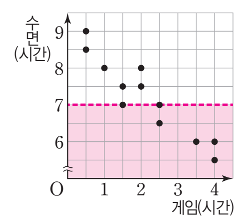
따라 해보자 유제 1 (1) 음의 상관관계 (2) 3.5시간

연습해 보자 **1** 24 % **2** 85점

따라 해보자

유제 1 1단계 (1) 게임 시간이 길수록 수면 시간이 대체로 짧으므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다. … (i)

2단계 (2) 수면 시간이 7시간 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 4명이다.
이들의 게임 시간은 각각 2.5시간, 3.5시간, 4시간, 4시간이므로



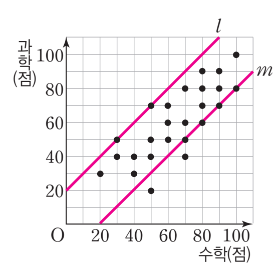
$$(\text{평균})=\frac{2.5+3.5+4+4}{4}=\frac{14}{4}=3.5(\text{시간})$$
… (ii)

채점 기준	비율
(i) 게임 시간과 수면 시간 사이의 상관관계 말하기	50 %
(ii) 수면 시간이 7시간 미만인 학생들의 게임 시간의 평균 구하기	50 %

연습해 보자

1 두 과목의 성적의 차가 20점인 학생은 오른쪽 그림에서 두 직선 l, m 위에 있으므로 6명이다. … (i)

$\therefore \frac{6}{25}\times100=24(\%)$ … (ii)

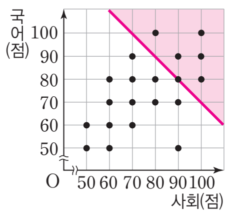


채점 기준	비율
(i) 두 과목의 성적의 차가 20점인 학생 수 구하기	60 %
(ii) 전체의 몇 %인지 구하기	40 %

2 전체 학생 수가 20명이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는 $20\times\frac{30}{100}=6$(명)이다.

즉, 두 과목 성적의 합이 높은 6명의 학생은 보충 수업을 받지 않는다. … (i)

두 과목 성적의 합이 높은 6명의 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 이때 6번째로 높은 학생의 두 과목 성적의 합이 170점이므로 두 과목 성적의 합이 170점 이상이어야 보충 수업을 받지 않는다. … (ii)



따라서 보충 수업을 받지 않으려면 두 과목 성적의 평균이 최소 $\frac{170}{2}=85$(점)이어야 한다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 보충 수업을 받지 않는 학생 수 구하기	30 %
(ii) 보충 수업을 받지 않기 위한 두 과목 성적의 합 구하기	40 %
(iii) 보충 수업을 받지 않으려면 두 과목 성적의 평균이 최소 몇 점이어야 하는지 구하기	30 %

생활 속 수학 P. 102

답 ㄹ

머리 크기와 지능 지수 사이에는 상관관계가 없다.
ㄱ, ㄴ. 음의 상관관계
ㄷ, ㅁ. 양의 상관관계
ㄹ. 상관관계가 없다.
따라서 머리 크기와 지능 지수 사이의 상관관계와 같은 상관관계가 있는 것은 ㄹ이다.

memo

정답만 모아 **스피드 체크**

1 삼각비

유형 1~14 P. 6~16

1 ⑤ 2 ② 3 $\frac{2}{5}$ 4 $\frac{12}{13}$ 5 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6 ④ 7 ④ 8 $18\,\text{cm}^2$ 9 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 10 $\frac{3+\sqrt{7}}{4}$

11 ⑤ 12 $\frac{27}{20}$ 13 ② 14 $\frac{24}{35}$ 15 ③

16 ② 17 ㄱ, ㄴ 18 (1) $\frac{31}{20}$ (2) $\sqrt{3}$ 19 $\frac{1}{5}$

20 $\frac{5}{13}$ 21 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 22 ③ 23 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 24 $\frac{2\sqrt{5}}{9}$

25 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 26 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 27 ②

28 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 29 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{4}$ (3) 2

30 ①, ④, ⑥ 31 ③ 32 ③ 33 $60°$

34 $\frac{3}{2}$ 35 $3\sqrt{2}$ 36 ④ 37 $8\sqrt{3}\,\text{cm}$

38 ② 39 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

40 (1) $2-\sqrt{3}$ (2) $2+\sqrt{3}$ 41 $\frac{9\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

42 ③ 43 4 44 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 45 ②, ④

46 1.47 47 ④ 48 ①, ⑤ 49 ④ 50 $\frac{\sqrt{3}}{24}$

51 ③ 52 ㄴ, ㄷ 53 ②, ④ 54 ③ 55 $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$

56 ③ 57 ⑥, ⑦ 58 ③

59 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ 60 ③ 61 $2\sin A$

62 0 63 $34°$ 64 1.0328 65 ④

66 (1) $14°$ (2) 45 % 67 ④

단원 마무리 P. 17~19

1 $\frac{19\sqrt{7}}{28}$ 2 $4\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ 3 $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ 4 ②

5 $\frac{10}{29}$ 6 ④ 7 $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ 8 $\frac{1}{2}$ 9 ⑤

10 ② 11 ② 12 $\frac{11}{15}$ 13 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 14 $\frac{1}{2}$

15 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 16 $\sqrt{2}-1$ 17 ③ 18 0.2229

19 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 20 $\frac{\sqrt{2}}{5}$ 21 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

2 삼각비의 활용

유형 1~6 P. 22~25

1 ④ 2 $27\sqrt{6}\,\text{cm}^3$ 3 $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

4 19.2 m 5 6 m 6 $3\sqrt{3}\,\text{m}$ 7 $(100\sqrt{3}+100)\,\text{m}$

8 ⑤ 9 $310\sqrt{6}\,\text{m}$ 10 ③ 11 ②

12 $(5\sqrt{2}+6)\,\text{m}$ 13 $\sqrt{13}$ 14 $5\sqrt{7}\,\text{m}$ 15 $\sqrt{61}\,\text{cm}$

16 (1) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (2) $8\sqrt{2}$ 17 $4\sqrt{6}\,\text{m}$ 18 $(5\sqrt{2}+5\sqrt{6})\,\text{m}$

19 $10(3-\sqrt{3})\,\text{cm}$ 20 ③ 21 $(12\sqrt{3}-12)\,\text{cm}^2$

22 $50(\sqrt{3}+1)\,\text{m}$ 23 $(3+\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ 24 500 km

유형 7~11 P. 26~29

25 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 26 ④ 27 $45°$

28 $\frac{7\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}^2$ 29 $\frac{60\sqrt{3}}{11}$ 30 ③ 31 $18\,\text{cm}^2$

32 $120°$ 33 $54\,\text{cm}^2$ 34 $16\pi-12\sqrt{3}$

35 $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 36 $(27+9\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

37 $14\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 38 $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 39 ②

40 ③ 41 $32\,\text{cm}^2$ 42 $30°$

43 $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 44 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 45 $27\sqrt{3}$

46 ④ 47 $1500\sqrt{3}\,\text{m}$ 48 ④

단원 마무리 P. 30~33

1 ② 2 $243\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$ 3 6.6 m 4 $\sqrt{21}\,\text{cm}$

5 $(100\sqrt{3}+100)\,\text{m}$ 6 ④ 7 ① 8 ⑤

9 4 cm 10 ② 11 ③ 12 ② 13 $60°$

14 $x=3$, $y=2\sqrt{3}$ 15 $(200\sqrt{3}+200)\,\text{m}$ 16 ③

17 ① 18 $35\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ 19 $(\sqrt{3}-1)\,\text{cm}^2$

20 $12+2\sqrt{5}$ 21 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

22 $300\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 23 60초 24 ④

3 원과 직선

유형 1~7 P. 36~40

1 (가) $\angle$OMB (나) $\overline{\mathrm{OB}}$ (다) $\overline{\mathrm{OM}}$ (라) RHS (마) $\overline{\mathrm{BM}}$

2 ② **3** 8 **4** ③ **5** ④ **6** $6\sqrt{3}$ cm

7 $6\sqrt{3}$ cm **8** $\frac{25}{3}$ cm **9** $6\sqrt{5}$ cm **10** ① **11** $9\sqrt{5}$ cm^2

12 10 **13** ⑤ **14** 8 **15** $(12\pi-9\sqrt{3})$ cm^2

16 18 cm **17** $8\sqrt{6}$ **18** ④ **19** 7 cm **20** ⑤

21 $3\sqrt{2}$ **22** ③ **23** 12 cm **24** $8\sqrt{2}$ cm^2

25 70° **26** ③ **27** 55° **28** 12π cm^2

유형 8~16 P. 40~47

29 3π cm^2 **30** 120 cm^2

31 $48\sqrt{3}-16\pi$ **32** $x=12$, $y=13$ **33** 5

34 ④ **35** 36 cm **36** 81π **37** $(4\pi+6\sqrt{3})$ cm

38 ③ **39** 30 cm **40** ④ **41** 10 **42** ④

43 16 **44** ③ **45** $4\sqrt{2}$ **46** 78 cm^2

47 $13\sqrt{10}$ cm^2 **48** ③ **49** $\frac{15}{2}$ **50** 20 cm

51 4 **52** ③ **53** 4 cm **54** ① **55** 8

56 (1) 3 (2) 9π **57** 3 **58** ④ **59** ④

60 36 cm **61** $x=4$, $y=7$ **62** 10 cm **63** ③

64 20 cm^2 **65** 6 **66** (1) 5 cm (2) 1 cm

67 $\frac{75}{2}$ cm^2 **68** 16π cm^2 **69** $\frac{8}{3}$

70 $14-4\sqrt{10}$ **71** ② **72** $\frac{225}{4}\pi$ cm^2

단원 마무리 P. 48~51

1 ② **2** ⑤ **3** ③ **4** 12 cm **5** ④

6 ④ **7** $(27\sqrt{3}-9\pi)$ cm^2 **8** 15 cm **9** 3 cm

10 7 **11** ③ **12** ③ **13** $\frac{13}{2}$ **14** ③

15 $12\sqrt{21}$ cm **16** $(16\pi-12\sqrt{3})$ cm^2

17 144π cm^2 **18** ④ **19** 3 **20** ②

21 24 **22** ① **23** $\sqrt{2}$ cm

4 원주각

유형 1~9 P. 54~61

1 37° **2** ② **3** ⑤ **4** 4 cm **5** 104°

6 40° **7** 130° **8** ④ **9** 248° **10** 40°

11 105° **12** (1) 58° (2) 32° **13** ④ **14** ②

15 70° **16** 23° **17** ② **18** ④ **19** ⑤

20 35° **21** ③ **22** 12° **23** ③ **24** ③

25 60° **26** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **27** $3\sqrt{3}$ **28** ① **29** 70°

30 46° **31** ④ **32** ② **33** ④ **34** 65°

35 60° **36** ② **37** 30° **38** 80° **39** ④

40 100° **41** $\angle x=60°$, $\angle y=75°$, $\angle z=45°$

42 36° **43** ① **44** 45° **45** ② **46** 21°

유형 10~16 P. 61~65

47 ④, ⑤ **48** 20° **49** 27° **50** ⑤

51 $\angle x=75°$, $\angle y=150°$ **52** ④ **53** 124°

54 ③ **55** 10° **56** 130° **57** 67°

58 $\angle x=114°$, $\angle y=57°$ **59** 50° **60** ⑤

61 205° **62** 360° **63** 35° **64** 63° **65** ③

66 58° **67** ③, ⑤ **68** 170° **69** ①, ③ **70** ③

71 ③ **72** 50° **73** 6개

유형 17~20 P. 66~69

74 200° **75** ② **76** 35° **77** 40° **78** ②

79 ④ **80** 32° **81** 35° **82** 40° **83** 47°

84 5 **85** 60° **86** ③ **87** 38° **88** 55°

89 29° **90** ④ **91** 100° **92** ⑤ **93** ③

94 40° **95** 4개 **96** ③

단원 마무리 P. 70~73

1 ⑤ **2** 70° **3** 113° **4** 23° **5** ④

6 66° **7** ⑤ **8** 55° **9** 100° **10** 103°

11 52° **12** ②, ③ **13** 45° **14** 35°

15 76° **16** $6\pi-9\sqrt{3}$ **17** $\frac{32}{3}$ cm

18 34π **19** 65° **20** 40° **21** ① **22** 112°

23 (1) 65° (2) 75° **24** ④ **25** 59° **26** $3\sqrt{7}$ cm

27 10π **28** 14 cm

5 대푯값과 산포도

유형 1~4 P. 76~79

1 21개 2 ③ 3 8 4 ②
5 중앙값: 9시간, 최빈값: 5시간, 10시간 6 41.2
7 ①, ④ 8 ④ 9 ④ 10 ③ 11 3, 7
12 6 13 22세 14 22, 23, 24, 25 15 26
16 97점 17 ④ 18 중앙값: 59 kg, 최빈값: 59 kg
19 ② 20 최빈값, 26 mm
21 (1) A 가게: 2000만 원, B 가게: 2000만 원
(2) A 가게: 0원, B 가게: 900만 원
(3) B 가게

유형 5~11 P. 79~84

22 ② 23 -2 24 $-\frac{3}{2}(=-1.5)$ 25 19시간
26 -4 27 ④ 28 $\sqrt{10}$회
29 분산: $\frac{4}{3}$, 표준편차: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$권 30 ③ 31 ①
32 ① 33 ② 34 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$점 35 ④ 36 3
37 58 38 ② 39 평균: $m+2$, 분산: s^2
40 ④ 41 ④ 42 ③ 43 ③ 44 ④
45 ㄱ, ㄴ, ㄷ 46 우진 47 ㄱ, ㄷ 48 ⑤
49 ③, ⑤, ⑧ 50 ㄱ, ㄴ, ㄷ 51 28
52 컵 B, 컵 E

단원 마무리 P. 85~87

1 ① 2 41세 3 14 4 중앙값, 16.5시간
5 ⑤ 6 ㄹ 7 학생 B 8 ①, ④, ⑥, ⑦
9 $x=7$, $y=9$ 10 ㄴ, ㄹ 11 8 12 ②, ③
13 ④ 14 ⑤ 15 37, 38
16 (1) 5 (2) 3, 4, 6, 7 (3) $\frac{5}{2}$ 17 B 회사

6 상관관계

유형 1~4 P. 90~93

1 50점 2 8권 3 75점 4 ④ 5 15 %
6 6명 7 4명 8 ② 9 70점 10 ③
11 5명 12 ㄱ, ㄷ 13 45 % 14 30점 15 2명
16 25 % 17 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계
18 ④ 19 ㄹ 20 ⑤ 21 ① 22 ⑤
23 30명 24 ①

단원 마무리 P. 94~96

1 ① 2 ⑤ 3 ⑤ 4 9명 5 ④
6 ② 7 ⑤ 8 ⑤ 9 ② 10 ④
11 6점 12 ⑤ 13 ③ 14 ㄴ, ㄷ 15 176.7점
16 2명

유형 1~14 P. 6~16

1 답 ⑤

$\sin A=\frac{a}{b}$, $\cos A=\frac{c}{b}$, $\tan A=\frac{a}{c}$

$\sin C=\frac{c}{b}$, $\cos C=\frac{a}{b}$, $\tan C=\frac{c}{a}$

따라서 항상 옳은 것은 ⑤ $\sin A=\cos C$이다.

2 답 ②

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

① $\sin A=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

② $\cos A=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

③ $\tan A=\frac{3}{2}$

④ $\sin C=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

⑤ $\cos C=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

3 답 $\frac{2}{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{2}{5}$

4 답 $\frac{12}{13}$

$\overline{AC}=12k$, $\overline{BC}=5k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(12k)^2+(5k)^2}=13k$

$\therefore \cos A=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$

5 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$이므로

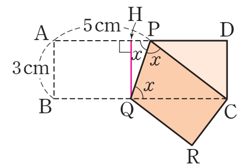
$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}$ … (i)

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2}=6\sqrt{2}$ … (ii)

$\therefore \sin x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BD}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\sin x$의 값 구하기	40 %

6 답 ④



오른쪽 그림과 같이 점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\angle APQ=\angle CPQ=x$ (접은 각),

$\angle CQP=\angle APQ=x$ (엇각)

이므로 $\triangle PQC$는 $\overline{CP}=\overline{CQ}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{CQ}=\overline{CP}=\overline{AP}=5\,\text{cm}$이고, $\overline{CR}=\overline{AB}=3\,\text{cm}$이므로

$\triangle CQR$에서 $\overline{QR}=\sqrt{\overline{CQ}^2-\overline{CR}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AH}=\overline{BQ}=\overline{QR}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{PH}=\overline{AP}-\overline{AH}=5-4=1\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle HQP$에서 $\tan x=\frac{\overline{HQ}}{\overline{PH}}=\frac{3}{1}=3$

7 답 ④

$\tan A=\frac{3}{\overline{AC}}=\frac{1}{3}$이므로 $\overline{AC}=9\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}\,(\text{cm})$

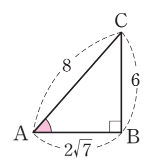
8 답 $18\,\text{cm}^2$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{AB}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times6=18\,(\text{cm}^2)$

9 답 $\frac{\sqrt{7}}{4}$

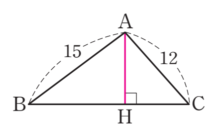


$\sin A=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$이므로 $\overline{AC}=8$

$\overline{AB}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$이므로

$\cos A=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

10 답 $\frac{3+\sqrt{7}}{4}$



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\triangle ABH$에서

$\sin B=\frac{\overline{AH}}{15}=\frac{3}{5}$이므로 $\overline{AH}=9$

$\therefore \overline{BH}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$

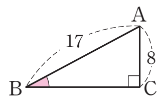
$\triangle ABH$에서 $\tan B=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

$\triangle AHC$에서 $\cos C=\frac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\frac{3\sqrt{7}}{12}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \tan B+\cos C=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{3+\sqrt{7}}{4}$

11 답 ⑤

$\sin B=\frac{8}{17}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로

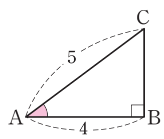
① $\sin A=\frac{15}{17}$　② $\cos B=\frac{15}{17}$　③ $\tan B=\frac{8}{15}$

④ $\tan A=\frac{15}{8}$　⑤ $\cos A=\frac{8}{17}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

12 답 $\frac{27}{20}$

$\cos A=\frac{4}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



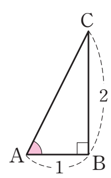
$\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$\sin A=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{3}{4}$

$\therefore \sin A+\tan A=\frac{3}{5}+\frac{3}{4}=\frac{27}{20}$

13 답 ②

$\tan A=2$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로

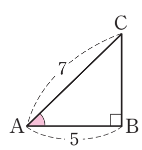
$\sin A=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\sin A+\cos A}{\sin A-\cos A}&=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\div\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\\&=\frac{3\sqrt{5}}{5}\div\frac{\sqrt{5}}{5}\\&=\frac{3\sqrt{5}}{5}\times\frac{5}{\sqrt{5}}=3\end{aligned}$$

14 답 $\frac{24}{35}$

$7\cos A-5=0$, 즉 $\cos A=\frac{5}{7}$　… (i)

이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$이므로

$\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$　… (ii)

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{7}\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{24}{35}$　… (iii)

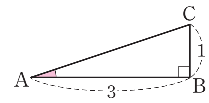
채점 기준	비율
(i) $\cos A$의 값 구하기	20 %
(ii) $\sin A$, $\tan A$의 값 구하기	60 %
(iii) $\sin A\times\tan A$의 값 구하기	20 %

15 답 ③

$6x^2+x-1=0$에서 $(2x+1)(3x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

즉, $\tan A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

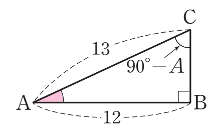
$\sin A=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

$\cos A=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \cos A-\sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}-\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

16 답 ②

$\sin(90°-A)=\frac{12}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$이므로

$\tan A=\frac{5}{12}$

17 답 ㄱ, ㄴ

$\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle HAC=\angle ABC=x$

ㄱ. $\triangle ABH$에서 $\cos x=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

ㄴ. $\triangle AHC$에서 $\cos x=\cos(\angle HAC)=\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

18 답 (1) $\frac{31}{20}$　(2) $\sqrt{3}$

(1) $\triangle ABC\backsim\triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BAH=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$,

$\tan x=\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

$\therefore \cos x+\tan x=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}=\frac{31}{20}$

(2) $\triangle ABC\backsim\triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BAH=x$

$\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\cos y=\cos B=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \sin x+\cos y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

19 답 $\dfrac{1}{5}$

$\triangle ABD \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BDA=\angle BAH=x$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$이므로

$\sin x=\sin(\angle BDA)=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$,

$\cos x=\cos(\angle BDA)=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore\ \cos x-\sin x=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$

20 답 $\dfrac{5}{13}$

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$이므로

$\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}$

21 답 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle ADE$

$\triangle AED$에서 $\overline{AE}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$이므로

$\cos B=\cos(\angle AED)=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$,

$\tan C=\tan(\angle ADE)=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

$\therefore\ \cos B\times\tan C=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\sqrt{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

22 답 ③

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\overline{AD}=10\,\text{cm}$이므로

$\overline{BE}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

$\angle EFC+\angle CEF=\angle CEF+\angle AEB=90^\circ$이므로

$\angle AEB=\angle EFC=x$

$\triangle ABE$에서

$\sin x=\sin(\angle AEB)=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$,

$\cos x=\cos(\angle AEB)=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore\ \sin x+\cos x=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{7}{5}$

23 답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\triangle EFG$에서 $\overline{EG}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$

$\triangle CEG$는 $\angle CGE=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{CE}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2+8^2}=8\sqrt{3}$

$\therefore\ \cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{8\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

24 답 $\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$

$\triangle FGH$에서 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\triangle BFH$는 $\angle BFH=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{BH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+4^2}=6$

$\therefore\ \sin x=\dfrac{\overline{BF}}{\overline{BH}}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$, $\cos x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore\ \sin x\times\cos x=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$

25 답 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(1) $\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times 6=3$이고

$\triangle DMC$는 $\angle DMC=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{DM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

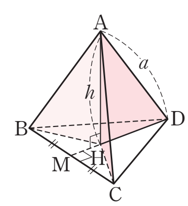
$\triangle DBC$는 정삼각형이므로 $\overline{DB}=\overline{DC}$
이때 $\overline{DM}$은 꼭짓점 D와 밑변 BC의 중점 M을 잇는 선분이므로 $\overline{BC}\perp\overline{DM}$

(2) 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(3) $\triangle AHD$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{AD}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

참고 **점 H가 △BCD의 무게중심인 이유**



$\triangle ABH$, $\triangle ACH$, $\triangle ADH$에서

$\angle AHB=\angle AHC=\angle AHD=90^\circ$,

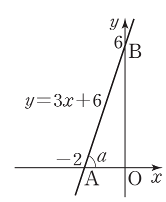
$\overline{AH}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$

$\therefore\ \triangle ABH\equiv\triangle ACH\equiv\triangle ADH$ (RHS 합동)

즉, $\overline{BH}=\overline{CH}=\overline{DH}$이므로 점 H는 △BCD의 외심이다.

따라서 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 H는 △BCD의 무게중심이다.

26 답 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$



$y=3x+6$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.

$y=3x+6$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

$A(-2,\ 0)$, $B(0,\ 6)$

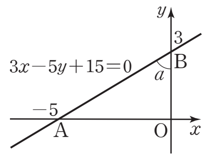
$\therefore\ \overline{AO}=2$, $\overline{BO}=6$

$\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$이므로

$\cos a=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{2\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

27 답 ②

직선 $3x-5y+15=0$과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$3x-5y+15=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A$(-5, 0)$, B$(0, 3)$ $\qquad\therefore \overline{\mathrm{AO}}=5$, $\overline{\mathrm{BO}}=3$

$\therefore \tan a=\dfrac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{BO}}}=\dfrac{5}{3}$

28 답 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

기울기가 $-\dfrac{1}{2}$이므로 직선의 방정식을 $y=-\dfrac{1}{2}x+b$라고 하면 이 직선이 점 $(2, 1)$을 지나므로

$1=-\dfrac{1}{2}\times 2+b \qquad \therefore b=2$

즉, $y=-\dfrac{1}{2}x+2$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A$(4, 0)$, B$(0, 2)$ $\qquad\therefore \overline{\mathrm{AO}}=4$, $\overline{\mathrm{BO}}=2$

△ABO에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\sin a=\dfrac{\overline{\mathrm{BO}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos a=\dfrac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin a+\cos a=\dfrac{\sqrt{5}}{5}+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

29 답 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $-\dfrac{1}{4}$ (3) 2

(1) $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{2}$

(2) $(\cos 30^\circ-1)(\sin 60^\circ+1)$

$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right)\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1^2=\dfrac{3}{4}-1=-\dfrac{1}{4}$

(3) $2\sin 30^\circ\times\tan 45^\circ\div\cos 60^\circ=2\times\dfrac{1}{2}\times 1\div\dfrac{1}{2}=2$

30 답 ①, ④, ⑥

① $\sin 60^\circ-\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=0$

② $\cos 45^\circ+\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

③ $\tan 45^\circ\times\tan 60^\circ=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$

④ $\tan 45^\circ\div\sin 30^\circ=1\div\dfrac{1}{2}=2$

⑤ $\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}=\dfrac{1}{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

⑥ $2\sin 30^\circ-\sqrt{3}\tan 30^\circ=2\times\dfrac{1}{2}-\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=1-1=0$

⑦ $\sin^2 60^\circ+\cos^2 60^\circ=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}=1$

따라서 옳은 것은 ①, ④, ⑥이다.

31 답 ③

$\angle\mathrm{AOB}=90^\circ$이고 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로

$\angle\mathrm{OAB}=\angle\mathrm{OBA}=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ \qquad \therefore x=45^\circ$

$\therefore \cos x=\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

32 답 ③

$0^\circ<x<75^\circ$에서 $15^\circ<x+15^\circ<90^\circ$이고

$\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$x+15^\circ=60^\circ \qquad \therefore x=45^\circ$

33 답 60°

$\sin B=\dfrac{9}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \angle\mathrm{B}=60^\circ$

34 답 $\dfrac{3}{2}$

$\angle\mathrm{A}:\angle\mathrm{B}:\angle\mathrm{C}=2:3:4$이고

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle\mathrm{B}=180^\circ\times\dfrac{3}{2+3+4}=60^\circ$

$\therefore \sin B\times\tan B=\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}$

35 답 $3\sqrt{2}$

△ABC에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sqrt{3}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{\mathrm{BC}}=3$

△BCD에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{3}{x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore x=3\sqrt{2}$

36 답 ④

△ABC에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{x}{6}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore x=3$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{\mathrm{AC}}=3\sqrt{3}$

△ACD에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{y}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore y=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

$\therefore xy=3\times\dfrac{3\sqrt{6}}{2}=\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$

37 답 $8\sqrt{3}$ cm

△ABC에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{12}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore \overline{\mathrm{BC}}=12\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

△ADC에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{12}{\overline{\mathrm{CD}}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{\mathrm{CD}}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{CD}}=12\sqrt{3}-4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

다른 풀이

△ABD에서 $30^\circ+\angle\mathrm{BAD}=60^\circ \qquad \therefore \angle\mathrm{BAD}=30^\circ$

즉, △ABD는 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}$인 이등변삼각형이다.

△ADC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{12}{\overline{\mathrm{AD}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{\mathrm{AD}}=8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{AD}}=8\sqrt{3}$ cm

38 답 ②

△ADE에서

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AD}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{AD} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\angle AFD = \angle ACB = 60^\circ$(동위각)이므로

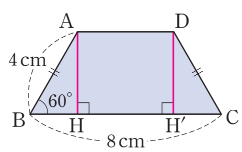
△ADF에서

$\tan 60^\circ = \frac{6\sqrt{2}}{\overline{DF}} = \sqrt{3}$ $\quad\therefore\ \overline{DF} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ADF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

39 답 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



△ABH에서

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{AH} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{4} = \frac{1}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{BH} = 2(\text{cm})$

$\overline{CH'} = \overline{BH} = 2\,\text{cm}$이므로

$\overline{AD} = \overline{HH'} = 8 - (2+2) = 4(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

40 답 (1) $2-\sqrt{3}$ (2) $2+\sqrt{3}$

(1) △ABD에서 $15^\circ + \angle BAD = 30^\circ$ $\quad\therefore\ \angle BAD = 15^\circ$

즉, △ABD는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{BD} = 8$

△ADC에서

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{CD}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{CD} = 4\sqrt{3}$

$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{AC} = 4$

따라서 △ABC에서

$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{8+4\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

(2) △ABC에서 $\angle BAC = 180^\circ - (15^\circ + 90^\circ) = 75^\circ$이므로

$\tan 75^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{8+4\sqrt{3}}{4} = 2+\sqrt{3}$

41 답 $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm

△ABD에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{AD} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

△ABC에서 $\angle C = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$이므로

△ADC에서 $\angle DAC = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$

$\tan 60^\circ = \frac{\overline{CD}}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ $\quad\therefore\ \overline{CD} = 9(\text{cm})$

따라서 △EDC에서

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{CE}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{CE} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

42 답 ③

구하는 예각의 크기를 a라고 하면

(직선의 기울기)$= \tan a = \sqrt{3}$ $\quad\therefore\ a = 60^\circ$

43 답 4

$a = \tan 45^\circ = 1$

이때 직선 $y = x + b$가 점 $(-1, 2)$를 지나므로

$2 = -1 + b$ $\quad\therefore\ b = 3$

$\therefore\ a + b = 1 + 3 = 4$

44 답 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$라고 하면

$a = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

이때 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-2) + b$ $\quad\therefore\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

45 답 ②, ④

② $\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

④ $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle ACB = \angle AED$(동위각), 즉 $y = z$

$\therefore\ \sin z = \sin y = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

46 답 1.47

$\cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{0.85}{1} = 0.85$, $\tan a = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{0.62}{1} = 0.62$

$\therefore\ \cos a + \tan a = 0.85 + 0.62 = 1.47$

47 답 ④

△AOB에서 $\angle OAB = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$

④ $\sin 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{0.64}{1} = 0.64$

48 답 ①, ⑤

점 B의 좌표는 $(\overline{OA}, \overline{AB})$이다.

$\angle OBA = \angle ODC = b$(동위각)이므로

$\overline{OA} = \cos a = \sin b$, $\overline{AB} = \sin a = \cos b$

따라서 점 B의 좌표를 나타내는 것은

① $(\cos a, \sin a)$, ⑤ $(\sin b, \cos b)$이다.

49 답 ④

△AOH에서 $\cos 50^\circ = \frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OH}}{1} = \overline{OH}$

$\therefore\ \overline{BH} = \overline{OB} - \overline{OH} = 1 - \cos 50^\circ$

50 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ … (i)

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{1}{2}$ … (ii)

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{OB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ … (iii)

$\therefore \square ABDC=\triangle COD-\triangle AOB$

$=\dfrac{1}{2}\times 1\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{24}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CD}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{OB}$의 길이 구하기	20 %
(iv) $\square ABDC$의 넓이 구하기	40 %

51 답 ③

$\sin 0^\circ=\tan 0^\circ=\cos 90^\circ=0$

$\cos 0^\circ=\sin 90^\circ=1$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

따라서 삼각비의 값이 0인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ의 3개이다.

52 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$이므로 $\sin 0^\circ\neq\cos 0^\circ$

ㄹ. $\cos 0^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$이므로 $\cos 0^\circ\neq\tan 0^\circ$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

53 답 ②, ④

① $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0=0$

② $\sin 90^\circ\times\cos 90^\circ=1\times 0=0$

③ $\cos 0^\circ\times(\tan 45^\circ+\sin 90^\circ)=1\times(1+1)=2$

④ $\sin 0^\circ-(1+\cos 90^\circ)\times(1-\tan 0^\circ)$

$=0-(1+0)\times(1-0)=-1$

⑤ $(\cos 0^\circ+\cos 45^\circ)\times(\sin 90^\circ-\sin 45^\circ)$

$=\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=1^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

54 답 ③

$\sin 0^\circ+\tan 0^\circ+\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ=0+0+1\times 1$

$=1$

55 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$

$\cos 45^\circ\times\tan 0^\circ+\sin 60^\circ\times\cos 0^\circ+\sin 90^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 0+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 1+1$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$

56 답 ③

$\tan 45^\circ\times\cos 30^\circ-\sin 90^\circ\times\tan 30^\circ$

$=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$\therefore a=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$\cos 0^\circ\times\sin 30^\circ-\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ$

$=1\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$

$=-1$

$\therefore b=-1$

$\therefore 6ab=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{6}\times(-1)=-\sqrt{3}$

57 답 ⑥, ⑦

⑥ $0^\circ\le A\le 90^\circ$일 때, $\tan A$의 값 중 가장 작은 값은 0이고 가장 큰 값은 알 수 없다.

⑦ $A=45^\circ$일 때, $\sin A=\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

58 답 ③

$45^\circ<A<90^\circ$일 때,

$\cos A<\sin A<1$이고 $\tan A>1$이므로

$\cos A<\sin A<\tan A$

59 답 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ

$\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$, $\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$에서

$\sin 0^\circ<\sin 35^\circ<\sin 45^\circ(=\cos 45^\circ)$이고

$\cos 45^\circ<\cos 0^\circ$이고

$\tan 45^\circ(=\cos 0^\circ)<\tan 60^\circ<\tan 75^\circ$이다.

따라서 삼각비의 값을 작은 것부터 차례로 나열하면

ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ이다.

60 답 ③

$0^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\sin x<1$이므로

$\sin x-1<0$, $\sin x+1>0$

$\therefore \sqrt{(\sin x-1)^2}+\sqrt{(\sin x+1)^2}$

$=-(\sin x-1)+(\sin x+1)$

$=-\sin x+1+\sin x+1$

$=2$

61 답 $2\sin A$

$0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\sin A<\cos A$이므로

$\sin A+\cos A>0$, $\sin A-\cos A<0$

$\therefore \sqrt{(\sin A+\cos A)^2}-\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}$

$=(\sin A+\cos A)-\{-(\sin A-\cos A)\}$

$=\sin A+\cos A+\sin A-\cos A$

$=2\sin A$

62 답 0

$45^\circ < A < 90^\circ$일 때, $1 < \tan A$이므로 … (i)

$1 - \tan A < 0$

$\tan A - \tan 45^\circ = \tan A - 1 > 0$ … (ii)

$\therefore \sqrt{(1-\tan A)^2} - \sqrt{(\tan A - \tan 45^\circ)^2}$

$= -(1-\tan A) - (\tan A - 1)$

$= -1 + \tan A - \tan A + 1 = 0$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\tan A$의 값의 범위 구하기	20 %
(ii) 근호 안의 식의 부호 판단하기	40 %
(iii) 주어진 식을 간단히 하기	40 %

63 답 34°

$\sin 18^\circ = 0.3090$, $\tan 16^\circ = 0.2867$이므로

$x = 18^\circ$, $y = 16^\circ$

$\therefore x + y = 18^\circ + 16^\circ = 34^\circ$

64 답 1.0328

$\cos 42^\circ = 0.7431$, $\sin 40^\circ = 0.6428$, $\tan 43^\circ = 0.9325$

$\therefore \cos 42^\circ - \sin 40^\circ + \tan 43^\circ = 0.7431 - 0.6428 + 0.9325$

$= 1.0328$

65 답 ④

$\tan 41^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{10} = 0.8693$ $\quad\therefore \overline{AC} = 8.693$

66 답 (1) 14° (2) 45 %

(1) $\tan A \times 100 = 25$ $\quad\therefore \tan A = 0.25$

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 14^\circ = 0.25$이므로 $A = 14^\circ$

(2) 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 24^\circ = 0.45$이므로

(도로의 경사도)$= \tan 24^\circ \times 100$

$= 0.45 \times 100 = 45(\%)$

67 답 ④

각 직각삼각형의 세 변의 길이는 각각 다음과 같다.

1번째: 1, 1, $\sqrt{2}$

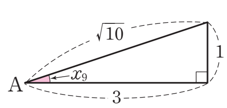
2번째: 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

3번째: 1, $\sqrt{3}$, 2

4번째: 1, 2, $\sqrt{5}$

⋮

즉, n번째 만들어진 새로운 직각삼각형의 세 변의 길이는 각각 1, $\sqrt{n}$, $\sqrt{n+1}$이므로 9번째 만들어진 새로운 직각삼각형의 세 변의 길이는 각각 1, 3, $\sqrt{10}$이다.



$\sin x_9 = \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos x_9 = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$이므로

$\sin x_9 + \cos x_9 = \dfrac{\sqrt{10}}{10} + \dfrac{3\sqrt{10}}{10} = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

단원 마무리

P. 17~19

1 $\dfrac{19\sqrt{7}}{28}$ **2** $4\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ **3** $\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$ **4** ②

5 $\dfrac{10}{29}$ **6** ④ **7** $\dfrac{50\sqrt{3}}{3}$ **8** $\dfrac{1}{2}$ **9** ⑤

10 ② **11** ② **12** $\dfrac{11}{15}$ **13** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **14** $\dfrac{1}{2}$

15 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **16** $\sqrt{2}-1$ **17** ③ **18** 0.2229

19 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ **20** $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$ **21** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

1

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$이므로

$\tan B = \dfrac{3}{\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{7}$, $\sin C = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \tan B + \sin C = \dfrac{3\sqrt{7}}{7} + \dfrac{\sqrt{7}}{4} = \dfrac{19\sqrt{7}}{28}$

2

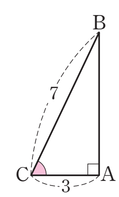
$\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{6} = \dfrac{2}{3}$이므로 $\overline{BC} = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 4 = 4\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

3

$\cos C = \dfrac{3}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AB} = \sqrt{7^2 - 3^2} = 2\sqrt{10}$이므로

$\tan C = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{2\sqrt{10}}{3}$

4

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)이므로

$\angle ABC = \angle ACD = x$

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$(AA 닮음)이므로

$\angle BAC = \angle BCD = y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$이므로

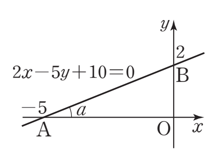
$\cos x = \cos B = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{3}{5}$,

$\tan y = \tan A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{3}{4}$

$\therefore \cos x + \tan y = \dfrac{3}{5} + \dfrac{3}{4} = \dfrac{27}{20}$

5

$2x - 5y + 10 = 0$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$2x - 5y + 10 = 0$에 $y = 0$, $x = 0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A$(-5, 0)$, B$(0, 2)$

$\therefore \overline{AO} = 5$, $\overline{BO} = 2$

$\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$이므로

$\sin a=\dfrac{2}{\sqrt{29}}=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$, $\cos a=\dfrac{5}{\sqrt{29}}=\dfrac{5\sqrt{29}}{29}$

$\therefore \sin a\times\cos a=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}\times\dfrac{5\sqrt{29}}{29}=\dfrac{10}{29}$

6 ㄱ. (좌변)$=\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}$,

(우변)$=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 (좌변)$\neq$(우변)

ㄴ. $\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}=1$

ㄷ. $\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{\tan 60^\circ}$

ㄹ. (좌변)$=\cos 30^\circ+\cos 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}$,

(우변)$=\cos 90^\circ=0$이므로 (좌변)$\neq$(우변)

ㅁ. $\tan 45^\circ-\sin 90^\circ=1-1=0$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

7 $\triangle ADC$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{x}{10}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore x=5\sqrt{2}$ ⋯ (ⅰ)

$\triangle ABD$에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{5\sqrt{2}}{y}=\sqrt{3}$

$\therefore y=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$ ⋯ (ⅱ)

$\therefore xy=5\sqrt{2}\times\dfrac{5\sqrt{6}}{3}=\dfrac{50\sqrt{3}}{3}$ ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) x의 값 구하기	40 %
(ⅱ) y의 값 구하기	40 %
(ⅲ) xy의 값 구하기	20 %

8 $\sqrt{3}x-y+4\sqrt{3}=0$에서 $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$이므로

(직선의 기울기)$=\tan a=\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=60^\circ$

$\therefore \sin\dfrac{a}{2}=\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

9 $\triangle AOB$에서 $\angle AOB=180^\circ-(38^\circ+90^\circ)=52^\circ$이므로

$\tan 52^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{1.2799}{1}=1.2799$

$\sin 38^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.6157}{1}=0.6157$

$\therefore \tan 52^\circ-\sin 38^\circ=1.2799-0.6157=0.6642$

10 ② $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로 $\cos 30^\circ>\cos 35^\circ$

11 $\sin 10^\circ=0.1736$, $\cos 4^\circ=0.9976$이므로

$x=10^\circ$, $y=4^\circ$ $\quad\therefore x-y=10^\circ-4^\circ=6^\circ$

$\therefore \tan(x-y)=\tan 6^\circ=0.1051$

12 $\triangle ABC\backsim\triangle EDC$ (AA 닮음)이므로

$\angle EDC=\angle ABC=x$

$\triangle EDC$에서 $\overline{DE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$\tan x=\tan(\angle EDC)=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{DE}}=\dfrac{4}{3}$,

$\cos x=\cos(\angle EDC)=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{CD}}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \tan x-\cos x=\dfrac{4}{3}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{11}{15}$

13 $\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times4=2$이고

$\triangle ABM$은 $\angle AMB=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이고

$\overline{DM}=\overline{AM}=2\sqrt{3}$이므로

$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{1}{3}\times2\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\triangle AMH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\div2\sqrt{3}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

14 $25^\circ<x<70^\circ$에서 $50^\circ<2x<140^\circ$

$\therefore 0^\circ<2x-50^\circ<90^\circ$ ⋯ (ⅰ)

$\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$2x-50^\circ=30^\circ$, $2x=80^\circ$

$\therefore x=40^\circ$ ⋯ (ⅱ)

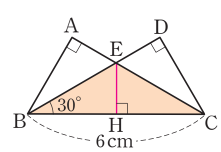
$\therefore \cos(x+20^\circ)=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$ ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $2x-50^\circ$의 크기의 범위 구하기	20 %
(ⅱ) x의 크기 구하기	50 %
(ⅲ) $\cos(x+20^\circ)$의 값 구하기	30 %

15 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$이므로 $\angle ECB=\angle EBC=30^\circ$

따라서 $\triangle EBC$는 $\overline{BE}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

$\triangle EBH$에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{EH}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore \overline{EH}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times6\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

16 $\triangle ADC$에서

$\tan 45° = \dfrac{1}{\overline{CD}} = 1 \qquad \therefore \overline{CD} = 1$

$\sin 45° = \dfrac{1}{\overline{AD}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AD} = \sqrt{2}$

$\therefore \overline{BD} = \overline{AD} = \sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\tan B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$

17 ㄱ. $0° < A < 45°$일 때, $\sin A < \cos A$

ㄴ. $A = 45°$일 때, $\sin A = \cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ㄷ. $45° < A < 90°$일 때, $\cos A < \sin A < \tan A$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ의 2개이다.

18 $\overline{DE} = \tan x = 0.8098$

이때 $\tan 39° = 0.8098$이므로 $x = 39°$

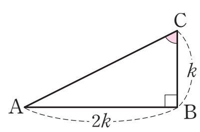
따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \cos 39° = 0.7771$이므로

$\overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 1 - 0.7771 = 0.2229$

19 $\sin A : \cos A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$= \overline{BC} : \overline{AB} = 1 : 2$

이므로 $\overline{BC} = k$, $\overline{AB} = 2k\,(k>0)$라고 하면



$\overline{AC} = \sqrt{(2k)^2 + k^2} = \sqrt{5}k$

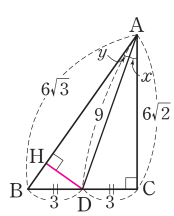
$\therefore \sin C = \dfrac{2k}{\sqrt{5}k} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

20 $\triangle ADC$에서 $\sin x = \dfrac{3}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{3}$이므로 $\overline{AD} = 9$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle ABD$의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 3 \times 6\sqrt{2} = \dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times \overline{DH}$

$9\sqrt{2} = 3\sqrt{3} \times \overline{DH} \qquad \therefore \overline{DH} = \sqrt{6}$

따라서 $\triangle AHD$에서 $\overline{AH} = \sqrt{9^2 - (\sqrt{6})^2} = 5\sqrt{3}$이므로

$\tan y = \dfrac{\overline{DH}}{\overline{AH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{5\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$

21 $45° < x < 90°$일 때, $0 < \cos x < \sin x$이므로

$\sin x + \cos x > 0$, $\cos x - \sin x < 0$

$\therefore \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} - \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$

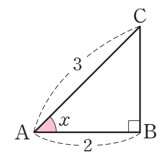
$= (\sin x + \cos x) - \{-(\cos x - \sin x)\}$

$= \sin x + \cos x + \cos x - \sin x$

$= 2\cos x$

즉, $2\cos x = \dfrac{4}{3}$이므로 $\cos x = \dfrac{2}{3}$

이때 $\cos x = \dfrac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$이므로

$\sin x = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

유형 1~6 P. 22~25

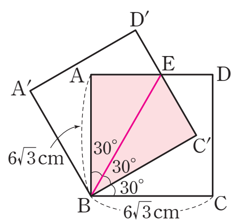
1 답 ④

2 답 $27\sqrt{6}\,\text{cm}^3$

$\triangle$HEF에서 $\overline{HF}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$
$\triangle$BHF는 $\angle BFH=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{BF}=3\sqrt{2}\tan 60°=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore$ (직육면체의 부피)$=3\times3\times3\sqrt{6}=27\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

3 답 $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면
$\triangle$ABE와 $\triangle$C′BE에서
$\angle A=\angle C'=90°$,
$\overline{BE}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{C'B}$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle C'BE$ (RHS 합동)
$\therefore \angle ABE=\angle C'BE$
$=\frac{1}{2}\times(90°-30°)=30°$



$\triangle$ABE에서 $\overline{AE}=6\sqrt{3}\tan 30°=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6(\text{cm})$이므로
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
따라서 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이는
$\square ABC'E=2\triangle ABE=2\times18\sqrt{3}=36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

4 답 19.2 m

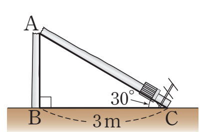
$\overline{BC}=48\tan 22°=48\times0.4=19.2(\text{m})$

5 답 6 m

$\overline{BC}=5\tan 42°=5\times0.9=4.5(\text{m})$
따라서 나무의 높이는
$\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=4.5+1.5=6(\text{m})$

6 답 $3\sqrt{3}$ m

오른쪽 그림에서
$\overline{AB}=3\tan 30°$
$=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}(\text{m})$ $\cdots$ (i)



$\overline{AC}=\frac{3}{\cos 30°}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{m})$ $\cdots$ (ii)
따라서 부러지기 전의 전봇대의 높이는
$\overline{AB}+\overline{AC}=\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{m})$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 부러지기 전의 전봇대의 높이 구하기	20 %

7 답 $(100\sqrt{3}+100)$ m

$\overline{AH}=100$ m이므로
$\triangle$AHB에서 $\overline{BH}=100\tan 60°=100\times\sqrt{3}=100\sqrt{3}(\text{m})$
$\triangle$ACH에서 $\overline{CH}=100\tan 45°=100\times1=100(\text{m})$
따라서 타워의 높이는
$\overline{BH}+\overline{CH}=100\sqrt{3}+100(\text{m})$

8 답 ⑤

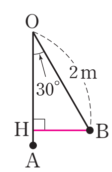
$\triangle$BCD에서 $\overline{BC}=\frac{30}{\tan 30°}=30\times\frac{3}{\sqrt{3}}=30\sqrt{3}(\text{m})$
$\triangle$ABC에서 $\angle ABC=15°+30°=45°$이므로
$\overline{AC}=30\sqrt{3}\tan 45°=30\sqrt{3}\times1=30\sqrt{3}(\text{m})$
$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=30\sqrt{3}-30=30(\sqrt{3}-1)(\text{m})$

9 답 $310\sqrt{6}$ m

$\triangle$CDB에서 $\overline{BC}=620\sin 45°=620\times\frac{\sqrt{2}}{2}=310\sqrt{2}(\text{m})$
$\triangle$ACB에서
$\overline{AB}=310\sqrt{2}\tan 60°=310\sqrt{2}\times\sqrt{3}=310\sqrt{6}(\text{m})$

10 답 ③

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선을 발을 H라고 하면 $\triangle$OHB에서



$\overline{OH}=2\cos 30°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(\text{m})$
$\therefore \overline{HA}=\overline{OA}-\overline{OH}=2-\sqrt{3}(\text{m})$
따라서 B 지점은 A 지점보다 $(2-\sqrt{3})$ m 더 높이 있다.

11 답 ②

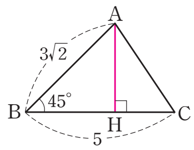
$\overline{AC}=\frac{10}{\sin 25°}=\frac{10}{0.4}=25(\text{m})$
따라서 A 지점에서 C 지점까지 가는 데 걸리는 시간은
$\frac{25}{2}=12.5$(초)이다.

참고 (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

12 답 $(5\sqrt{2}+6)$ m

$\triangle$ACP에서
$\overline{CP}=\frac{5}{\sin 45°}=5\times\frac{2}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}(\text{m})$
$\overline{AC}=\frac{5}{\tan 45°}=5(\text{m})$이므로
$\overline{BC}=\overline{AB}-\overline{AC}=8-5=3(\text{m})$
$\triangle$CBQ에서
$\overline{CQ}=\frac{3}{\cos 60°}=3\times2=6(\text{m})$
$\therefore \overline{CP}+\overline{CQ}=5\sqrt{2}+6(\text{m})$
따라서 새가 날아간 거리는 $(5\sqrt{2}+6)$ m이다.

13 답 $\sqrt{13}$



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△ABH에서

$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45°=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$

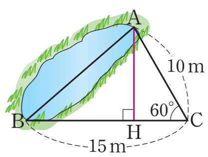
$\overline{BH}=3\sqrt{2}\cos 45°=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$ … (i)

$\therefore\ \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-3=2$ … (ii)

따라서 △AHC에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %

14 답 $5\sqrt{7}$ m



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△AHC에서

$\overline{AH}=10\sin 60°=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

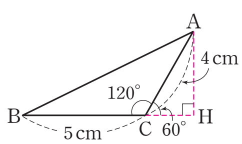
$=5\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{CH}=10\cos 60°=10\times\frac{1}{2}=5(\text{m})$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=15-5=10(\text{m})$

따라서 △ABH에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2+(5\sqrt{3})^2}=5\sqrt{7}(\text{m})$

15 답 $\sqrt{61}$ cm



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\angle ACH=180°-120°=60°$

△ACH에서

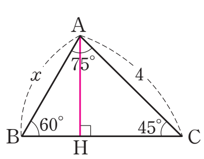
$\overline{AH}=4\sin 60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CH}=4\cos 60°=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=5+2=7(\text{cm})$

따라서 △ABH에서 $\overline{AB}=\sqrt{7^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{61}(\text{cm})$

16 답 (1) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (2) $8\sqrt{2}$



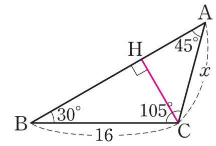
(1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면

△AHC에서

$\overline{AH}=4\sin 45°=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

$\angle B=180°-(75°+45°)=60°$이므로

△ABH에서 $x=\frac{2\sqrt{2}}{\sin 60°}=2\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$



(2) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면

△BCH에서

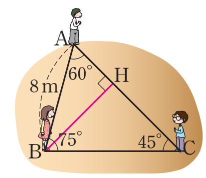
$\overline{CH}=16\sin 30°=16\times\frac{1}{2}=8$

$\angle A=180°-(30°+105°)=45°$이므로

△AHC에서

$x=\frac{8}{\sin 45°}=8\times\frac{2}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}$

17 답 $4\sqrt{6}$ m



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\angle A=180°-(75°+45°)=60°$

이므로

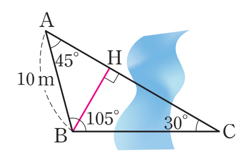
△ABH에서

$\overline{BH}=8\sin 60°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 △BCH에서

$\overline{BC}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin 45°}=4\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{6}(\text{m})$

18 답 $(5\sqrt{2}+5\sqrt{6})$ m



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면

△ABH에서

$\overline{AH}=10\cos 45°=10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}(\text{m})$

$\overline{BH}=10\sin 45°=10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}(\text{m})$

$\angle C=180°-(45°+105°)=30°$이므로

△BCH에서

$\overline{CH}=\frac{5\sqrt{2}}{\tan 30°}=5\sqrt{2}\times\frac{3}{\sqrt{3}}=5\sqrt{6}(\text{m})$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=5\sqrt{2}+5\sqrt{6}(\text{m})$

19 답 $10(3-\sqrt{3})$ cm

$\overline{AH}=h$ cm라고 하면

△ABH에서

$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 45°}=h(\text{cm})$

△AHC에서

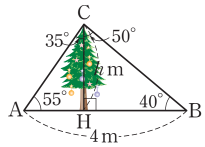
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60°}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $20=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=20 \qquad \therefore\ h=20\times\frac{3}{3+\sqrt{3}}=10(3-\sqrt{3})$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $10(3-\sqrt{3})$ cm이다.

20 답 ③



$\overline{CH}=h$ m라고 하면

$\triangle CAH$에서

$\angle ACH=180°-(55°+90°)=35°$

이므로

$\overline{AH}=h\tan 35°$(m)

$\triangle CHB$에서 $\angle BCH=180°-(40°+90°)=50°$이므로

$\overline{BH}=h\tan 50°$(m)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로 $4=h\tan 35°+h\tan 50°$

$(\tan 35°+\tan 50°)h=4$　　$\therefore h=\dfrac{4}{\tan 35°+\tan 50°}$

$\therefore \overline{CH}=\dfrac{4}{\tan 35°+\tan 50°}$ m

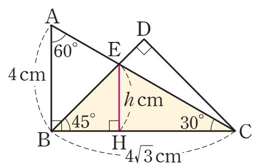
참고 55°, 40°의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{CH}$를 구하면

$4=\dfrac{\overline{CH}}{\tan 55°}+\dfrac{\overline{CH}}{\tan 40°}$

$\therefore \overline{CH}=\dfrac{4\tan 55°\tan 40°}{\tan 55°+\tan 40°}$(m)

21 답 $(12\sqrt{3}-12)$ cm^2

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=4\tan 60°=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{EH}=h$ cm라고 하면

$\triangle EBH$에서

$\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 45°}=h$(cm)

$\triangle EHC$에서 $\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 30°}=h\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $4\sqrt{3}=h+\sqrt{3}h$

$(1+\sqrt{3})h=4\sqrt{3}$　　$\therefore h=\dfrac{4\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=6-2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times(6-2\sqrt{3})=12\sqrt{3}-12$(cm^2)

22 답 $50(\sqrt{3}+1)$ m

$\overline{AD}=h$ m라고 하면

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\dfrac{h}{\tan 30°}=h\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$(m)

$\triangle ACD$에서 $\overline{CD}=\dfrac{h}{\tan 45°}=h$(m)

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로 $100=\sqrt{3}h-h$

$(\sqrt{3}-1)h=100$　　$\therefore h=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}=50(\sqrt{3}+1)$

따라서 산의 높이 $\overline{AD}$는 $50(\sqrt{3}+1)$ m이다.

23 답 $(3+\sqrt{3})$ cm^2

$\overline{AH}=h$ cm라고 하면

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 45°}=h$(cm)

$\angle ACH=180°-120°=60°$이므로

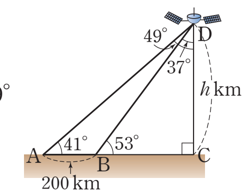
$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 60°}=\dfrac{h}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $2=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=2$　　$\therefore h=2\times\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}=3+\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 2\times(3+\sqrt{3})=3+\sqrt{3}$(cm^2)

24 답 500 km



$\overline{CD}=h$ km라고 하면

$\triangle ACD$에서

$\angle ADC=180°-(41°+90°)=49°$

이므로

$\overline{AC}=h\tan 49°$(km)

$\triangle BCD$에서

$\angle BDC=180°-(53°+90°)=37°$이므로

$\overline{BC}=h\tan 37°$(km)

$\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}$이므로 $200=h\tan 49°-h\tan 37°$

즉, $(\tan 49°-\tan 37°)h=200$에서

$(1.15-0.75)h=200$이므로 $h=\dfrac{200}{0.4}=500$

따라서 인공위성의 높이 $\overline{CD}$는 500 km이다.

유형 7~11　P. 26~29

25 답 $6\sqrt{3}$ cm^2

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times\sin 60°$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$(cm^2)

26 답 ④

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 9\times\sin 45°=18\sqrt{2}$에서

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 9\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}$, $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\overline{AB}=18\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=8$(cm)

27 답 45°

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 6\times\sin A=6\sqrt{6}$에서

$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0°<\angle A<90°$이므로 $\angle A=45°$

28 답 $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ cm^2

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 7\times 6\times\sin 45°$

$=\dfrac{1}{2}\times 7\times 6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{21\sqrt{2}}{2}$(cm^2)

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{21\sqrt{2}}{2}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$(cm^2)

29 답 $\dfrac{60\sqrt{3}}{11}$

$\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

$\overline{AD}=x$라고 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times 12\times 10\times \sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times 12\times x\times \sin 30°+\frac{1}{2}\times x\times 10\times \sin 30°$

$30\sqrt{3}=3x+\frac{5}{2}x,\ \frac{11}{2}x=30\sqrt{3}\qquad \therefore\ x=\frac{60\sqrt{3}}{11}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{60\sqrt{3}}{11}$이다.

30 답 ③

$\overline{AE}=a\,(a>0)$라고 하면 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $2a$이므로

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a$

마찬가지 방법으로 $\overline{BF}=\sqrt{5}a$

$\square ABCD=\triangle ABE+\triangle EBF+\triangle BCF+\triangle DEF$에서

$(2a)^2=\frac{1}{2}\times 2a\times a+\frac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times\sqrt{5}a\times\sin x$

$\qquad+\frac{1}{2}\times 2a\times a+\frac{1}{2}\times a\times a$

$4a^2=a^2+\frac{5}{2}a^2\sin x+a^2+\frac{1}{2}a^2$

$\frac{5}{2}a^2\sin x=\frac{3}{2}a^2\qquad \therefore\ \sin x=\frac{3}{5}$

31 답 $18\,\text{cm}^2$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 12\times \sin(180°-150°)$

$\qquad=\frac{1}{2}\times 6\times 12\times\frac{1}{2}=18(\text{cm}^2)$

32 답 $120°$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times \sin(180°-C)=10\sqrt{3}$에서

$\sin(180°-C)=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $180°-\angle C=60°$

$\therefore\ \angle C=120°$

33 답 $54\,\text{cm}^2$

$\overline{BC}=\overline{DE}=12\,\text{cm}$이므로

$\triangle ABC$에서

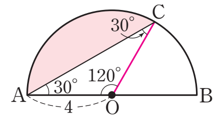
$\overline{AB}=12\cos 30°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\angle ABD=30°+90°=120°$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 12\times\sin(180°-120°)$

$\qquad=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=54(\text{cm}^2)$

34 답 $16\pi-12\sqrt{3}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\triangle AOC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30°$

즉, $\angle AOC=180°-(30°+30°)=120°$이므로

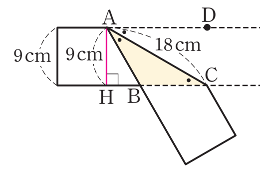
$S=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-$($\triangle AOC$의 넓이)

$\quad=\pi\times 4^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\sin(180°-120°)$

$\quad=\frac{16}{3}\pi-\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}$

$\therefore\ 3S=3\times\left(\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\right)=16\pi-12\sqrt{3}$

35 답 $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AH}=9\,\text{cm}$이므로

$\triangle AHC$에서

$\sin C=\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \angle C=30°$

$\angle DAC=\angle BAC$(접은 각), $\angle DAC=\angle BCA$(엇각)에서

$\angle BAC=\angle BCA=30°$이므로

$\triangle ABC$에서

$\angle ABH=\angle BAC+\angle BCA=30°+30°=60°$

$\triangle AHB$에서 $\overline{AB}=\frac{9}{\sin 60°}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 30°$

$\qquad=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 18\times\frac{1}{2}$

$\qquad=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

다른 풀이

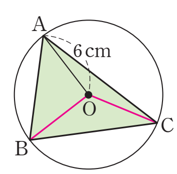
$\overline{AB}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$이고

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 9=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

36 답 $(27+9\sqrt{3})\,\text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:4:5$에서

$\angle AOB=360°\times\frac{3}{3+4+5}=90°$

$\angle BOC=360°\times\frac{4}{3+4+5}=120°$

$\angle COA=360°\times\frac{5}{3+4+5}=150°$

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}\times6\times6+\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=18+\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{1}{2}$

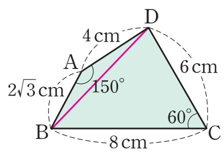
$=18+9\sqrt{3}+9=27+9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

참고 **부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계**

한 원 또는 합동인 두 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

37 답 $14\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4$

$\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times8\times6\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times8\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2\sqrt{3}+12\sqrt{3}=14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

38 답 $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=6\tan60^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

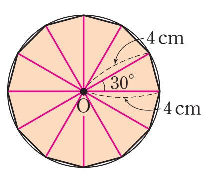
$=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times8\times\sin30^\circ$

$=18\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times8\times\frac{1}{2}$

$=18\sqrt{3}+12\sqrt{3}=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

39 답 ②

정십이각형은 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 12개의 이등변삼각형으로 나누어지고 이등변삼각형의 꼭지각의 크기는 $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$이므로



(정십이각형의 넓이)$=12\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin30^\circ\right)$

$=12\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{1}{2}\right)$

$=48(\text{cm}^2)$

40 답 ③

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \square ABCD=4\times6\times\sin60^\circ=4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$

다른 풀이

$\overline{CD}=\overline{AB}=4$이므로

$\square ABCD=4\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)=4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$

41 답 $32\,\text{cm}^2$

$\square ABCD=8\times8\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=8\times8\times\frac{1}{2}=32(\text{cm}^2)$

42 답 30°

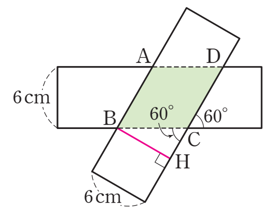
$\square ABCD=5\times8\times\sin B=20$에서

$\sin B=\frac{1}{2}$

이때 $0^\circ<\angle B<90^\circ$이므로 $\angle B=30^\circ$

43 답 $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 겹쳐진 부분을 $\square ABCD$라고 하면 $\square ABCD$의 밑변은 $\overline{BC}$, 높이는 6 cm이다.



점 B에서 $\overline{CD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\triangle BHC$에서 $\overline{BH}=6\,\text{cm}$이고 $\angle BCH=60^\circ$(맞꼭지각)이므로

$\overline{BC}=\frac{6}{\sin60^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

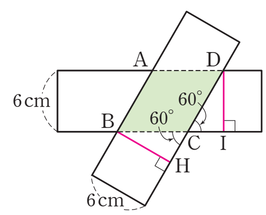
이때 $\square ABCD$는 평행사변형이므로 겹쳐진 부분의 넓이는

$\square ABCD=\overline{BC}\times6=4\sqrt{3}\times6=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

다른 풀이

$\overline{BC}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$이고

오른쪽 그림의 $\triangle DCI$에서



$\overline{CD}=\frac{6}{\sin60^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}$

$=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD$

$=4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

44 답 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

45 답 $27\sqrt{3}$

두 대각선의 교점을 O라고 하면 $\triangle OBC$에서

$\angle BOA=25^\circ+35^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times12\times9\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times9\times\frac{\sqrt{3}}{2}=27\sqrt{3}$

46 답 ④

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x\,\text{cm}$라고 하면

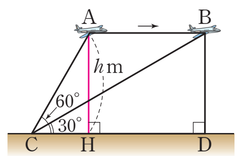
$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=12\sqrt{3}$에서

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=12\sqrt{3}$, $x^2=48$

이때 $x>0$이므로 $x=4\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다.

47 답 **$1500\sqrt{3}$ m**



오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BD}=\overline{AH}=h$ m라고 하면

△ACH에서

$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=\frac{h}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

△BCD에서 $\overline{CD}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{m})$

$\overline{HD}=\overline{AB}=200\times15=3000(\text{m})$이고

$\overline{HD}=\overline{CD}-\overline{CH}$이므로

$3000=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}h=3000$ $\quad\therefore h=1500\sqrt{3}$

따라서 지면에서 비행기까지의 높이는 $1500\sqrt{3}$ m이다.

48 답 ④

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times x\times y\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times x\times y\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}xy$

이므로 △ABC의 넓이가 자연수가 되려면 xy의 값이 4의 배수이어야 한다.

(i) $xy=4$인 경우: (1, 4), (2, 2), (4, 1)의 3가지

(ii) $xy=8$인 경우: (2, 4), (4, 2)의 2가지

(iii) $xy=12$인 경우: (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)의 4가지

(iv) $xy=16$인 경우: (4, 4)의 1가지

(v) $xy=20$인 경우: (4, 5), (5, 4)의 2가지

(vi) $xy=24$인 경우: (4, 6), (6, 4)의 2가지

(vii) $xy=36$인 경우: (6, 6)의 1가지

(i)~(vii)에 의해 △ABC의 넓이가 자연수가 되는 경우는

$3+2+4+1+2+2+1=15$(가지)

이므로 구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

단원 마무리 P. 30~33

1 ②	**2** $243\sqrt{3}\pi$ cm^3	**3** 6.6 m	**4** $\sqrt{21}$ cm
5 $(100\sqrt{3}+100)$ m	**6** ④	**7** ①	**8** ⑤
9 4 cm	**10** ②	**11** ③	**12** ②
13 60°	**14** $x=3$, $y=2\sqrt{3}$	**15** $(200\sqrt{3}+200)$ m	**16** ③
17 ①	**18** $35\sqrt{2}$ cm^2	**19** $(\sqrt{3}-1)$ cm^2	**20** $12+2\sqrt{5}$
21 $18\sqrt{3}$ cm^2	**22** $300\sqrt{3}$ cm^2	**23** 60초	**24** ④

1 $x=8\cos 42^\circ=8\times0.7431=5.9448$

$y=8\sin 42^\circ=8\times0.6691=5.3528$

$\therefore x+y=5.9448+5.3528=11.2976$

2 △ABH에서

$\overline{BH}=18\cos 60^\circ=18\times\frac{1}{2}=9(\text{cm})$ $\cdots$ (i)

$\overline{AH}=18\sin 60^\circ=18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}(\text{cm})$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times9^2)\times9\sqrt{3}$

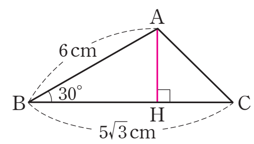
$=243\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) 원뿔의 부피 구하기	40 %

3 $\overline{BC}=10\tan 27^\circ=10\times0.51=5.1(\text{m})$

따라서 가로등의 높이는 $5.1+1.5=6.6(\text{m})$

4



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$ $\cdots$ (i)

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$ $\cdots$ (ii)

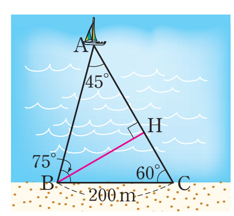
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ $\cdots$ (iii)

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	10 %
(iv) $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %

5



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△BCH에서

$\overline{CH}=200\cos 60^\circ=200\times\frac{1}{2}$

$=100(\text{m})$

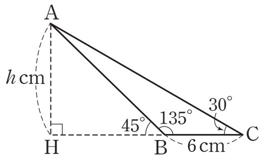
$\overline{BH}=200\sin 60^\circ=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}(\text{m})$

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

△ABH에서 $\overline{AH}=\frac{100\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=100\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=100\sqrt{3}+100(\text{m})$

6 $\overline{AH}=h\,\text{cm}$라고 하면



△AHC에서

$\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 30^\circ}=h\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{3}h(\text{cm})$

$\angle ABH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로

△AHB에서 $\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 45^\circ}=h(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{CH}-\overline{BH}$이므로 $6=\sqrt{3}h-h$

$(\sqrt{3}-1)h=6 \qquad \therefore\ h=\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $3(\sqrt{3}+1)\,\text{cm}$이다.

7 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle B=75^\circ$

$\therefore\ \angle A=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{27}{4}(\text{cm}^2)$

8 △ADF≡△BED≡△CFE(SAS 합동)이므로 그 넓이는 모두 같다.

$\therefore\ \triangle DEF=\triangle ABC-3\triangle ADF$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\sin 60^\circ-3\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times2\times\sin 60^\circ\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-3\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

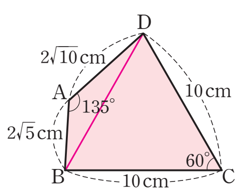
$=9\sqrt{3}-6\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

9 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{AC}\times\sin(180^\circ-135^\circ)=6\sqrt{2}$에서

$\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{AC}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2},\ \dfrac{3\sqrt{2}}{2}\overline{AC}=6\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AC}=4(\text{cm})$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{10}$

$\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$+\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{10}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=10+25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

11 $\square ABCD=\overline{AB}\times14\times\sin(180^\circ-120^\circ)=70\sqrt{3}$에서

$\overline{AB}\times14\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=70\sqrt{3},\ 7\sqrt{3}\,\overline{AB}=70\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB}=10(\text{cm})$

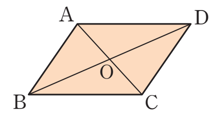
12 $\overline{CD}=\overline{AB}=8\,\text{cm}$이므로

$\square ABCD=8\times10\times\sin 45^\circ=8\times10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=40\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle AMC=\dfrac{1}{2}\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\dfrac{1}{4}\square ABCD=\dfrac{1}{4}\times40\sqrt{2}=10\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

참고 **평행사변형과 넓이**



평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때

(1) $\triangle ABC=\triangle BCD=\triangle CDA$

$=\triangle DAB=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

(2) $\triangle ABO=\triangle BCO=\triangle CDO=\triangle DAO=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

13 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times12\times16\times\sin x=48\sqrt{3}$에서

$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

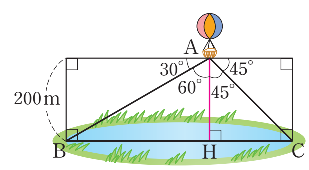
이때 $0^\circ<x<90^\circ$이므로 $x=60^\circ$

14 △ABH에서 $x=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

△AHC에서 $y=\dfrac{3}{\sin 60^\circ}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

15 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle BAH=60^\circ$이므로

△ABH에서

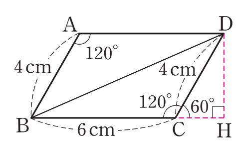
$\overline{BH}=200\tan 60^\circ=200\times\sqrt{3}=200\sqrt{3}(\text{m})$

$\angle CAH=45^\circ$이므로 △AHC에서

$\overline{CH}=200\tan 45^\circ=200\times1=200(\text{m})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=200\sqrt{3}+200(\text{m})$

16 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DC}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$,

$\angle C=\angle A=120^\circ$이고

$\angle DCH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

△DCH에서

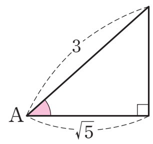
$\overline{DH}=4\sin 60^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CH}=4\cos 60^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2(\text{cm})$

따라서 △DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{(6+2)^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{19}(\text{cm})$

17 $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형을 생각할 수 있다.



(높이)$=\sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}=2$

$\therefore \sin A=\frac{2}{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=\frac{1}{2}\times7\times6\times\frac{2}{3}=14$

18 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

$\therefore \square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$

$=\triangle ABE+\triangle AEC=\triangle ABC$

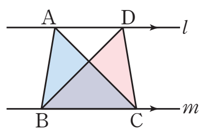
$=\frac{1}{2}\times10\times14\times\sin45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times14\times\frac{\sqrt{2}}{2}=35\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

참고 **평행선과 삼각형의 넓이**

$l/\!/m$이면

$\triangle ABC=\triangle DBC$



19 $\triangle PBC$가 정삼각형이므로 $\overline{PC}=\overline{BC}=2\,\text{cm}$

$\angle PCB=60^\circ$이므로 $\angle PCD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\therefore \triangle PBD=\triangle PBC+\triangle PCD-\triangle DBC$

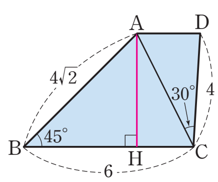
$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60^\circ$

$+\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin30^\circ-\frac{1}{2}\times2\times2$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{1}{2}-2$

$=\sqrt{3}-1(\text{cm}^2)$

20 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4$,

$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-4=2$

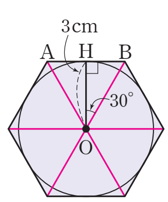
$\triangle AHC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times6\times4+\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4\times\sin30^\circ$

$=12+\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4\times\frac{1}{2}=12+2\sqrt{5}$

21 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 서로 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어지고 정삼각형 AOB의 꼭짓점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle BOH=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\triangle BHO$에서 $\overline{OB}=\frac{3}{\cos30^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ $\cdots$ (i)

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (ii)

따라서 정육각형의 넓이는

$6\triangle AOB=6\times3\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 정삼각형의 한 변의 길이 구하기	40 %
(ii) 정삼각형의 넓이 구하기	40 %
(iii) 정육각형의 넓이 구하기	20 %

22 마름모의 내각 중 예각의 크기는 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$

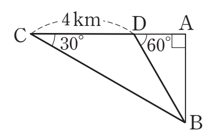
따라서 구하는 도형의 넓이는

$6\times(10\times10\times\sin60^\circ)=6\times\left(10\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=300\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

23 구하고자 하는 것은 헬리콥터가 두 번째로 불빛을 관측한 지점에서 좌초된 지점의 상공에 도착할 때까지 걸리는 시간이다.

오른쪽 그림과 같이 좌초된 배의 위치를 B, 처음 불빛을 관측하였을 때 헬리콥터의 위치를 C, 2분 후 헬리콥터의 위치를 D라고 하면



$\angle BCD=30^\circ$, $\angle BDA=60^\circ$

이때 헬리콥터가 시속 120 km로 2분 동안 이동한 거리는

$\overline{CD}=120\times\frac{2}{60}=4(\text{km})$ $\frac{2}{60}$시간

$\triangle DCB$에서 $30^\circ+\angle CBD=60^\circ$ $\quad\therefore \angle CBD=30^\circ$

즉, $\triangle DCB$는 $\overline{BD}=\overline{CD}=4\,\text{km}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle ADB$에서 $\overline{AD}=4\cos60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{km})$

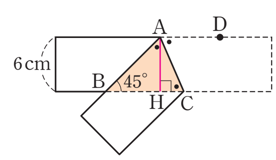
따라서 헬리콥터가 두 번째로 불빛을 관측한 지점에서 배가 좌초된 지점의 상공 A 지점에 도착할 때까지 걸리는 시간은 $\frac{2}{120}$시간, 즉 60초이다.

24 $\angle DAC=\angle BAC$(접은 각),

$\angle DAC=\angle BCA$(엇각)에서

$\angle BAC=\angle BCA$이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\triangle ABH$에서 $\overline{AB}=\frac{6}{\sin45^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

유형 1~7 P. 36~40

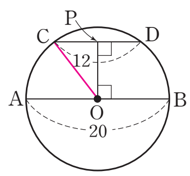
1 답 (가) $\angle$OMB (나) $\overline{\text{OB}}$ (다) $\overline{\text{OM}}$ (라) RHS (마) $\overline{\text{BM}}$

2 답 ②

$\triangle$OAM에서 $\overline{\text{AM}}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{AM}}=2\times3=6(\text{cm})$

3 답 8



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{OC}}$를 그으면

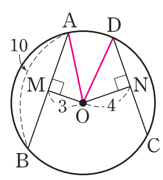
$\overline{\text{OC}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times20=10$

$\overline{\text{CP}}=\frac{1}{2}\overline{\text{CD}}=\frac{1}{2}\times12=6$

따라서 $\triangle$COP에서

$\overline{\text{OP}}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

4 답 ③



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{OA}}$, $\overline{\text{OD}}$를 그으면

$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times10=5$이므로

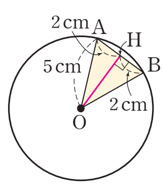
$\triangle$AMO에서 $\overline{\text{OA}}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$

$\overline{\text{OD}}=\overline{\text{OA}}=\sqrt{34}$이므로

$\triangle$DON에서 $\overline{\text{DN}}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-4^2}=3\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{\text{CD}}=2\overline{\text{DN}}=2\times3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

5 답 ④



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

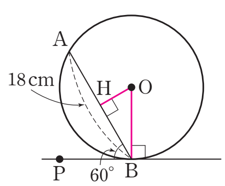
$\overline{\text{AH}}=\overline{\text{BH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

$\overline{\text{OA}}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

$\triangle$AOH에서 $\overline{\text{OH}}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{AOB}=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}(\text{cm}^2)$

6 답 $6\sqrt{3}$ cm



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\text{OB}}$를 그으면

$\overline{\text{BH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times18$

$=9(\text{cm})$ ··· (i)

$\overline{\text{OB}}\perp\overleftrightarrow{\text{PB}}$이므로 ← 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

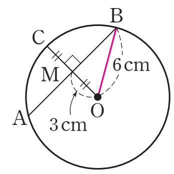
$\angle\text{OBH}=\angle\text{OBP}-\angle\text{ABP}=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ ··· (ii)

따라서 $\triangle$OHB에서 $\overline{\text{OB}}=\frac{\overline{\text{BH}}}{\cos30^\circ}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $6\sqrt{3}$ cm이다. ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{\text{BH}}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\angle$OBH의 크기 구하기	30 %
(iii) 원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %

7 답 $6\sqrt{3}$ cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{OB}}$를 그으면

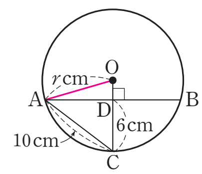
$\overline{\text{OM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{OC}}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

$\triangle$BMO에서 $\overline{\text{BM}}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{BM}}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

8 답 $\frac{25}{3}$ cm

$\triangle$ACD에서 $\overline{\text{AD}}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{OA}}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

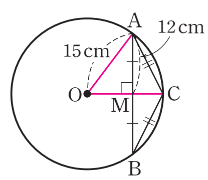
$\overline{\text{OA}}=r$ cm, $\overline{\text{OD}}=(r-6)$ cm이므로

$\triangle$OAD에서 $8^2+(r-6)^2=r^2$

$12r=100 \quad \therefore\ r=\frac{25}{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{25}{3}$ cm이다.

9 답 $6\sqrt{5}$ cm



오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\overline{\text{CM}}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{\text{CM}}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$ ··· (i)

$\overline{\text{OA}}$를 그으면 $\triangle$AOM에서

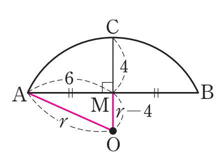
$\overline{\text{OM}}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$이므로

$\overline{\text{CM}}=\overline{\text{OC}}-\overline{\text{OM}}=15-9=6(\text{cm})$ ··· (ii)

따라서 $\triangle$AMC에서 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{6^2+12^2}=6\sqrt{5}(\text{cm})$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{\text{AM}}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{\text{CM}}$의 길이 구하기	50 %
(iii) $\overline{\text{AC}}$의 길이 구하기	30 %

10 답 ①



오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{\text{CM}}$의 연장선은 점 O를 지난다.

원의 반지름의 길이를 r라고 하면

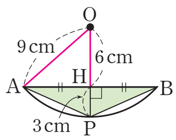
$\overline{\text{OA}}=r$, $\overline{\text{OM}}=r-4$이므로

$\triangle$AOM에서 $6^2+(r-4)^2=r^2$

$8r=52 \qquad \therefore r=\frac{13}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$이다.

11 답 $9\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{PH}$의 연장선은 점 O를 지난다.

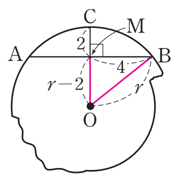
$\overline{OA}=9\,\mathrm{cm}$, $\overline{OH}=9-3=6(\mathrm{cm})$ 이므로

$\triangle$OAH에서 $\overline{AH}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

$\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle\mathrm{APB}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{5}\times3=9\sqrt{5}(\mathrm{cm}^2)$

12 답 10



오른쪽 그림과 같이 원래 수막새의 중심을 O라고 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 점 O를 지난다.

원래 수막새의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\overline{OB}=r$, $\overline{OM}=r-2$

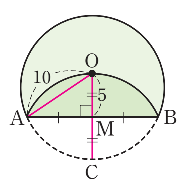
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$이므로

$\triangle$MOB에서 $4^2+(r-2)^2=r^2$

$4r=20 \qquad \therefore r=5$

$\therefore$ (지름의 길이)$=2\times5=10$

13 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면

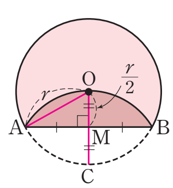
$\overline{OA}=10$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times10=5$

이므로

$\triangle$OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

14 답 8



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C, 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{r}{2}$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이므로

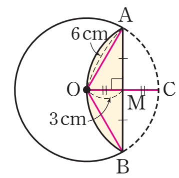
$\triangle$OAM에서 $(4\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2=r^2$

$\frac{3}{4}r^2=48$, $r^2=64$

이때 $r>0$이므로 $r=8$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8이다.

15 답 $(12\pi-9\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면

$\overline{OA}=6\,\mathrm{cm}$,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times6=3(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle$AOM에서 $\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\triangle$AOM에서 $\cos(\angle\mathrm{AOM})=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

이때 $0°<\angle\mathrm{AOM}<90°$이므로 $\angle\mathrm{AOM}=60°$

$\triangle\mathrm{AOM}\equiv\triangle\mathrm{BOM}$ (RHS 합동)이므로

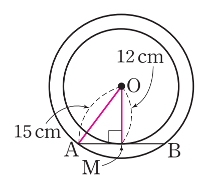
$\angle\mathrm{AOB}=2\angle\mathrm{AOM}=2\times60°=120°$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=$(부채꼴 AOB의 넓이)$-\triangle$AOB

$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3$

$=12\pi-9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

16 답 18 cm



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{OA}$를 그으면

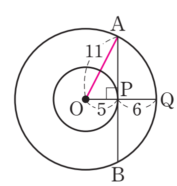
$\overline{OA}=15\,\mathrm{cm}$, $\overline{OM}=12\,\mathrm{cm}$이므로

$\triangle$OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times9=18(\mathrm{cm})$

17 답 $8\sqrt{6}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

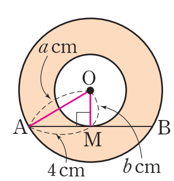
$\overline{OA}=\overline{OQ}=5+6=11$

$\angle\mathrm{OPA}=90°$이므로

$\triangle$AOP에서 $\overline{AP}=\sqrt{11^2-5^2}=4\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AP}=8\sqrt{6}$

18 답 ④



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(\mathrm{cm})$

큰 원의 반지름의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$, 작은 원의 반지름의 길이를 $b\,\mathrm{cm}$라고 하면

$\triangle$OAM에서

$4^2+b^2=a^2 \qquad \therefore a^2-b^2=16$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)

$=\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)=16\pi(\mathrm{cm}^2)$

19 답 **7 cm**

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=14\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 14=7(\mathrm{cm})$

20 답 ⑤

① $x=\overline{BM}=5$

② $\overline{OC}=\overline{OA}=5$이므로 $\overline{OM}=5-1=4$

△OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ $\quad\therefore x=\overline{AM}=3$

③ $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $x=\overline{AB}=7$

④ $\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times 9=18$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

$\therefore x=\overline{ON}=4$

⑤ $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 16=8$이므로

△AOM에서 $\overline{OM}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-8^2}=8$

따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$x=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 16=8$

따라서 x의 값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

21 답 $3\sqrt{2}$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$

$\therefore \overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 6=3$

따라서 △OCN에서 $x=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

22 답 ③

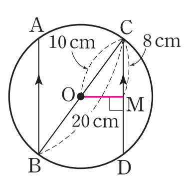
$\overline{OM}=\overline{ON}$에서 $\overline{CD}=\overline{AB}=12$이므로

$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6$

△OCN에서 $\overline{OC}=\frac{\overline{CN}}{\cos 30^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

∴ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi$

23 답 **12 cm**



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 16=8(\mathrm{cm})$ $\cdots$ (i)

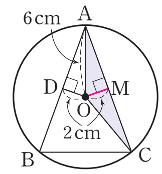
$\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 20=10(\mathrm{cm})$이므로

△COM에서 $\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{cm})$ $\cdots$ (ii)

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$까지의 거리는 같고 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 두 현 AB와 CD 사이의 거리는 $6+6=12(\mathrm{cm})$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CM}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{OM}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 두 현 AB와 CD 사이의 거리 구하기	30 %

24 답 $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$



원의 중심 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\overline{OM}=\overline{OD}=2\,\mathrm{cm}$

$\overline{OA}=6\,\mathrm{cm}$이므로 △AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{AC}=2\overline{AM}=2\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 2=8\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

25 답 **70°**

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

26 답 ③

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=60^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

따라서 △ABC는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3=6(\mathrm{cm})$

27 답 **55°**

□OPCQ에서 $\angle PCQ=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\overline{OP}=\overline{OQ}$이므로 $\overline{BC}=\overline{AC}$

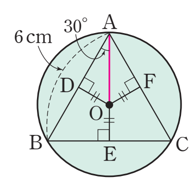
따라서 △ABC는 $\overline{BC}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

28 답 $12\pi\,\mathrm{cm}^2$

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, △ABC는 정삼각형이므로 $\angle BAC=60^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

△ADO≡△AFO (RHS 합동)이므로

$\angle OAD=\angle OAF=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3(\mathrm{cm})$

이므로

△ADO에서 $\overline{OA}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

∴ (원 O의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi(\mathrm{cm}^2)$

유형 8～16 P. 40～47

29 답 $3\pi\,\text{cm}^2$

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 … (i)

$\square APBO$에서

$\angle AOB=360°-(90°+60°+90°)=120°$ … (ii)

따라서 색칠한 부분의 넓이, 즉 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times3^2\times\dfrac{120}{360}=3\pi(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle PAO=\angle PBO=90°$임을 알기	35 %
(ii) $\angle AOB$의 크기 구하기	35 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

30 답 $120\,\text{cm}^2$

$\angle PAO=90°$이고 $\overline{OQ}=\overline{OA}=8\,\text{cm}$이므로

$\triangle PAO$에서 $\overline{PA}=\sqrt{(8+9)^2-8^2}=15(\text{cm})$

따라서 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로

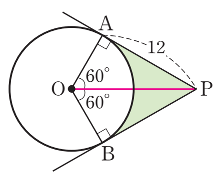
$\square APBO=2\triangle PAO=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times15\times8\right)=120(\text{cm}^2)$

31 답 $48\sqrt{3}-16\pi$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)

이므로



$\angle AOP=\angle BOP=\dfrac{1}{2}\times120°=60°$

$\triangle PAO$에서 $\overline{OA}=\dfrac{\overline{PA}}{\tan60°}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square AOBP-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\triangle PAO-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times12\times4\sqrt{3}\right)-\pi\times(4\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}$

$=48\sqrt{3}-16\pi$

32 답 $x=12,\ y=13$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $x=12$

$\angle PAO=90°$이므로 $\triangle PAO$에서 $y=\sqrt{12^2+5^2}=13$

33 답 5

원 O에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 원 O′에서 $\overline{PB}=\overline{PC}$이므로

$\overline{PA}=\overline{PC}$

즉, $4x-7=2x+3$이므로 $2x=10$ $\therefore x=5$

34 답 ④

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PBA$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\dfrac{1}{2}\times(180°-42°)=69°$

35 답 36 cm

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PAB=\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 $\triangle PAB$는 정삼각형이므로

($\triangle PAB$의 둘레의 길이)$=3\overline{PA}=3\times12=36(\text{cm})$

36 답 81π

$\overline{PB}=\overline{PA}=12$

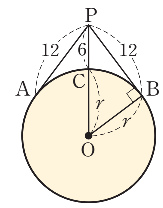
원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\angle PBO=90°$이므로

$\triangle PBO$에서 $r^2+12^2=(6+r)^2$

$12r=108$ $\therefore r=9$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times9^2=81\pi$

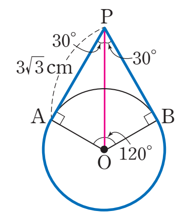


37 답 $(4\pi+6\sqrt{3})\,\text{cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로

$\angle APO=\angle BPO=\dfrac{1}{2}\times60°=30°$



$\triangle PAO$에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan30°=3\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=3(\text{cm})$ … (i)

$\square PAOB$에서

$\angle AOB=360°-(60°+90°+90°)=120°$ … (ii)

또 $\overline{PB}=\overline{PA}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$ … (iii)

$\therefore$ (물방울 모양의 도형의 둘레의 길이)

$=2\pi\times3\times\dfrac{360-120}{360}+3\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

$=4\pi+6\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OA}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\angle AOB$의 크기 구하기	20 %
(iii) $\overline{PB}$의 길이 구하기	20 %
(iv) 물방울 모양의 도형의 둘레의 길이 구하기	30 %

38 답 ③

①, ②, ④ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

⑤ $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$

$=(\overline{AB}+\overline{BF})+(\overline{CE}+\overline{CA})$

$=\overline{AF}+\overline{AE}=2\overline{AE}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

39 답 30 cm

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AE}+\overline{AF}$

$=2\overline{AE}=2(\overline{AB}+\overline{BE})$

$=2\times(10+5)=30(\text{cm})$

40 답 ④

(△DPE의 둘레의 길이)$=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{PE}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PB}$

이때 △DPE의 둘레의 길이가 8 km이므로

$2\overline{PB}=8$ $\quad\therefore\ \overline{PB}=4(\text{km})$

따라서 P 지점에서 B 지점까지의 거리는 4 km이다.

41 답 10

$\overline{CE}=\overline{CF}=16$이므로

$\overline{AD}=\overline{AE}=\overline{CE}-\overline{AC}=16-12=4$ ⋯ (ⅰ)

또 $\overline{BD}=\overline{BF}=\overline{CF}-\overline{BC}=16-10=6$ ⋯ (ⅱ)

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=4+6=10$ ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{AD}$의 길이 구하기	50 %
(ⅱ) $\overline{BD}$의 길이 구하기	40 %
(ⅲ) $\overline{AB}$의 길이 구하기	10 %

다른 풀이

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CF}$이므로

$\overline{AB}+10+12=2\times16$ ⋯ (ⅰ)

$\therefore\ \overline{AB}=10$ ⋯ (ⅱ)

채점 기준	비율
(ⅰ) (△ABC의 둘레의 길이)$=2\overline{CF}$임을 이용하여 식 세우기	80 %
(ⅱ) $\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %

42 답 ④

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{BF}=2\overline{AE}$이므로

$8+4+x=2\times(8+1)$ $\quad\therefore\ x=6$

다른 풀이

$\overline{AF}=\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BE}=8+1=9$

$\overline{BD}=\overline{BE}=1$이므로 $\overline{CF}=\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=4-1=3$

$\therefore\ x=\overline{AF}-\overline{CF}=9-3=6$

43 답 16

$\angle CEO=90°$이므로

△CEO에서 $\overline{CE}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CE}$

$=2\times8=16$

44 답 ③

$\overline{CB}=\overline{CE}$, $\overline{DA}=\overline{DE}$이므로

$\overline{CB}+\overline{DA}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CD}=14\,\text{cm}$

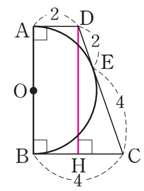
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BC}+\overline{DA})+\overline{CD}$

$=(5+5)+14+14=38(\text{cm})$

45 답 $4\sqrt{2}$



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{CH}=4-2=2$

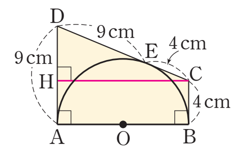
$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CB}+\overline{DA}$

$=4+2=6$

△DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{2}$

46 답 $78\,\text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{DH}=9-4=5(\text{cm})$

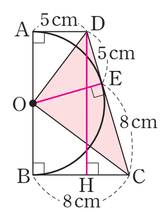
$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CB}+\overline{DA}$

$=4+9=13(\text{cm})$

△DHC에서 $\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

$\therefore$ □ABCD$=\dfrac{1}{2}\times(9+4)\times12=78(\text{cm}^2)$

47 답 $13\sqrt{10}\,\text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 긋고 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{CH}=8-5=3(\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CB}+\overline{DA}$

$=8+5=13(\text{cm})$ ⋯ (ⅰ)

△DHC에서

$\overline{DH}=\sqrt{13^2-3^2}=4\sqrt{10}(\text{cm})$

즉, $\overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{10}\,\text{cm}$이므로

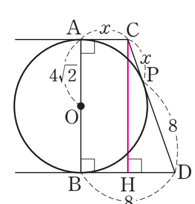
$\overline{OE}=\overline{OA}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{10}=2\sqrt{10}(\text{cm})$ ⋯ (ⅱ)

$\overline{OE}\perp\overline{CD}$이므로

$\triangle DOC=\dfrac{1}{2}\times13\times2\sqrt{10}=13\sqrt{10}(\text{cm}^2)$ ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
(ⅱ) $\overline{OE}$의 길이 구하기	50 %
(ⅲ) △DOC의 넓이 구하기	20 %

48 답 ③



오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AC}=x$라고 하면

$\overline{DH}=8-x$

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=\overline{CA}+\overline{DB}=x+8$

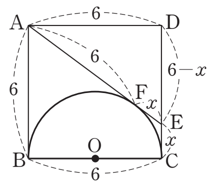
$\overline{CH}=\overline{AB}=2\overline{OA}=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$이므로

△CHD에서 $(8-x)^2+(8\sqrt{2})^2=(x+8)^2$

$32x=128$ $\quad\therefore\ x=4$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 4이다.

49 답 $\frac{15}{2}$



$\overline{EF}=x$라고 하면
$\overline{EC}=\overline{EF}=x$, $\overline{AF}=\overline{AB}=6$이므로
$\overline{AE}=6+x$, $\overline{DE}=6-x$
$\triangle AED$에서
$6^2+(6-x)^2=(6+x)^2$
$24x=36$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$
$\therefore \overline{AE}=6+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$

50 답 20 cm

$\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})$
$=2\times(2+3+5)=20(\text{cm})$

51 답 4

$\overline{CE}=\overline{CF}=3\,\text{cm}$이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=9-3=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=10-6=4(\text{cm})$
$\therefore x=4$

52 답 ③

$\overline{AF}=\overline{AD}=x\,\text{cm}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=5\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=8\,\text{cm}$
이때 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 34 cm이므로
$2(x+5+8)=34$, $2x=8$ $\quad\therefore x=4$

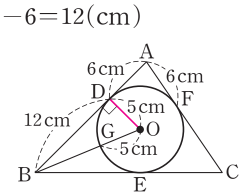
53 답 4 cm

$\overline{CF}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{CE}=\overline{CF}=x\,\text{cm}$
$\overline{AD}=\overline{AF}=(13-x)\,\text{cm}$ … (i)
$\overline{BD}=\overline{BE}=(5-x)\,\text{cm}$ … (ii)
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $10=(13-x)+(5-x)$
$2x=8$ $\quad\therefore x=4$
따라서 $\overline{CF}$의 길이는 4 cm이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$의 길이를 x를 사용하여 나타내기	30 %
(ii) $\overline{BD}$의 길이를 x를 사용하여 나타내기	30 %
(iii) $\overline{CF}$의 길이 구하기	40 %

54 답 ①

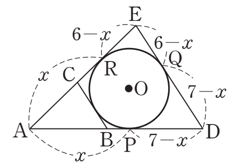
$\overline{AD}=\overline{AF}=6\,\text{cm}$이므로 $\overline{BD}=18-6=12(\text{cm})$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



$\angle ODB=90°$이고
$\overline{OD}=\overline{OG}=5\,\text{cm}$이므로
$\triangle ODB$에서
$\overline{OB}=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$
$\therefore \overline{BG}=\overline{OB}-\overline{OG}=13-5=8(\text{cm})$

55 답 8

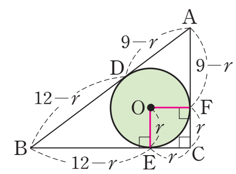
오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\triangle ADE$의 접점을 각각 P, Q, R라 하고 $\overline{AP}=\overline{AR}=x$라고 하면



$\overline{DQ}=\overline{DP}=7-x$,
$\overline{EQ}=\overline{ER}=6-x$
$\overline{DE}=\overline{DQ}+\overline{EQ}$이므로 $5=(7-x)+(6-x)$
$2x=8$ $\quad\therefore x=4$
$\therefore (\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=2x=2\times4=8$

56 답 (1) 3 (2) 9π

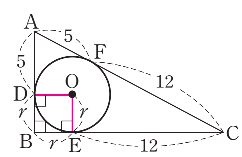
(1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+9^2}=15$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면 □OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$,
$\overline{AD}=\overline{AF}=9-r$, $\overline{BD}=\overline{BE}=12-r$
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $15=(9-r)+(12-r)$
$2r=6$ $\quad\therefore r=3$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 3이다.
(2) (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi$

57 답 3

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면 □BEOD는 정사각형이므로



$\overline{BD}=\overline{BE}=r$
$\overline{AD}=\overline{AF}=5$, $\overline{CE}=\overline{CF}=12$이므로
$\triangle ABC$에서 $(5+r)^2+(r+12)^2=17^2$
$r^2+17r-60=0$, $(r+20)(r-3)=0$
이때 $r>0$이므로 $r=3$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 3이다.

58 답 ④

$\overline{AD}=\overline{AF}=3$, $\overline{CE}=\overline{CF}=6$이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=x$라고 하면
$\overline{AB}=x+3$, $\overline{BC}=x+6$, $\overline{AC}=3+6=9$
$\triangle ABC$에서 $(x+3)^2+9^2=(x+6)^2$
$6x=54$ $\quad\therefore x=9$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(9+3)\times9=54$

59 답 ④

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$7+5=3+\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=9(\text{cm})$

60 답 **36 cm**

$\overline{BP}=\overline{BQ}=4\text{cm}$이므로 $\overline{AB}=3+4=7(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=7+11=18(\text{cm})$

$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이) $=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=(\overline{AB}+\overline{CD})+(\overline{DA}+\overline{BC})$

$=18+18=36(\text{cm})$

61 답 $\boldsymbol{x=4,\ y=7}$

□ABCD의 둘레의 길이가 20 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$

$6+x=10$에서 $x=4$

$3+y=10$에서 $y=7$

62 답 **10 cm**

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-6^2}=12(\text{cm})$

□ABCD에서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$6+\overline{CD}=4+12\qquad\therefore\ \overline{CD}=10(\text{cm})$

63 답 ③

$\overline{AD}:\overline{BC}=4:3$이므로

$\overline{AD}=4k\text{cm},\ \overline{BC}=3k\text{cm}\ (k>0)$라고 하면

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$15+13=4k+3k,\ 7k=28\qquad\therefore\ k=4$

$\therefore\ \overline{AD}=4k=4\times 4=16(\text{cm})$

64 답 $\mathbf{20\,cm^2}$

$\overline{AB}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같으므로

$\overline{AB}=2\times 2=4(\text{cm})$ … (i)

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=4+6=10(\text{cm})$ … (ii)

$\therefore$ □ABCD $=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 4=20(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) □ABCD의 넓이 구하기	30 %

65 답 **6**

△DEC에서 $\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{BE}=x$라고 하면 $\overline{AD}=\overline{BC}=x+6$

□ABED에서 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

$8+10=(x+6)+x$

$2x=12\qquad\therefore\ x=6$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 6이다.

66 답 (1) **5 cm** (2) **1 cm**

(1) $\overline{BE}=x\text{cm}$라고 하면

□EBCD에서 $\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{BC}$이므로

$x+4=\overline{DE}+6\qquad\therefore\ \overline{DE}=x-2(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{DE}=6-(x-2)=8-x(\text{cm})$

△ABE에서 $(8-x)^2+4^2=x^2$

$16x=80\qquad\therefore\ x=5$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 5 cm이다.

(2) $\overline{DE}=x-2=5-2=3(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EH}=\overline{DE}-\overline{DH}=3-2=1(\text{cm})$

67 답 $\boldsymbol{\frac{75}{2}}\ \mathbf{cm^2}$

$\overline{CE}=x\text{cm}$라고 하면

□ABED에서 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

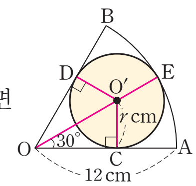
$10+\overline{DE}=15+(15-x)\qquad\therefore\ \overline{DE}=20-x(\text{cm})$

△DEC에서 $x^2+10^2=(20-x)^2$

$40x=300\qquad\therefore\ x=\frac{15}{2}$

$\therefore$ △DEC $=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times 10=\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$

68 답 $\mathbf{16\pi\,cm^2}$



오른쪽 그림과 같이 원 O′과 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\widehat{AB}$의 교점을 각각 C, D, E라고 하자.

원 O′의 반지름의 길이를 $r$cm라고 하면

$\overline{OO'}=\overline{OE}-\overline{O'E}=\overline{OA}-\overline{O'C}$

$=12-r(\text{cm})$

△DOO′≡△COO′(RHS 합동)이므로

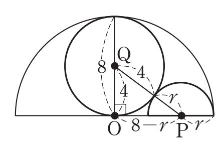
$\angle O'OC=\angle O'OD=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

△O′OC에서 $\overline{O'C}=\overline{OO'}\sin 30°$이므로

$r=(12-r)\times\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}r=6\qquad\therefore\ r=4$

$\therefore$ (원 O′의 넓이) $=\pi\times 4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

69 답 $\boldsymbol{\frac{8}{3}}$



반원 P의 반지름의 길이를 r라고 하면 원 Q의 반지름의 길이가

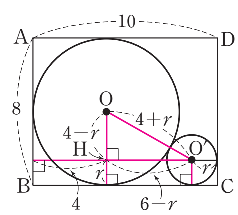
$\frac{1}{2}\times 8=4$이므로

△OPQ에서

$4^2+(8-r)^2=(4+r)^2,\ 24r=64\qquad\therefore\ r=\frac{8}{3}$

따라서 반원 P의 반지름의 길이는 $\frac{8}{3}$이다.

70 답 $\mathbf{14-4\sqrt{10}}$



원 O′의 반지름의 길이를 r라고 하면 원 O의 반지름의 길이가

$\frac{1}{2}\times 8=4$이므로

오른쪽 그림의 △OHO′에서

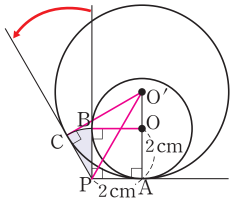
$(4-r)^2+(6-r)^2=(4+r)^2$

$r^2-28r+36=0$

이때 $0<r<4$이므로 $r=14-4\sqrt{10}$

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 $14-4\sqrt{10}$이다.

71 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{O'C}$, $\overline{O'P}$를 그으면

□PAOB는 네 변의 길이가 같고 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 정사각형이다.

$\therefore\ \angle BPA=90^\circ$

△PAO′에서

$\tan(\angle O'PA)=\dfrac{\overline{O'A}}{\overline{PA}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\qquad \therefore\ \angle O'PA=60^\circ$

△PAO′≡△PCO′(RHS 합동)이므로

$\angle CPA=2\angle O'PA=120^\circ$

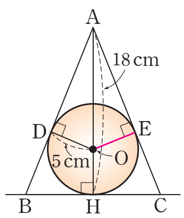
$\therefore\ \angle CPB=\angle CPA-\angle BPA=120^\circ-90^\circ=30^\circ$

이때 $\overline{PC}=\overline{PB}=\overline{PA}=2\,\text{cm}$이므로

(부채꼴 PBC의 넓이)$=\pi\times2^2\times\dfrac{30}{360}=\dfrac{1}{3}\pi(\text{cm}^2)$

72 답 $\dfrac{225}{4}\pi\,\text{cm}^2$

지면에 수직이고 공의 중심 O를 지나는 $\overrightarrow{HO}$ 위의 한 지점 A에서 손전등을 비추었으므로 공의 그림자는 중심이 H인 원 모양이다.



오른쪽 그림과 같이 그림자의 지름의 양 끝 점을 B, C라 하고 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 접점을 각각 D, E라고 하면

△ADO에서

$\overline{AD}=\sqrt{(18-5)^2-5^2}=12(\text{cm})$

△ADO∽△AHB(AA 닮음)이므로

$\overline{DO}:\overline{HB}=\overline{AD}:\overline{AH}$에서

$5:\overline{HB}=12:18\qquad \therefore\ \overline{HB}=\dfrac{15}{2}(\text{cm})$

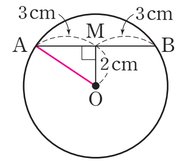
$\therefore$ (그림자의 넓이)$=\pi\times\left(\dfrac{15}{2}\right)^2=\dfrac{225}{4}\pi(\text{cm}^2)$

단원 마무리

P. 48~51

1 ②	**2** ⑤	**3** ③	**4** 12cm	**5** ④
6 ④	**7** $(27\sqrt{3}-9\pi)\,\text{cm}^2$		**8** 15cm	**9** 3cm
10 7	**11** ③	**12** ③	**13** $\dfrac{13}{2}$	**14** ③
15 $12\sqrt{21}\,\text{cm}$		**16** $(16\pi-12\sqrt{3})\,\text{cm}^2$		
17 $144\pi\,\text{cm}^2$		**18** ④	**19** 3	**20** ②
21 24	**22** ①	**23** $\sqrt{2}\,\text{cm}$		

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

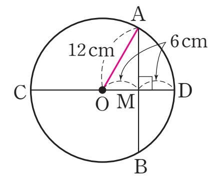
△AOM에서

$\overline{OA}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}(\text{cm})$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\sqrt{13}=2\sqrt{13}\pi(\text{cm})$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}$

$=\dfrac{1}{2}\times(18+6)=12(\text{cm})$

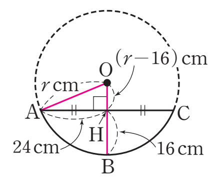
$\therefore\ \overline{OM}=12-6=6(\text{cm})$

△AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\text{cm})$

3 원 모양의 자동차 바퀴를 오른쪽 그림과 같이 나타내고 자동차 바퀴의 반지름의 길이를 $r$cm라고 하자.



바퀴의 중심 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times48=24(\text{cm})$

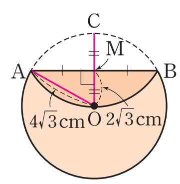
$\overline{OH}=r-16(\text{cm})$

△OAH에서 $24^2+(r-16)^2=r^2$

$32r=832\qquad \therefore\ r=26$

따라서 자동차 바퀴의 지름의 길이는 $2\times26=52(\text{cm})$

4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라 하고, $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$,

$\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{OC}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

△AOM에서 $\overline{AM}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6=12(\text{cm})$

5 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CN}=\overline{BM}=4$

△OCN에서 $\overline{ON}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore\ \triangle OCN=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$

6 □AMON에서 $\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$

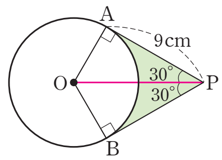
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore\ \angle ABC=\angle ACB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △ABC는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8(\text{cm})$

7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHS 합동)이므로

$\angle APO = \angle BPO = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$\triangle PAO$에서

$\overline{OA} = \overline{PA} \tan 30° = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$(cm) … (i)

이때 □AOBP에서

$\angle AOB = 360° - (90° + 60° + 90°) = 120°$ … (ii)

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$= 2\triangle PAO -$ (부채꼴 AOB의 넓이)

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3}\right) - \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360}$

$= 27\sqrt{3} - 9\pi$ (cm^2) … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OA}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\angle AOB$의 크기 구하기	20 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

8 $\angle PBO = 90°$이고 $\overline{OC} = \overline{OB} = 8$ cm이므로

$\triangle PBO$에서

$\overline{PB} = \sqrt{(9+8)^2 - 8^2} = 15$(cm)

∴ $\overline{PA} = \overline{PB} = 15$ cm

9 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AE}$이므로

$6 + 5 + 7 = 2\overline{AE}$ ∴ $\overline{AE} = 9$(cm)

∴ $\overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AB} = 9 - 6 = 3$(cm)

10 $\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 8 - 3 = 5$

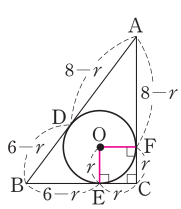
$\overline{AF} = \overline{AD} = 3$이므로

$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - \overline{AF} = 5 - 3 = 2$

∴ $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 5 + 2 = 7$

11 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 접점을 각각 D, E, F, 원 O의 반지름의 길이를 r라 하고 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE} = \overline{CF} = r$, $\overline{AD} = \overline{AF} = 8 - r$,

$\overline{BD} = \overline{BE} = 6 - r$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$이므로

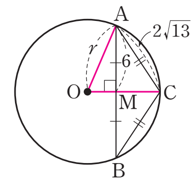
$10 = (8 - r) + (6 - r)$

$2r = 4$ ∴ $r = 2$

12 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$이므로

$8 + (2 + \overline{CR}) = 6 + 12$ ∴ $\overline{CR} = 8$(cm)

13 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.



$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

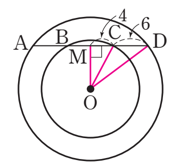
$\triangle AMC$에서 $\overline{CM} = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 - 6^2} = 4$

$\overline{OA}$를 긋고 $\overline{OA} = r$라고 하면 $\overline{OM} = r - 4$이므로

$\triangle AOM$에서 $(r-4)^2 + 6^2 = r^2$, $8r = 52$ ∴ $r = \frac{13}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$이다.

14 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

$\overline{DM} = \overline{CD} + \overline{CM} = 6 + 4 = 10$

큰 원의 반지름의 길이를 x, 작은 원의 반지름의 길이를 y라고 하면

$x + y = 21$ … ㉠

$\triangle ODM$에서 $\overline{OM}^2 = x^2 - 10^2$

$\triangle OCM$에서 $\overline{OM}^2 = y^2 - 4^2$

즉, $x^2 - 10^2 = y^2 - 4^2$이므로 $x^2 - y^2 = 10^2 - 4^2$

$(x+y)(x-y) = 84$

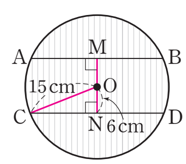
㉠을 이 식에 대입하면 $21(x-y) = 84$

∴ $x - y = 4$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = \frac{25}{2}$, $y = \frac{17}{2}$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $\frac{25}{2}$이다.

15 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 석쇠의 중심을 O, 두 철사를 각각 현 AB와 현 CD로 나타내고, 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면



$\overline{MN} = 12$ cm이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$이므로

$\overline{ON} = \frac{1}{2}\overline{MN} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$(cm)

$\overline{OC} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$(cm)이므로

$\triangle OCN$에서 $\overline{CN} = \sqrt{15^2 - 6^2} = 3\sqrt{21}$(cm)

∴ $\overline{CD} = 2\overline{CN} = 2 \times 3\sqrt{21} = 6\sqrt{21}$(cm)

따라서 두 철사의 길이의 합은 $2 \times 6\sqrt{21} = 12\sqrt{21}$(cm)

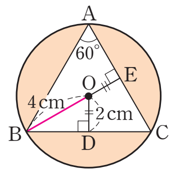
16 $\overline{OD} = \overline{OE}$이므로 $\overline{BC} = \overline{AC}$

즉, $\angle ABC = \angle BAC = 60°$이므로

$\triangle ABC$는 정삼각형이다. … (i)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면

$\overline{OB}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$이므로



$\triangle$OBD에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=2\overline{BD}=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(원 O의 넓이)$-\triangle$ABC

$=\pi\times 4^2-\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \sin 60°$

$=16\pi-12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iii)

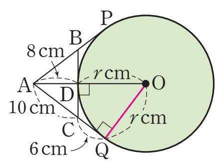
채점 기준	비율
(i) △ABC가 정삼각형임을 알기	30 %
(ii) △ABC의 한 변의 길이 구하기	40 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

17 $\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로

$\angle ODC=90°$, $\overline{CD}=\overline{CQ}=6\,\text{cm}$

$\triangle$ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OQ}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\overline{OA}=(r+8)$ cm이므로



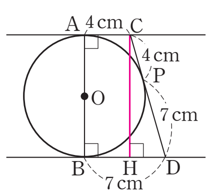
$\triangle$OAQ에서

$(10+6)^2+r^2=(r+8)^2$

$16r=192\qquad \therefore\ r=12$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 12^2=144\pi(\text{cm}^2)$

18 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DH}=7-4=3(\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=\overline{CA}+\overline{DB}$

$=4+7=11(\text{cm})$

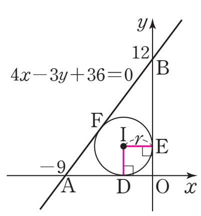
$\triangle$CHD에서 $\overline{CH}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{CH}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{7}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times 2\sqrt{7}=4\sqrt{7}\pi(\text{cm})$

19 $4x-3y+36=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면 A$(-9,\ 0)$, B$(0,\ 12)$



즉, $\overline{AO}=9$, $\overline{BO}=12$이므로

$\triangle$AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2+12^2}=15$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{ID}$, $\overline{IE}$를 긋고

원 I의 반지름의 길이를 r라고 하면 □IDOE는 정사각형이므로

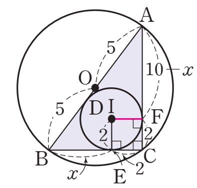
$\overline{OD}=\overline{OE}=r$, $\overline{AF}=\overline{AD}=9-r$, $\overline{BF}=\overline{BE}=12-r$

$\overline{AB}=\overline{AF}+\overline{BF}$이므로

$15=(9-r)+(12-r)$, $2r=6\qquad \therefore\ r=3$

따라서 원 I의 반지름의 길이는 3이다.

20 $\overline{BE}=\overline{BD}=x$라고 하면



$\overline{AF}=\overline{AD}=10-x$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=x+2$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$

$=(10-x)+2=12-x$

$\triangle$ABC에서 $(x+2)^2+(12-x)^2=10^2$

$x^2-10x+24=0$, $(x-4)(x-6)=0$

이때 $0<x<5$이므로 $x=4$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(4+2)\times(12-4)=24$

21 $\overline{CE}=x$라고 하면

□ABCE에서 $\overline{AB}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{BC}$이므로

$8+x=\overline{AE}+12\qquad \therefore\ \overline{AE}=x-4$

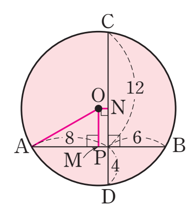
$\overline{AD}=\overline{BC}=12$이므로

$\overline{DE}=12-(x-4)=16-x$

$\therefore$ ($\triangle$CDE의 둘레의 길이)$=\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{CE}$

$=8+(16-x)+x=24$

22 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하고 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times(8+6)=7$

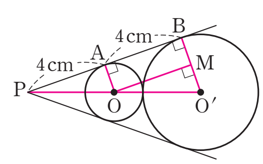
$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times(12+4)=8$

$\therefore\ \overline{OM}=\overline{NP}=\overline{CP}-\overline{CN}=12-8=4$

$\triangle$OAM에서 $\overline{OA}=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times(\sqrt{65})^2=65\pi$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{O'B}$를 긋고 점 O에서 $\overline{O'B}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\triangle$APO와 $\triangle$BPO′에서

$\angle APO=\angle BPO'$,

$\angle PAO=\angle PBO'$이므로

$\triangle APO \backsim \triangle BPO'$(AA 닮음)

이고 그 닮음비는 $\overline{PA}:\overline{PB}=4:(4+4)=1:2$

즉, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 원 O′의 반지름의 길이는 $2r$ cm이므로

$\overline{OO'}=r+2r=3r(\text{cm})$, $\overline{O'M}=2r-r=r(\text{cm})$,

$\overline{OM}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$

$\triangle$OO′M에서 $4^2+r^2=(3r)^2$, $r^2=2$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ cm이다.

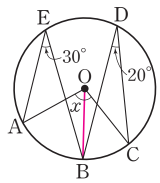
유형 1~9 P. 54~61

1 답 $37°$

$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 74°=37°$

2 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle AEB$

$=2\times 30°=60°$

$\angle BOC=2\angle BDC$

$=2\times 20°=40°$

$\therefore\ \angle x=\angle AOB+\angle BOC$

$=60°+40°=100°$

3 답 ⑤

$\angle AOB=2\angle APB$

$=2\times 36°=72°$

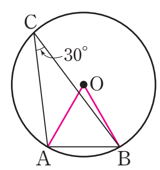
원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$2\pi r\times\frac{72}{360}=8\pi \qquad \therefore\ r=20$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 20^2=400\pi(\text{cm}^2)$

4 답 4 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times 30°=60°$ ⋯ (i)

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$

$=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

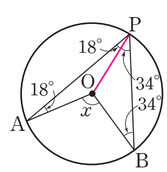
따라서 $\triangle OAB$는 정삼각형이므로 ⋯ (ii)

$\overline{AB}=\overline{OA}=4$ cm ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle AOB$의 크기 구하기	50 %
(ii) $\triangle OAB$가 정삼각형임을 설명하기	40 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	10 %

5 답 $104°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle OPA$에서

$\angle OPA=\angle OAP=18°$

$\triangle OBP$에서

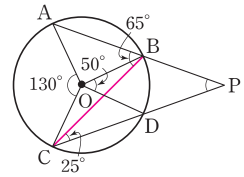
$\angle OPB=\angle OBP=34°$

$\therefore\ \angle APB=18°+34°=52°$

$\therefore\ \angle x=2\angle APB=2\times 52°=104°$

6 답 $40°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$

$=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

$\triangle BCP$에서 $25°+\angle P=65° \qquad \therefore\ \angle P=40°$

7 답 $130°$

$\angle x=360°-2\times 115°=130°$

8 답 ④

$\angle APB=\frac{1}{2}\times 260°=130°$

$\angle AOB=360°-260°=100°$

따라서 □AOBP에서

$\angle x=360°-(130°+68°+100°)=62°$

9 답 $248°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=28°$ ⋯ (i)

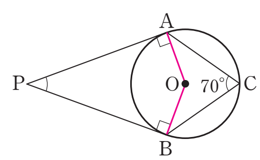
$\therefore\ \angle BAC=180°-(28°+28°)=124°$ ⋯ (ii)

$\therefore\ \angle x=2\angle BAC=2\times 124°=248°$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ACB$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle BAC$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	40 %

10 답 $40°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times 70°=140°$

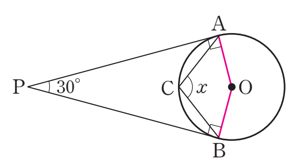
$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

□APBO에서

$\angle P=360°-(90°+140°+90°)=40°$

11 답 $105°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PBO=90°$

이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360°-(90°+30°+90°)=150°$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times(360°-150°)=105°$

12 답 (1) 58° (2) 32°

(1) $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+64^\circ+90^\circ)=116^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 116^\circ=58^\circ$

(2) $\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-116^\circ)=32^\circ$

13 답 ④

① $\angle CAB=\angle BDC$ ($\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각)

$\therefore\ \angle CAP=\angle BDP$

② $\angle ACD=\angle DBA$ ($\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각)

$\therefore\ \angle ACP=\angle DBP$

③ $\triangle ACP$에서 $\angle CPB=\angle CAP+\angle ACP$

④ $\angle ABD$(또는 $\angle ACD$)와 $\angle CAB$(또는 $\angle CDB$)의 크기를 비교할 수 없으므로 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$인지 알 수 없다.

⑤ $\triangle ACP$와 $\triangle DBP$에서

$\angle CAP=\angle BDP$, $\angle ACP=\angle DBP$이므로

$\triangle ACP \backsim \triangle DBP$ (AA 닮음)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

14 답 ②

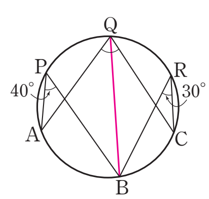
$\angle ABC=\angle ADC=45^\circ$

$\triangle ECB$에서

$\angle x+45^\circ=70^\circ$ $\therefore\ \angle x=25^\circ$

15 답 70°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=40^\circ$

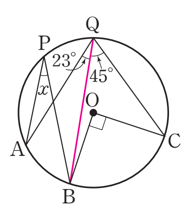
$\angle BQC=\angle BRC=30^\circ$

$\therefore\ \angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$

$=40^\circ+30^\circ=70^\circ$

16 답 23°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$

이므로

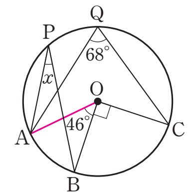
$\angle AQB=\angle AQC-\angle BQC$

$=68^\circ-45^\circ=23^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle AQB=23^\circ$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle AOC=2\angle AQC$

$=2\times 68^\circ=136^\circ$

이므로

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$

$=136^\circ-90^\circ=46^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 46^\circ=23^\circ$

17 답 ②

$\angle ADB=\angle ACB=\angle y$, $\angle ACD=\angle ABD=42^\circ$이므로

$\triangle ACD$에서 $\angle x+(\angle y+58^\circ)+42^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=80^\circ$

다른 풀이

$\angle BAC=\angle BDC=58^\circ$이므로

$\triangle ABP$에서 $\angle APB=180^\circ-(58^\circ+42^\circ)=80^\circ$

$\angle ADB=\angle ACB=\angle y$이므로

$\triangle APD$에서 $\angle x+\angle y=80^\circ$

18 답 ④

$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$

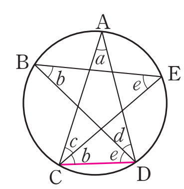
$\triangle BQD$에서 $\angle ABD=30^\circ+\angle x$이므로

$\triangle ABP$에서 $\angle x+(30^\circ+\angle x)=70^\circ$

$2\angle x=40^\circ$ $\therefore\ \angle x=20^\circ$

19 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같으므로



$\angle BDC=\angle BEC=\angle e$

$\angle DCE=\angle DBE=\angle b$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$

20 답 35°

$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCD=90^\circ$

$\angle BDC=\angle BAC=55^\circ$이므로

$\triangle DBC$에서 $\angle DBC=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$

21 답 ③

$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCD=90^\circ$

$\angle ACD=\angle ABD=50^\circ$이므로

$\angle ACB=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

22 답 12°

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90°$

$\angle DBC=\angle DAC=\angle x$이므로

$\angle x=90°-56°=34°$

$\triangle EBC$에서

$34°+\angle y=80°$ $\quad\therefore\ \angle y=46°$

$\therefore\ \angle y-\angle x=46°-34°=12°$

23 답 ③

$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle AED=90°$

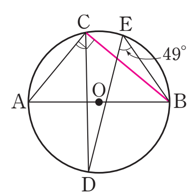
$\angle DAE=\angle DBE=30°$이므로

$\triangle ADE$에서

$\angle ADE=180°-(30°+90°)=60°$

$\therefore\ \angle ACE=\angle ADE=60°$

24 답 ③



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

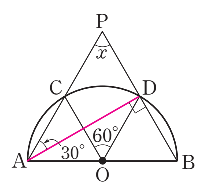
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90°$

$\angle DCB=\angle DEB=49°$

$\therefore\ \angle ACD=90°-49°=41°$

25 답 60°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90°$ $\quad\cdots$ (i)

$\angle CAD=\dfrac{1}{2}\angle COD$

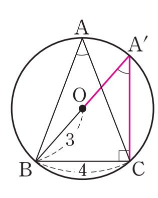
$=\dfrac{1}{2}\times60°=30°$ $\quad\cdots$ (ii)

따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle x=180°-(30°+90°)=60°$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ADB$의 크기 구하기	35 %
(ii) $\angle CAD$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	35 %

26 답 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'C}$를 그으면 $\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90°$

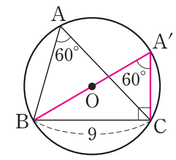
$\angle BA'C=\angle BAC$

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=2\times3=6$, $\overline{A'C}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore\ \cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

27 답 $3\sqrt{3}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'C}$를 그으면 $\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

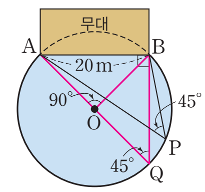
$\angle A'CB=90°$

$\angle BA'C=\angle BAC=60°$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin 60°}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

28 답 ①



오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고, $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 Q라고 하자. $\overline{BQ}$를 그으면 $\overline{AQ}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABQ=90°$

$\angle AQB=\angle APB=45°$

$\triangle AQB$에서 $\overline{AQ}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}=20\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}(\mathrm{m})$

따라서 공연장의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\times20\sqrt{2}=10\sqrt{2}(\mathrm{m})$이고

$\angle AOB=2\angle APB=2\times45°=90°$이므로

무대를 제외한 공연장의 넓이는

($\triangle AOB$의 넓이)+(큰 부채꼴 AOB의 넓이)

중심각의 크기가 $360°-90°=270°$

$=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times10\sqrt{2}+\pi\times(10\sqrt{2})^2\times\dfrac{270}{360}$

$=100+150\pi(\mathrm{m}^2)$

29 답 70°

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로 $\widehat{BC}$에 대한 원주각의 크기는 35°이다.

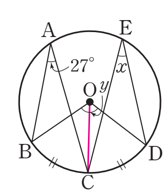
$\therefore\ \angle BOC=2\times35°=70°$

30 답 46°

$\widehat{AC}=\widehat{BD}$이므로 $\angle BCD=\angle ABC=23°$

따라서 $\triangle PCB$에서 $\angle x=23°+23°=46°$

31 답 ④



$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle x=\angle BAC=27°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times27°=54°$,

$\angle COD=2\angle CED=2\times27°=54°$

이므로

$\angle y=\angle BOC+\angle COD=54°+54°=108°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=27°+108°=135°$

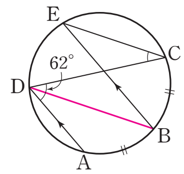
32 답 ②

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로 $\angle BAC=\angle ADB=30°$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle ABD=180°-(30°+53°+30°)=67°$

33 답 ④



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle BDC$

$\therefore\ \angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC$

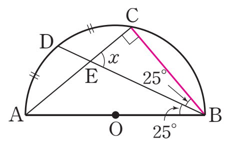
$=\frac{1}{2}\times 62^\circ=31^\circ$

따라서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로

$\angle DBE=\angle ADB=31^\circ$(엇각)

$\therefore\ \angle DCE=\angle DBE=31^\circ$

34 답 65°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$ $\cdots$ (i)

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle CBD=\angle ABD=25^\circ$ $\cdots$ (ii)

따라서 $\triangle CEB$에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ACB$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle CBD$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	30 %

35 답 60°

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}=\angle APC : \angle BQC$이므로

$(6+3) : 3=\angle x : 20^\circ$ $\therefore\ \angle x=60^\circ$

36 답 ②

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}=\angle ABC : \angle BAC$이므로

$10 : \overset{\frown}{BC}=25^\circ : 65^\circ$ $\therefore\ \overset{\frown}{BC}=26(\text{cm})$

37 답 30°

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=\angle ACB : \angle CAD$이므로

$2 : 4=30^\circ : \angle CAD$ $\therefore\ \angle CAD=60^\circ$

따라서 $\triangle APC$에서

$\angle x+30^\circ=60^\circ$ $\therefore\ \angle x=30^\circ$

38 답 80°

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD}=2 : 1$이므로 $\angle ABC : \angle BCD=2 : 1$

$\therefore\ \angle ABC=2\angle BCD$

$\angle BCD=\angle x$라고 하면 $\angle ABC=2\angle x$이므로

$\triangle PCB$에서 $\angle x+2\angle x=120^\circ$

$3\angle x=120^\circ$ $\therefore\ \angle x=40^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=2\angle x=2\times 40^\circ=80^\circ$

39 답 ④

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=11 : 4$이므로 $\angle ADB : \angle CAD=11 : 4$

$\therefore\ \angle CAD=\frac{4}{11}\angle ADB$

$\triangle AQD$에서

$\frac{4}{11}\angle ADB+\angle ADB=75^\circ$

$\frac{15}{11}\angle ADB=75^\circ$ $\therefore\ \angle ADB=55^\circ$

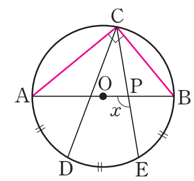
$\angle CAD=\frac{4}{11}\angle ADB=\frac{4}{11}\times 55^\circ=20^\circ$

$\angle ACB=\angle ADB=55^\circ$

따라서 $\triangle ACP$에서

$20^\circ+\angle x=55^\circ$ $\therefore\ \angle x=35^\circ$

40 답 100°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EB}$이므로

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$

$\therefore\ \angle ACE=\frac{2}{3}\angle ACB=\frac{2}{3}\times 90^\circ=60^\circ$

또 $\angle ABC : \angle BAC=\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}=5 : 4$이므로

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=(180^\circ-90^\circ)\times\frac{4}{5+4}=40^\circ$

따라서 $\triangle APC$에서

$\angle x=60^\circ+40^\circ=100^\circ$

41 답 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=75^\circ$, $\angle z=45^\circ$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\angle z : \angle x : \angle y=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA}$

$=3 : 4 : 5$

$\therefore\ \angle x=180^\circ\times\frac{4}{3+4+5}=60^\circ$,

$\angle y=180^\circ\times\frac{5}{3+4+5}=75^\circ$,

$\angle z=180^\circ\times\frac{3}{3+4+5}=45^\circ$

42 답 36°

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}$이므로

$\angle ADB=\angle BEC=\angle CAD=\angle DBE=\angle ECA$

$\therefore\ \angle CAD=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$

43 답 ①

$\triangle ACP$에서 $\angle CAP+40^\circ=100^\circ$ $\therefore\ \angle CAP=60^\circ$

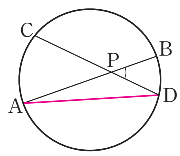
한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이므로

$8 :$ (원의 둘레의 길이)$=60^\circ : 180^\circ$

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=24(\text{cm})$

44 답 $45°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle BAD=180° \times \frac{1}{12}=15°$ $\cdots$ (i)

$\widehat{AC}=2\widehat{BD}$이므로

$\angle ADC=2\angle BAD$

$=2\times15°=30°$ $\cdots$ (ii)

$\triangle PAD$에서

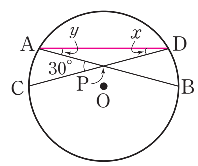
$\angle BPD=\angle PAD+\angle ADP$

$=15°+30°=45°$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle BAD$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle ADC$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle BPD$의 크기 구하기	20 %

45 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 긋고



$\angle ADC=\angle x$, $\angle BAD=\angle y$라고 하면

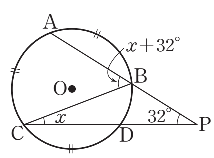
$\triangle APD$에서 $\angle x+\angle y=30°$

이때 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 $180°$이고, $\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 $30°$이므로

$\widehat{AC}+\widehat{BD}=2\pi\times9\times\frac{30}{180}=3\pi(\text{cm})$

46 답 $21°$

$\triangle BCP$에서



$\angle ABC=\angle x+32°$

$\widehat{AB}=\widehat{AC}=\widehat{CD}$이므로 $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{CD}$에 대한 원주각의 크기는 모두 $\angle x+32°$이고, 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 $180°$이므로

$3(\angle x+32°)+\angle x=180°$

$4\angle x=84°$ $\therefore \angle x=21°$

유형 10~16 P. 61~65

47 답 ④, ⑤

④ $\angle ACB=\angle ADB=55°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle BDC+40°=100°$ $\therefore \angle BDC=60°$

즉, $\angle BAC=\angle BDC=60°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

48 답 $20°$

$\angle ACB=\angle ADB=50°$이어야 하므로

$\triangle EBC$에서

$\angle x+50°=70°$ $\therefore \angle x=20°$

49 답 $27°$

$\angle DBC=\angle DAC=62°$이어야 하므로

$\triangle PBD$에서

$35°+\angle D=62°$ $\therefore \angle D=27°$

50 답 ⑤

$\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-38°)=71°$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$71°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=109°$

51 답 $\angle x=75°$, $\angle y=150°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x+105°=180°$ $\therefore \angle x=75°$

$\therefore \angle y=2\angle x=2\times75°=150°$

52 답 ④

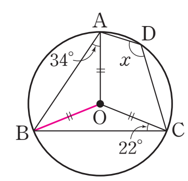
$\triangle ACD$에서 $\angle ADC=180°-(48°+50°)=82°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x+82°=180°$ $\therefore \angle x=98°$

53 답 $124°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\triangle OAB$와 $\triangle OBC$는 각각 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=34°$,

$\angle OBC=\angle OCB=22°$

$\therefore \angle ABC=34°+22°=56°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$56°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=124°$

54 답 ③

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90°$이고

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+120°=180°$ $\therefore \angle ABC=60°$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\frac{\overline{AC}}{\sin 60°}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

따라서 $\overline{BO}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$이므로

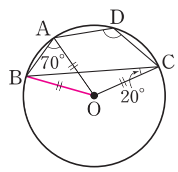
(원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{3})^2=3\pi$

55 답 10°

$\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$(50^\circ+\angle x)+100^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle x=30^\circ$ ⋯ (i)
$\triangle ABD$에서 $(50^\circ+\angle x)+\angle y+60^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle y=180^\circ-(50^\circ+30^\circ+60^\circ)=40^\circ$ ⋯ (ii)
$\therefore \angle y-\angle x=40^\circ-30^\circ=10^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle y$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle y-\angle x$의 크기 구하기	20 %

56 답 130°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
$\triangle OAB$와 $\triangle OCB$는 각각 이등변삼각형이므로
$\angle OBA=\angle OAB=70^\circ$,
$\angle OBC=\angle OCB=20^\circ$
$\therefore \angle ABC=70^\circ-20^\circ=50^\circ$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$50^\circ+\angle ADC=180^\circ$ $\therefore \angle ADC=130^\circ$

57 답 67°

$\triangle APB$에서 $43^\circ+\angle ABP=110^\circ$ $\therefore \angle ABP=67^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle ABP=67^\circ$

다른 풀이
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$110^\circ+\angle BCD=180^\circ$ $\therefore \angle BCD=70^\circ$
따라서 $\triangle DPC$에서 $\angle x=180^\circ-(43^\circ+70^\circ)=67^\circ$

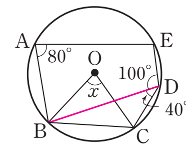
58 답 $\angle x=114^\circ$, $\angle y=57^\circ$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle x=\angle BAE=114^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로
$\angle CBD=\angle CDB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-114^\circ)=33^\circ$
$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD=90^\circ$
따라서 $\square ABCD$에서
$(90^\circ+33^\circ)+\angle y=180^\circ$ $\therefore \angle y=57^\circ$

59 답 50°

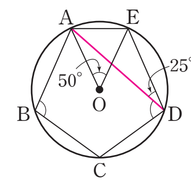
$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle BOC=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$
$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=\angle DCE=85^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAD-\angle BAC=85^\circ-35^\circ=50^\circ$

60 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\square ABDE$가 원 O에 내접하므로
$80^\circ+\angle BDE=180^\circ$
$\therefore \angle BDE=100^\circ$
$\angle BDC=\angle D-\angle BDE$
$=140^\circ-100^\circ=40^\circ$
$\therefore \angle x=2\angle BDC=2\times40^\circ=80^\circ$

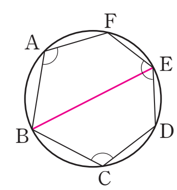
61 답 205°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle AOE$
$=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$ ⋯ (i)
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle B+\angle ADC=180^\circ$ ⋯ (ii)
$\therefore \angle B+\angle D=(\angle B+\angle ADC)+\angle ADE$
$=180^\circ+25^\circ=205^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ADE$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle B+\angle ADC$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle B+\angle D$의 크기 구하기	20 %

62 답 360°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면
$\square ABEF$가 원에 내접하므로
$\angle A+\angle BEF=180^\circ$
$\square BCDE$가 원에 내접하므로
$\angle C+\angle BED=180^\circ$
$\therefore \angle A+\angle C+\angle E$
$=(\angle A+\angle BEF)+(\angle C+\angle BED)$
$=180^\circ+180^\circ=360^\circ$

63 답 35°

$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle CDQ=\angle ABC=59^\circ$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=59^\circ+27^\circ=86^\circ$
따라서 $\triangle DCQ$에서
$59^\circ+86^\circ+\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$

64 답 63°

$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=\angle x+21^\circ$
$\triangle DCQ$에서
$\angle x+(\angle x+21^\circ)+33^\circ=180^\circ$
$2\angle x=126^\circ$ $\therefore \angle x=63^\circ$

65 답 ③

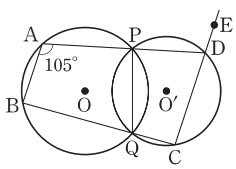
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC+105^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle ABC=75^\circ$
△PBC에서
$\angle PCQ=75^\circ+15^\circ=90^\circ$
△DCQ에서
$90^\circ+\angle x=105^\circ$
$\therefore\ \angle x=15^\circ$

66 답 58°

□PQCD가 원에 내접하므로
$\angle AQP=\angle PDC=58^\circ$
$\therefore\ \angle ABP=\angle AQP=58^\circ$

67 답 ③, ⑤

①, ④ 알 수 없다.
② □ABQP가 원 O에 내접하므로
$105^\circ+\angle PQB=180^\circ$
$\therefore\ \angle PQB=75^\circ$
③ □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PDC=\angle PQB=75^\circ$



⑤ $\overline{CD}$의 연장선 위의 한 점을 E라고 하면
$\angle PDE=180^\circ-\angle PDC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
즉, $\angle BAD=\angle ADE$ (엇각)이므로
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

68 답 170°

□ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle DPQ=\angle ABQ=95^\circ$
□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$95^\circ+\angle DCQ=180^\circ$
$\therefore\ \angle DCQ=85^\circ$
$\therefore\ \angle DO'Q=2\angle DCQ=2\times85^\circ=170^\circ$

69 답 ①, ③

① $\angle ABD=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$이므로
$\angle ABD=\angle ACD$
② $\angle BAC\neq\angle BDC$
③ $\angle B=180^\circ-(30^\circ+50^\circ)=100^\circ$이므로
$\angle B+\angle D=180^\circ$
④ $\angle A+\angle C=190^\circ\neq180^\circ$
⑤ $\angle ADC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$이므로
$\angle ADC\neq\angle CBE$
따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ①, ③이다.

70 답 ③

△ABC에서 $\angle B=180^\circ-(45^\circ+35^\circ)=100^\circ$
□ABCD가 원에 내접하려면
$\angle B+\angle D=180^\circ$이어야 하므로
$100^\circ+\angle D=180^\circ \qquad \therefore\ \angle D=80^\circ$

71 답 ③

ㄱ. 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이다.
ㅁ. 등변사다리꼴은 윗변과 아랫변의 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이다.
따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄱ, ㅁ이다.

72 답 50°

$\angle ABD=\angle ACD=60^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
즉, □ABCD는 원에 내접하므로
$70^\circ+(\angle x+60^\circ)=180^\circ \qquad \therefore\ \angle x=50^\circ$

73 답 6개

(ⅰ) 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 경우
□AFHE, □BDHF, □CEHD의 3개
(ⅱ) 한 변에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 90°로 같은 경우
□ABDE, □BCEF, □CAFD의 3개
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 구하는 사각형은
$3+3=6$(개)

유형 17~20 P. 66~69

74 답 200°

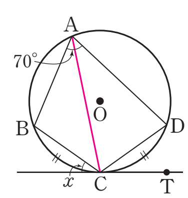
$\angle x=40^\circ$
$\angle y=180^\circ-(60^\circ+40^\circ)=80^\circ$
$\angle z=\angle y=80^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z=40^\circ+80^\circ+80^\circ=200^\circ$

75 답 ②

$\angle BCA=\angle BAT=72^\circ$이므로
$\angle BOA=2\angle BCA=2\times72^\circ=144^\circ$

76 답 35°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle BAC=\angle CAD$
$\therefore\ \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD$
$=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle BAC=35^\circ$



77 답 **40°**

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$100^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=80^\circ$ … (i)

$\angle BDA=\angle BAT=60^\circ$이므로 … (ii)

$\triangle ABD$에서

$\angle y=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$ … (iii)

$\therefore\ \angle x-\angle y=80^\circ-40^\circ=40^\circ$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle BDA$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle y$의 크기 구하기	30 %
(iv) $\angle x-\angle y$의 크기 구하기	10 %

78 답 ②

$\angle ABT=\angle ATP=\angle x$이므로

$\triangle BPT$에서 $\angle x+35^\circ=75^\circ$

$\therefore\ \angle x=40^\circ$

다른 풀이

$\angle BAT=\angle BTQ=75^\circ$이므로

$\triangle APT$에서 $35^\circ+\angle x=75^\circ$

$\therefore\ \angle x=40^\circ$

79 답 ④

$\angle x=\angle ABT$이고

$\angle ABT=180^\circ\times\dfrac{13}{15+8+13}=65^\circ$이므로 $\angle x=65^\circ$

80 답 **32°**

$\angle ABP=\angle ADB=39^\circ$

□ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle DAB+109^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle DAB=71^\circ$

$\triangle APB$에서

$\angle x+39^\circ=71^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=32^\circ$

다른 풀이

$\angle DBP=\angle DCB=109^\circ$이므로

$\triangle DPB$에서 $\angle x=180^\circ-(39^\circ+109^\circ)=32^\circ$

81 답 **35°**

$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABD=90^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+125^\circ=180^\circ$

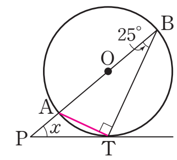
$\therefore\ \angle BAD=55^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle ADB=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$이므로

$\angle ABT=\angle ADB=35^\circ$

82 답 **40°**



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ATB=90^\circ$

$\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로

$\triangle BPT$에서

$25^\circ+\angle x+(25^\circ+90^\circ)=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=40^\circ$

다른 풀이

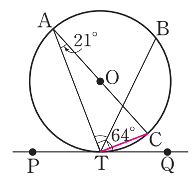
$\angle ATB=90^\circ$이므로

$\triangle ATB$에서 $\angle BAT=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$

$\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로

$\triangle APT$에서 $\angle x+25^\circ=65^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=40^\circ$

83 답 **47°**



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CT}$를 그으면

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ATC=90^\circ$

$\triangle ATC$에서

$\angle ACT=180^\circ-(21^\circ+90^\circ)=69^\circ$

이때 $\angle ATP=\angle ACT=69^\circ$이므로

$\angle ATB=180^\circ-(\angle ATP+\angle BTQ)$

$=180^\circ-(69^\circ+64^\circ)=47^\circ$

다른 풀이

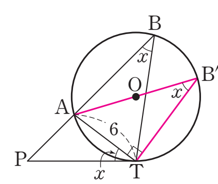
$\angle CTQ=\angle CAT=21^\circ$이므로

$\angle BTC=64^\circ-21^\circ=43^\circ$

이때 $\angle ATC=90^\circ$이므로

$\angle ATB=\angle ATC-\angle BTC=90^\circ-43^\circ=47^\circ$

84 답 **5**



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B′이라 하고 $\overline{B'T}$를 그으면 $\overline{AB'}$이 원 O의 지름이므로

$\angle ATB'=90^\circ$

$\angle AB'T=\angle ABT$

$=\angle ATP=\angle x$

$\triangle ATB'$에서 $\tan x=\dfrac{6}{\overline{B'T}}=\dfrac{3}{4}$ $\quad\therefore\ \overline{B'T}=8$

$\therefore\ \overline{AB'}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\dfrac{1}{2}\times10=5$

85 답 **60°**

$\angle BTP=\angle a$라고 하면 $\angle BAT=\angle BTP=\angle a$이고

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$

$\triangle ATP$에서 $\angle a+(90^\circ+\angle a)+30^\circ=180^\circ$

$2\angle a=60^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a=30^\circ$

따라서 $\triangle ATB$에서

$\angle ABT=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

86 답 ③

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCA=90^\circ$

$\triangle BAC$와 $\triangle BCD$에서

$\angle BCA=\angle BDC=90^\circ$, $\angle BAC=\angle BCD$이므로

$\triangle BAC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)

즉, $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$8:\overline{BC}=\overline{BC}:6$, $\overline{BC}^2=48$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{AC}:\overline{CD}=\overline{BA}:\overline{BC}=8:4\sqrt{3}=2:\sqrt{3}$

87 답 38°

$\triangle PBA$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\overrightarrow{PD}$가 원 O의 접선이므로

$\angle ABC=\angle CAD=72^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(70^\circ+72^\circ)=38^\circ$

88 답 55°

$\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$ ⋯ (i)

$\therefore \angle DFE=\angle DEB=65^\circ$ ⋯ (ii)

따라서 $\triangle DEF$에서

$\angle DEF=180^\circ-(60^\circ+65^\circ)=55^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle DEB$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle DFE$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle DEF$의 크기 구하기	20 %

89 답 29°

$\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

$\therefore \angle ACB=\angle ABP=64^\circ$

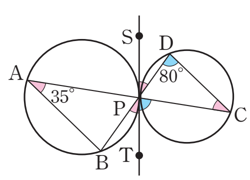
이때 $\angle x:\angle BAC=\overparen{AC}:\overparen{BC}=1:3$이므로

$\angle BAC=3\angle x$

따라서 $\triangle ACB$에서 $3\angle x+64^\circ+\angle x=180^\circ$

$4\angle x=116^\circ \qquad \therefore \angle x=29^\circ$

90 답 ④



① $\angle CPT=\angle CDP=80^\circ$

②, ④ $\angle DCP=\angle DPS$

$=\angle BPT$

$=\angle BAP=35^\circ$

③ $\angle BPC=\angle BPT+\angle CPT$

$=35^\circ+80^\circ=115^\circ$

⑤ $\angle BAP=\angle DCP$ (엇각)이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

91 답 100°

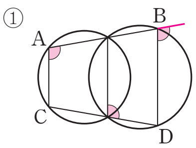
원 O′에서 $\angle BPT=\angle BDP=50^\circ$

$\angle APS=\angle BPT=50^\circ$ (맞꼭지각)

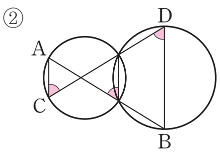
원 O에서 $\angle ACP=\angle APS=50^\circ$

$\therefore \angle AOP=2\angle ACP=2\times50^\circ=100^\circ$

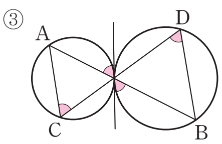
92 답 ⑤

①


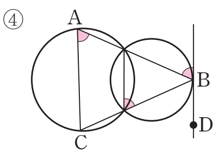
동위각의 크기가 같다.

②


엇각의 크기가 같다.

③


엇각의 크기가 같다.

④


엇각의 크기가 같다.

⑤ $\angle ACB=45^\circ$이므로 $\angle ACB\neq\angle CBD$

즉, 엇각의 크기가 다르므로 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$가 아니다.

따라서 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$가 아닌 것은 ⑤이다.

93 답 ③

$\triangle ABT$와 $\triangle DCT$에서

$\angle ABT=\angle ATP=\angle DCT$(①),

$\angle BAT=\angle BTQ=\angle CDT$(②)이므로

$\triangle ABT \backsim \triangle DCT$ (AA 닮음)(⑤)

$\therefore \overline{TA}:\overline{TB}=\overline{TD}:\overline{TC}$

또 ②에서 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$(④)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

94 답 40°

$\angle BAP=\angle BPT'=\angle CDP=80^\circ$이므로

$\triangle APB$에서

$\angle x+80^\circ=120^\circ \qquad \therefore \angle x=40^\circ$

다른 풀이

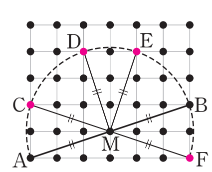
$\angle ABP=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\angle APT=\angle ABP=60^\circ$

이때 $\angle CPT'=\angle CDP=80^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$

95 답 4개



$\overline{AB}$의 중점을 M이라고 하면

$\overline{AM}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

42개의 점 중에서 점 M으로부터 거리가 $\sqrt{10}$인 점을 찾으면 오른쪽 그림과 같이 네 점 C, D, E, F이다.

$\overline{AB}$를 지름으로 하는 원을 그리면 네 점 C, D, E, F는 이 원 위에 있고, 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이므로 $\angle APB=90°$를 만족시키는 점 P는 모두 4개이다.

96 답 ③

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180°-(95°+47°)=38°$

$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CDA}=\angle BAC : \angle CBA$이므로

$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CDA}=38° : 95°$

$\therefore\ \overset{\frown}{CDA}=\frac{5}{2}\overset{\frown}{BC}$

따라서 $\overset{\frown}{BC}$ 부분을 가는 데 4분이 걸렸으므로 $\overset{\frown}{CDA}$ 부분을 가는 데 $\frac{5}{2}\times 4=10$(분)이 걸린다.

단원 마무리

P. 70～73

1 ⑤	**2** $70°$	**3** $113°$	**4** $23°$	**5** ④
6 $66°$	**7** ⑤	**8** $55°$	**9** $100°$	**10** $103°$
11 $52°$	**12** ②, ③	**13** $45°$	**14** $35°$	
15 $76°$	**16** $6\pi-9\sqrt{3}$	**17** $\frac{32}{3}$cm		
18 34π	**19** $65°$	**20** $40°$	**21** ①	**22** $112°$
23 (1) $65°$ (2) $75°$		**24** ④	**25** $59°$	**26** $3\sqrt{7}$cm
27 10π	**28** 14cm			

1 $\angle AOB=2\angle APB$

$=2\times 40°=80°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

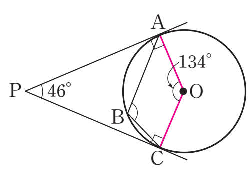
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

2 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(360°-136°)=112°$이므로

$\square AOCB$에서

$\angle x=360°-(112°+136°+42°)=70°$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PCO=90°$이므로

$\square APCO$에서

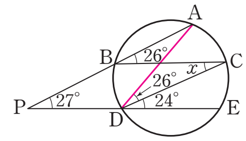
$\angle AOC$

$=360°-(90°+46°+90°)$

$=134°$

$\therefore\ \angle ABC=\frac{1}{2}\times(360°-134°)=113°$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=\angle ABC=26°$

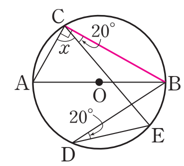
$\triangle APD$에서

$27°+\angle PAD=26°+24°$

$\therefore\ \angle PAD=23°$

$\therefore\ \angle x=\angle BAD=23°$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90°$

$\angle BCE=\angle BDE=20°$이므로

$\angle x=90°-20°=70°$

6 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle CBD=\angle ABD=32°$

$\angle BAC=\angle BDC=50°$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180°-(50°+32°+32°)=66°$

7 $3 : 6=\angle x : 40°$ $\quad\therefore\ \angle x=20°$

$\angle y=2\angle x=2\times 20°=40°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=20°+40°=60°$

8 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$120°+\angle ADC=180°$ $\quad\therefore\ \angle ADC=60°$

따라서 $\triangle FCD$에서

$\angle x+60°=115°$ $\quad\therefore\ \angle x=55°$

9 $\angle CAD=\angle CBD=\angle x$이고

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$(45°+\angle x)+110°=180°$

$\therefore\ \angle x=25°$ ··· (i)

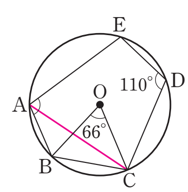
또 $\angle y=\angle ABC=\angle x+50°$

$=25°+50°=75°$ ··· (ii)

$\therefore\ \angle x+\angle y=25°+75°=100°$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle y$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 66°=33°$

$\square ACDE$에서

$\angle CAE+110°=180°$

$\therefore\ \angle CAE=70°$

$\therefore\ \angle A=\angle BAC+\angle CAE$

$=33°+70°=103°$

11 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle QAB=\angle DCB=\angle x$

△PBC에서 $\angle PBQ=\angle x+40^\circ$

△AQB에서 $\angle x+36^\circ+(\angle x+40^\circ)=180^\circ$

$2\angle x=104^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=52^\circ$

12 ① $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle A=180^\circ-\angle B=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

$\therefore\ \angle A+\angle C=180^\circ$

② $\angle CAD\neq\angle CBD$

③ $\angle BAD\neq\angle DCE$

④ $\angle ABD=91^\circ-63^\circ=28^\circ$이므로

$\angle ABD=\angle ACD$

⑤ $\angle A+\angle C=180^\circ$

따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ②, ③이다.

참고 ①은 등변사다리꼴, ⑤는 정사각형이므로 원에 내접한다.

13 $\angle BCP=\angle BAC=35^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+100^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle ABC=80^\circ$

△BPC에서

$\angle x+35^\circ=80^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=45^\circ$

다른 풀이

$\angle ACP=\angle ADC=100^\circ$이므로

△APC에서 $\angle x=180^\circ-(35^\circ+100^\circ)=45^\circ$

14 $\angle APT=\angle ACP=70^\circ$

$\angle DPT=\angle DBP=75^\circ$

이때 $\angle APB=180^\circ$이므로

$70^\circ+75^\circ+\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=35^\circ$

15 $\angle APB=\frac{1}{2}\angle x$이므로

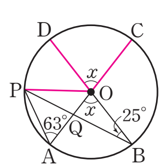
△PAQ에서 $\angle PQO=\frac{1}{2}\angle x+63^\circ$

따라서 △OQB에서 $\angle x+25^\circ=\frac{1}{2}\angle x+63^\circ$

$\frac{1}{2}\angle x=38^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=76^\circ$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 각각 C, D라 하고 $\overline{OP}$를 그으면



$\angle POC=2\angle PAC=2\times63^\circ=126^\circ$

$\angle POD=2\angle PBD=2\times25^\circ=50^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle POC-\angle POD$

$=126^\circ-50^\circ=76^\circ$

16 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times30^\circ=60^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 BOC의 넓이)−(△OBC의 넓이)

$=\pi\times6^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin60^\circ$

$=6\pi-9\sqrt{3}$

17 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

이때 $\angle ADB=\angle ACB$이므로

$\angle ABC=\angle ADB$

△ABE와 △ADB에서

∠A는 공통, $\angle ABE=\angle ADB$이므로

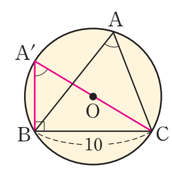
△ABE∽△ADB (AA 닮음)

즉, $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AB}$이므로

$10:\overline{AD}=6:10$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=\frac{50}{3}$(cm)

$\therefore\ \overline{DE}=\frac{50}{3}-6=\frac{32}{3}$(cm)

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'B}$를 그으면 $\overline{A'C}$가 원 O의 지름이므로



$\angle A'BC=90^\circ$

$\angle BA'C=\angle BAC$

즉, $\tan A'=\tan A=\frac{5}{3}$이므로

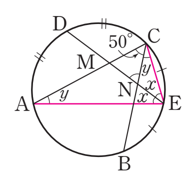
△A′BC에서 $\tan A'=\frac{10}{\overline{A'B}}=\frac{5}{3}$ $\quad\therefore\ \overline{A'B}=6$

$\therefore\ \overline{A'C}=\sqrt{6^2+10^2}=2\sqrt{34}$

따라서 $\overline{A'O}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{34}=\sqrt{34}$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{34})^2=34\pi$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{CE}$를 그으면



$\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로

$\angle AED=\angle CED=\angle x$라 하고,

$\widehat{BE}=\widehat{CE}$이므로

$\angle BCE=\angle CAE=\angle y$라고 하자.

△AEC에서

$\angle y+2\angle x+(\angle y+50^\circ)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=65^\circ$

따라서 △CNE에서

$\angle CNM=\angle x+\angle y=65^\circ$

다른 풀이

△AEM에서 $\angle CMN=\angle x+\angle y$

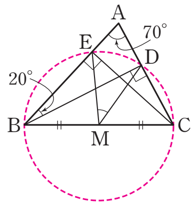
△CNE에서 $\angle CNM=\angle x+\angle y$

따라서 $\angle CMN=\angle CNM$이므로

△CMN에서

$\angle CNM=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

20 $\overset{\frown}{BC}$에 대하여 $\angle BEC=\angle BDC$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다. 이때 원주각의 크기가 90°이므로 $\overline{BC}$는 원의 지름, 점 M은 원의 중심이다.



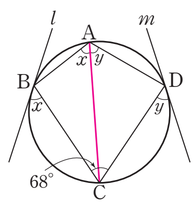
$\triangle ABD$에서
$\angle ABD=180^\circ-(70^\circ+90^\circ)=20^\circ$
$\therefore\ \angle EMD=2\angle EBD=2\times 20^\circ=40^\circ$

21 $\overset{\frown}{BAD}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\dfrac{3}{5}$이므로

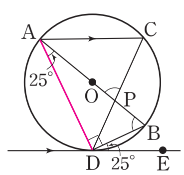
$\angle BCD=180^\circ\times\dfrac{3}{5}=108^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$108^\circ+\angle x=180^\circ \qquad \therefore\ \angle x=72^\circ$
$\overset{\frown}{CDA}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\dfrac{5}{9}$이므로

$\angle CBA=180^\circ\times\dfrac{5}{9}=100^\circ$
$\square ABCD$에서 $\angle y=\angle CBA=100^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=72^\circ+100^\circ=172^\circ$

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle BAC=\angle x$, $\angle DAC=\angle y$이므로
$\angle BAD=\angle BAC+\angle DAC$
$\qquad\quad=\angle x+\angle y$
이때 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle BAD+68^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle BAD=112^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=\angle BAD=112^\circ$



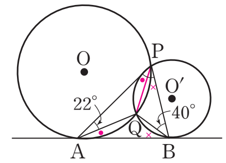
23 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ADB=90^\circ$
$\angle BAD=\angle BDE=25^\circ$
$\triangle ADB$에서
$\angle DBP=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$



(2) $\angle DCA=\angle DBA=\angle DBP=65^\circ$
$\overline{AC}\,/\!/\,\overleftrightarrow{DE}$이므로 $\angle CDE=\angle DCA=65^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle PDB=\angle CDE-\angle BDE$
$\qquad\qquad\quad=65^\circ-25^\circ=40^\circ$
$\triangle PDB$에서
$\angle DPB=180^\circ-(40^\circ+65^\circ)=75^\circ$
$\therefore\ \angle APC=\angle DPB=75^\circ$ (맞꼭지각)

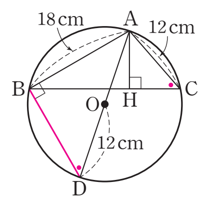
24 $\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PAB=\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$
$\angle ABQ=\angle x$이고 $\overset{\frown}{AQ}=\overset{\frown}{BQ}$이므로
$\angle BAQ=\angle ABQ=\angle x$
따라서 $\angle x+\angle x+72^\circ=180^\circ$이므로
$2\angle x=108^\circ \qquad \therefore\ \angle x=54^\circ$

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면
$\overleftrightarrow{AB}$가 두 원 O, O′의 공통인 접선이므로 원 O에서
$\angle QPA=\angle QAB$
원 O′에서
$\angle QPB=\angle QBA$



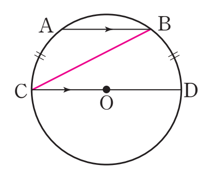
$\angle QPA=\angle a$, $\angle QPB=\angle b$라고 하면
$\triangle PAB$에서
$(\angle a+\angle b)+(22^\circ+\angle a)+(40^\circ+\angle b)=180^\circ$
$2(\angle a+\angle b)+62^\circ=180^\circ$, $2(\angle a+\angle b)=118^\circ$
$\therefore\ \angle a+\angle b=59^\circ$
$\therefore\ \angle APB=\angle a+\angle b=59^\circ$

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle ABD$와 $\triangle AHC$에서
$\angle ADB=\angle ACH$,
$\angle ABD=\angle AHC=90^\circ$이므로
$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$(AA 닮음)



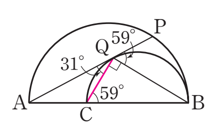
즉, $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$이므로
$18:\overline{AH}=24:12$
$\therefore\ \overline{AH}=9(\text{cm})$
따라서 $\triangle AHC$에서
$\overline{CH}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}(\text{cm})$

27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로
$\angle ABC=\angle BCD$ (엇각)
$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}=\dfrac{3}{2}\pi$



이때 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{AC}=4:3$이므로
$\overset{\frown}{AB}:\dfrac{3}{2}\pi=4:3 \qquad \therefore\ \overset{\frown}{AB}=2\pi$
$\overset{\frown}{CA}+\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BD}=\dfrac{3}{2}\pi+2\pi+\dfrac{3}{2}\pi=5\pi$
$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\times 5\pi=10\pi$

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CQ}$를 그으면
$\overline{BC}$가 작은 반원의 지름이므로
$\angle BQC=90^\circ$



$\therefore\ \angle AQC=180^\circ-(59^\circ+90^\circ)=31^\circ$
$\angle QCB=\angle PQB=59^\circ$이므로
$\triangle ACQ$에서 $\angle QAC+31^\circ=59^\circ$
$\therefore\ \angle QAC=28^\circ$
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{PB}=90^\circ:\angle PAB$이므로
$45:\overset{\frown}{PB}=90^\circ:28^\circ$
$\therefore\ \overset{\frown}{PB}=14(\text{cm})$

유형 1~4 P. 76~79

1 답 21개

$(\text{평균})=\dfrac{14+23+17+26+25+21}{6}$

$=\dfrac{126}{6}=21(\text{개})$

2 답 ③

$(\text{평균})=\dfrac{12+15+16+17+22+28+30}{7}$

$=\dfrac{140}{7}=20(\text{개})$

3 답 8

a, b, c의 평균이 7이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=7 \qquad \therefore a+b+c=21$

$\therefore (6, a, b, c, 13\text{의 평균})=\dfrac{6+a+b+c+13}{5}$

$=\dfrac{a+b+c+19}{5}$

$=\dfrac{21+19}{5}=8$

4 답 ②

a, b, c, d, e의 평균이 9이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=9 \qquad \therefore a+b+c+d+e=45$

$\therefore (2a+1, 2b-3, 2c-7, 2d, 2e+4\text{의 평균})$

$=\dfrac{(2a+1)+(2b-3)+(2c-7)+2d+(2e+4)}{5}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d+e)-5}{5}$

$=\dfrac{2\times45-5}{5}=17$

5 답 **중앙값: 9시간, 최빈값: 5시간, 10시간**

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 5, 7, 8, 10, 10, 11, 12이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{8+10}{2}=9(\text{시간})$

5시간, 10시간이 각각 두 번으로 가장 많이 나타나므로

(최빈값)=5시간, 10시간

6 답 41.2

$(\text{평균})=\dfrac{3+4+8+9+14+14+17+18+20+25}{10}$

$=\dfrac{132}{10}=13.2(\text{회})$

$\therefore a=13.2$ … (i)

중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 변량의 평균이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{14+14}{2}=14(\text{회}) \qquad \therefore b=14$ … (ii)

14회가 두 번으로 가장 많이 나타나므로

(최빈값)=14회 $\quad \therefore c=14$ … (iii)

$\therefore a+b+c=13.2+14+14=41.2$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) b의 값 구하기	30 %
(iii) c의 값 구하기	30 %
(iv) $a+b+c$의 값 구하기	10 %

7 답 ①, ④

	A의 점수	B의 점수
변량	7, 7, 7, 9, 10	3, 7, 8, 8, 9
평균	$\dfrac{7+7+7+9+10}{5}=8(\text{점})$	$\dfrac{3+7+8+8+9}{5}=7(\text{점})$
중앙값	7점	8점
최빈값	7점	8점

① A의 점수의 평균은 최빈값보다 더 높다.

④ A의 점수의 중앙값은 7점이고, B의 점수의 중앙값은 8점이므로 B의 점수의 중앙값이 A의 점수의 중앙값보다 더 높다.

8 답 ④

x, y를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 9, 11, 13, 13, 13, 17

이때 $x<y<12$이면 5번째 변량이 11이므로

(중앙값)=11

또 13이 세 번으로 가장 많이 나타나므로

(최빈값)=13

9 답 ④

ㄱ. 한 개의 변량이 추가되더라도 한가운데 있는 변량은 항상 6이므로 중앙값은 6으로 변하지 않는다.

ㄴ. 평균은 추가된 변량에 따라 변할 수도 있다.

ㄷ. 6은 3개이고, 다른 변량은 각각 1개이므로 한 개의 변량이 추가되더라도 최빈값은 6으로 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10 답 ③

x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

65, 70, 75

이때 중앙값이 71점이므로 x는 70과 75 사이에 있어야 한다.

즉, $\dfrac{70+x}{2}=71$에서 $70+x=142 \qquad \therefore x=72$

11 답 **3, 7**

$\frac{3+7+4+5+x+6+3}{7}=5$, $x+28=35$ $\quad\therefore x=7$

따라서 3과 7이 각각 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 3, 7이다.

12 답 **6**

x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9

주어진 자료에서 5, 6, 7이 각각 두 번으로 가장 많이 나타나므로 세 값 중 하나가 최빈값이다.

(i) $x=5$일 때, (최빈값)$=5$, (중앙값)$=\frac{5+6}{2}=5.5$

(ii) $x=6$일 때, (최빈값)$=6$, (중앙값)$=\frac{6+6}{2}=6$

(iii) $x=7$일 때, (최빈값)$=7$, (중앙값)$=\frac{6+6}{2}=6$

따라서 (i)~(iii)에 의해 중앙값과 최빈값이 서로 같을 때의 x의 값은 6이다.

13 답 **22세**

회원 5명의 나이를 17세, 21세, 24세, 24세, x세라고 하면 평균이 21.6세이므로

$\frac{17+21+24+24+x}{5}=21.6$

$86+x=108$ $\quad\therefore x=22$

따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

17, 21, 22, 24, 24

이므로 중앙값은 22세이다.

14 답 **22, 23, 24, 25**

(가) 5개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 3번째 변량이 22이어야 하므로 $a\geq22$ … (i)

(나) 6개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 3번째와 4번째 변량의 평균이 30이어야 한다.

이때 $\frac{25+35}{2}=30$이므로 $a\leq25$ … (ii)

따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 자연수 a의 값은 22, 23, 24, 25이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) (가)를 이용하여 a의 값의 범위 구하기	40 %
(ii) (나)를 이용하여 a의 값의 범위 구하기	40 %
(iii) 자연수 a의 값 구하기	20 %

15 답 **26**

최빈값이 10이므로 a, b, c 중 적어도 2개는 10이다.

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 4번째와 5번째 변량의 평균이 중앙값인 7이므로 a, b, c 중 10이 아닌 값과 8의 평균이 7이다. 즉, a, b, c 중 10이 아닌 값은 6이다.

$\therefore a+b+c=26$

16 답 **97점**

(5회에 걸친 국어 성적의 총합)$=5\times91=455$(점) … (i)

6회째의 국어 성적을 x점이라고 하면 6회까지의 평균이

$91+1=92$(점)이므로 $\frac{455+x}{6}=92$ … (ii)

$455+x=552$ $\quad\therefore x=97$

따라서 6회째의 국어 성적은 97점이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 5회에 걸친 국어 성적의 총합 구하기	20 %
(ii) 6회까지의 평균을 이용하여 식 세우기	40 %
(iii) 6회째의 국어 성적 구하기	40 %

17 답 ④

한 학생이 탈퇴하고 다른 한 학생이 새로 가입한 후 키의 평균이 $165-164=1$(cm)만큼 커졌으므로 키의 총합은 $5\times1=5$(cm)만큼 커졌다.

$\therefore$ (탈퇴한 학생의 키)$=$(새로 가입한 학생의 키)-5

$=172-5=167$(cm)

즉, 탈퇴한 학생과 새로 가입한 학생의 키는 모두 처음 중앙값인 163 cm보다 크므로 키의 중앙값은 변함없이 163 cm이다.

따라서 $a=167$, $b=163$이므로

$a-b=167-163=4$

18 답 **중앙값: 59 kg, 최빈값: 59 kg**

한 학생이 전학을 가고 새로운 학생 1명이 동아리에 들어온 후 몸무게의 평균이 $62-61=1$(kg)만큼 늘어났으므로 몸무게의 총합은 $5\times1=5$(kg)만큼 늘어났다.

$\therefore$ (새로운 학생의 몸무게)$=$(전학 간 학생의 몸무게)$+5$

$=54+5=59$(kg)

따라서 새로운 학생의 몸무게는 원래 동아리 학생들의 몸무게의 중앙값, 최빈값과 같으므로 새로운 학생이 들어온 후 동아리 학생들의 몸무게의 중앙값과 최빈값은 모두 59 kg이다.

19 답 ②

② 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 사용하기에 적절하지 않다.

20 답 **최빈값, 26 mm**

가장 많이 주문해야 할 전구의 소켓 크기를 정할 때는 판매된 전구의 소켓 크기 중에서 가장 많이 판매된 것을 선택해야 하므로 대푯값으로 가장 적절한 것은 최빈값이다.

소켓 크기가 26 mm인 전구가 6개로 가장 많이 판매되었으므로

(최빈값)$=26$ mm

21 답 (1) A 가게: 2000만 원, B 가게: 2000만 원
(2) A 가게: 0원, B 가게: 900만 원
(3) B 가게

(1) $(\text{A 가게의 평균})=\dfrac{2200+2100+1800+1900+2000}{5}$
$=\dfrac{10000}{5}=2000(\text{만 원})$
$(\text{B 가게의 평균})=\dfrac{1100+5800+1000+900+1200}{5}$
$=\dfrac{10000}{5}=2000(\text{만 원})$

(2) (A 가게의 중앙값)$=2000$만 원
따라서 A 가게의 평균과 중앙값의 차는
$2000-2000=0$(원)
(B 가게의 중앙값)$=1100$만 원
따라서 B 가게의 평균과 중앙값의 차는
$2000-1100=900$(만 원)

(3) B 가게의 경우 5800만 원은 다른 변량과 비교하면 극단적인 값이므로 대푯값으로 평균보다 중앙값이 더 적절하다.

유형 5~11 P. 79~84

22 답 ②
(편차)=(변량)−(평균)이므로
$-3=(\text{현영이의 수학 성적})-75$
$\therefore$ (현영이의 수학 성적)$=-3+75=72$(점)

23 답 -2
편차의 총합은 0이므로
$-1+4+x+2+(-3)=0 \qquad \therefore x=-2$

24 답 $-\dfrac{3}{2}(=-1.5)$
편차의 총합은 0이므로
$2+x+(-1)+x+0.5+(-1.5)+3=0$
$2x+3=0 \qquad \therefore x=-\dfrac{3}{2}(=-1.5)$

25 답 19시간
학생 D의 봉사 활동 시간의 편차를 x시간이라고 하면
편차의 총합은 0이므로
$-5+7+2+x+(-3)=0 \qquad \therefore x=-1$ ⋯ (i)
(편차)=(변량)−(평균)이므로
$-1=(\text{학생 D의 봉사 활동 시간})-20$
$\therefore$ (학생 D의 봉사 활동 시간)$=-1+20=19$(시간) ⋯ (ii)

채점 기준	비율
(i) 편차의 총합이 0임을 이용하여 학생 D의 봉사 활동 시간의 편차 구하기	50 %
(ii) 학생 D의 봉사 활동 시간 구하기	50 %

26 답 -4
편차의 총합은 0이므로
$8+(-4)+(-3)+c+(-6)=0 \qquad \therefore c=5$
145 km/h의 편차가 8 km/h이므로
$8=145-(\text{평균})$
$\therefore (\text{평균})=145-8=137(\text{km/h})$
즉, $a-137=-4$에서 $a=-4+137=133$
$b-137=5$에서 $b=5+137=142$
$\therefore a-b+c=133-142+5=-4$

27 답 ④
① 편차의 총합은 0이므로
$(-4)+2+(-1)+x+8=0 \qquad \therefore x=-5$
② $-5=(\text{예린이의 몸무게})-52$
$\therefore$ (예린이의 몸무게)$=-5+52=47$(kg)
③ 새별이의 몸무게의 편차는 음수이므로 새별이는 평균보다 몸무게가 적게 나간다.
④ 몸무게가 적게 나가는 학생부터 차례로 나열하면
예린, 진아, 새별, 승환, 민석
이므로 중앙값은 새별이의 몸무게와 같다.
⑤ 평균보다 몸무게가 적게 나가는 학생은 편차가 음수인 진아, 새별, 예린이의 3명이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

28 답 $\sqrt{10}$회
학생 E의 분당 맥박 수의 편차를 x회라고 하면
$-3+0+4+3+x=0 \qquad \therefore x=-4$
$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+0^2+4^2+3^2+(-4)^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$
$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{10}(\text{회})$

29 답 분산: $\dfrac{4}{3}$, 표준편차: $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$권
$(\text{평균})=\dfrac{3+6+3+4+3+5}{6}=\dfrac{24}{6}=4(\text{권})$이므로 ⋯ (i)
$(\text{분산})=\dfrac{(-1)^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2+1^2}{6}$
$=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$ ⋯ (ii)
$(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}(\text{권})$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) 평균 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

30 답 ③
평균이 9이므로
$\dfrac{7+11+5+x+8}{5}=9,\ x+31=45 \qquad \therefore x=14$
$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+2^2+(-4)^2+5^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$

31 답 ①

$(a,\ b,\ c$의 합$)=a+b+c=12$이므로

(평균)$=\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{12}{3}=4$

$(a,\ b,\ c$의 제곱의 총합$)=a^2+b^2+c^2=90$이므로

$$(분산)=\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}$$
$$=\frac{a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48}{3}$$
$$=\frac{90-8\times12+48}{3}=\frac{42}{3}=14$$

∴ (표준편차)$=\sqrt{14}$

32 답 ①

연속하는 네 짝수를 $x,\ x+2,\ x+4,\ x+6$이라고 하면

$$(평균)=\frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)}{4}$$
$$=\frac{4x+12}{4}=x+3$$

$$(분산)=\frac{(-3)^2+(-1)^2+1^2+3^2}{4}=\frac{20}{4}=5$$

∴ (표준편차)$=\sqrt{5}$

33 답 ②

식당 5곳의 평점의 총합은 $5\times7=35$(점)이므로

(나머지 식당 4곳의 평균)$=\dfrac{35-7}{4}=7$(점)

또 식당 5곳의 평점의 분산이 4이므로

{(편차)^{2}의 총합}$=5\times4=20$이고 평점이 7점인 식당의 편차는 0점이므로

(나머지 식당 4곳의 분산)$=\dfrac{20-0}{4}=5$

34 답 $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$점

아영이의 점수를 x점이라고 하면 태호, 서준, 상윤, 은희의 점수는 각각 $(x-7)$점, $(x+3)$점, $(x-5)$점, $(x-1)$점이므로

$$(평균)=\frac{(x-7)+(x+3)+x+(x-5)+(x-1)}{5}$$
$$=\frac{5x-10}{5}=x-2(점)$$

$$(분산)=\frac{(-5)^2+5^2+2^2+(-3)^2+1^2}{5}=\frac{64}{5}$$

∴ (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{64}{5}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$(점)

35 답 ④

3개의 변량 $a,\ b,\ c$의 평균이 3이고, 표준편차가 4이므로 → 분산은 4^2

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=4^2$$

∴ $(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=48$

36 답 3

(평균)$=\dfrac{(5-a)+5+(5+a)}{3}=\dfrac{15}{3}=5$

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{6})^2$

$\dfrac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=(\sqrt{6})^2,\ a^2=9$

이때 $a>0$이므로 $a=3$

37 답 58

평균이 5이므로

$\dfrac{a+4+b+5+6}{5}=5$에서 $a+b+15=25$

∴ $a+b=10$ ⋯ ㉠

표준편차가 $\sqrt{2}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{2})^2$

$\dfrac{(a-5)^2+(-1)^2+(b-5)^2+0^2+1^2}{5}=(\sqrt{2})^2$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+2=10$

∴ $a^2+b^2-10(a+b)+52=10$ ⋯ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-10\times10+52=10$

∴ $a^2+b^2=58$

38 답 ②

중앙값이 9이므로 세 자연수를 $a,\ 9,\ b\,(a\le9\le b)$라고 하면

평균이 8이므로

$\dfrac{a+9+b}{3}=8$에서 $a+b+9=24$

$a+b=15$ ∴ $a=15-b$

분산이 14이므로

$\dfrac{(15-b-8)^2+(9-8)^2+(b-8)^2}{3}=14$에서

$(b^2-14b+49)+1+(b^2-16b+64)=42$

$2b^2-30b+72=0,\ b^2-15b+36=0$

$(b-3)(b-12)=0$ ∴ $b=3$ 또는 $b=12$

이때 $9\le b$이므로 $b=12$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는 12이다.

39 답 평균: $m+2$, 분산: s^2

$a,\ b,\ c,\ d$의 평균이 m이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=m$에서 $a+b+c+d=4m$

$a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차가 s이므로 → 분산은 s^2

$\dfrac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$

$(a+2,\ b+2,\ c+2,\ d+2$의 평균$)$

$$=\frac{(a+2)+(b+2)+(c+2)+(d+2)}{4}$$
$$=\frac{(a+b+c+d)+8}{4}=\frac{4m+8}{4}=m+2$$

$(a+2,\ b+2,\ c+2,\ d+2$의 분산$)$

$$=\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$$

40 답 ④

a, b, c, d, e의 평균이 4이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=4$에서 $a+b+c+d+e=20$

a, b, c, d, e의 분산이 6이므로

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2}{5}=6$에서

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2=30$

$$x=\frac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)+(2e+3)}{5}$$
$$=\frac{2(a+b+c+d+e)+15}{5}$$
$$=\frac{2\times20+15}{5}=11$$
$$y=\frac{(2a-8)^2+(2b-8)^2+(2c-8)^2+(2d-8)^2+(2e-8)^2}{5}$$
$$=\frac{4\{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2\}}{5}$$
$$=\frac{4\times30}{5}=24$$

$\therefore\ x+y=11+24=35$

41 답 ④

A, B 두 반 전체의 평균도 A, B 두 반 각각의 평균과 같으므로

$(\text{분산})=\frac{20\times6^2+20\times4^2}{20+20}=\frac{1040}{40}=26$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{26}$(점)

42 답 ③

이 반 학생 전체의 평균도 남학생과 여학생 각각의 평균과 같으므로

$(\text{분산})=\frac{15\times3+10\times2}{15+10}=\frac{65}{25}=\frac{13}{5}$

43 답 ③

a, b의 평균이 3이므로

$\frac{a+b}{2}=3$에서 $a+b=6$

a, b의 분산이 1이므로

$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2}{2}=1$에서 $a^2+b^2-6(a+b)+18=2$

$a^2+b^2=6(a+b)-16$

$=6\times6-16=20$

c, d의 평균이 5이므로

$\frac{c+d}{2}=5$에서 $c+d=10$

c, d의 분산이 4이므로

$\frac{(c-5)^2+(d-5)^2}{2}=4$에서 $c^2+d^2-10(c+d)+50=8$

$c^2+d^2=10(c+d)-42$

$=10\times10-42=58$

$\therefore\ a+b+c+d=6+10=16,$

$a^2+b^2+c^2+d^2=20+58=78$

이때 (a, b, c, d의 평균)$=\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{16}{4}=4$이므로

(a, b, c, d의 분산)

$$=\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}$$
$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-8(a+b+c+d)+64}{4}$$
$$=\frac{78-8\times16+64}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$$

$\therefore$ (a, b, c, d의 표준편차)$=\sqrt{\frac{7}{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

44 답 ④

각 자료의 평균은 7로 모두 같으므로 표준편차가 가장 작은 것은 변량들이 평균인 7 가까이에 가장 많이 모여 있는 ④이다.

45 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. (A반의 평균)

$=\frac{1\times5+2\times6+3\times8+4\times6+5\times5}{30}=\frac{90}{30}=3$(점)

(B반의 평균)

$=\frac{1\times4+2\times6+3\times10+4\times6+5\times4}{30}=\frac{90}{30}=3$(점)

즉, A, B 두 반의 평점의 평균은 3점으로 서로 같다.

ㄴ. 편차의 총합은 항상 0이므로 A, B 두 반의 편차의 총합은 서로 같다.

ㄷ, ㄹ. 평점이 평균인 3점 가까이에 모여 있을수록 산포도는 작아지고, 자료의 분포 상태는 더 고르게 나타난다. 따라서 평점의 산포도가 더 작은 반은 B반이고, B반의 평점이 A반의 평점보다 더 고르다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

46 답 우진

기준이의 점수의 분산을 구하면

$(\text{평균})=\frac{15+16+17+14+13}{5}=\frac{75}{5}=15$(점)이므로

$(\text{분산})=\frac{0^2+1^2+2^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

우진이의 점수의 분산을 구하면

$(\text{평균})=\frac{18+17+18+17+20}{5}=\frac{90}{5}=18$(점)이므로

$(\text{분산})=\frac{0^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{6}{5}$

따라서 우진이의 분산이 기준이의 분산보다 작으므로 우진이의 점수가 기준이의 점수보다 더 고르다.

47 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. (가게 A의 평균)$=\frac{6+a+9+11+12+14+11}{7}=10$

$a+63=70\qquad\therefore\ a=7$

(가게 B의 평균)$=\frac{3+7+11+10+12+b+13}{7}=10$

$b+56=70 \quad \therefore b=14$

$\therefore b=2a$

ㄴ. (가게 A의 분산)

$=\frac{(-4)^2+(-3)^2+(-1)^2+1^2+2^2+4^2+1^2}{7}=\frac{48}{7}$

(가게 A의 표준편차)$=\sqrt{\frac{48}{7}}=\frac{4\sqrt{21}}{7}$(개)

(가게 B의 분산)

$=\frac{(-7)^2+(-3)^2+1^2+0^2+2^2+4^2+3^2}{7}=\frac{88}{7}$

(가게 B의 표준편차)$=\sqrt{\frac{88}{7}}=\frac{2\sqrt{154}}{7}$(개)

따라서 가게 A와 가게 B의 판매량의 표준편차는 다르다.

ㄷ. 가게 B의 표준편차가 가게 A의 표준편차보다 크므로 가게 B의 판매량이 가게 A의 판매량보다 기복이 더 심하다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

48 답 ⑤

① 각 반의 학생 수가 많은지 적은지 알 수 없다.

② 1반에 80점 이상인 학생이 있는지 없는지 알 수 없다.

③ 국어 성적이 가장 높은 학생이 어느 반에 있는지 알 수 없다.

④ 국어 성적이 90점 이상인 학생이 어느 반에 더 많은지 알 수 없다.

⑤ 국어 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 반인 4반이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

49 답 ③, ⑤, ⑧

③ (편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

⑤ 변량이 모두 같으면 편차가 모두 0이므로 분산은 0이다. 즉, 분산은 음수가 아닌 수이다.

⑧ 편차의 총합은 0이므로 편차의 평균도 0이 되어 편차의 평균으로는 변량이 흩어져 있는 정도를 알 수 없다.

50 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄹ. 표준편차는 자료의 변량이 흩어져 있는 정도를 나타내므로 평균이 서로 달라도 표준편차는 같을 수 있다.

ㅁ. 각 변량의 편차만 주어진 경우 분산과 표준편차는 구할 수 있지만 평균은 구할 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

51 답 28

모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔고, 최빈값이 1, 중앙값이 3이므로 9개의 변량을 1, 1, 2, a, 3, b, 4, 5, 6 $(a<b)$이라고 하면

평균이 3이므로

$\frac{1+1+2+a+3+b+4+5+6}{9}=3$

$a+b+22=27 \quad \therefore a+b=5$

(ⅰ) $a=1$, $b=4$인 경우

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6

∴ (중앙값)=3, (최빈값)=1

(ⅱ) $a=2$, $b=3$인 경우

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6

∴ (중앙값)=3, (최빈값)=1, 2, 3

최빈값이 1, 2, 3이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 나온 눈의 수는 1, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6이므로

$A=\frac{(-2)^2+(-2)^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+1^2+2^2+3^2}{9}$

$=\frac{28}{9}$

$\therefore 9A=9\times\frac{28}{9}=28$

52 답 **컵 B, 컵 E**

5개의 컵에 담긴 주스의 양의 평균은

$\frac{160+80+170+120+220}{5}=\frac{750}{5}=150(\text{mL})$

표준편차는 $\sqrt{\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}}$이므로 (편차)^{2}의 값이 작을수록 표준편차도 작아진다.

이때 5개의 컵에 담긴 주스의 양의 편차가 각각

10 mL, −70 mL, 20 mL, −30 mL, 70 mL이므로

주스의 양의 표준편차를 가능한 한 작게 하려면 편차가 가장 작은 컵 B와 편차가 가장 큰 컵 E를 골라야 한다.

단원 마무리 P. 85~87

1 ① **2** 41세 **3** 14 **4** 중앙값, 16.5시간
5 ⑤ **6** ㄹ **7** 학생 B **8** ①, ④, ⑥, ⑦
9 $x=7$, $y=9$ **10** ㄴ, ㄹ **11** 8 **12** ②, ③
13 ④ **14** ⑤ **15** 37, 38
16 (1) 5 (2) 3, 4, 6, 7 (3) $\frac{5}{2}$ **17** B 회사

1 (평균)$=\frac{36+44+30+31+37+52+53+40+46+44}{10}$

$=\frac{413}{10}=41.3$(개)

$\therefore A=41.3$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

30, 31, 36, 37, 40, 44, 44, 46, 52, 53이므로

(중앙값)$=\frac{40+44}{2}=42$(개)　　$\therefore B=42$

44개가 두 번으로 가장 많이 나타나므로

(최빈값)$=44$개　　$\therefore C=44$

$\therefore A<B<C$

2 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때,

14번째 변량이 중앙값이므로

(중앙값)$=22$세

19세가 5번으로 가장 많이 나타나므로

(최빈값)$=19$세

$\therefore$ (중앙값)+(최빈값)$=22+19=41$(세)

3 평균이 8시간이므로

$\frac{8+8+7+x+8+7+12}{7}=8$에서

$x+50=56$　　$\therefore x=6$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 7, 8, 8, 8, 12이므로

(중앙값)$=8$시간　　$\therefore y=8$

$\therefore x+y=6+8=14$

4 53시간은 다른 변량과 비교하면 극단적인 값이므로 평균은 자료의 중심 경향을 잘 나타내지 못한다.

또 최빈값 11시간은 가장 작은 변량이므로 자료의 중심 경향을 잘 나타내지 못한다.

따라서 자료의 중심 경향을 가장 잘 나타내는 것은 중앙값이다. … (i)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 11, 14, 16, 17, 19, 20, 53이므로

(중앙값)$=\frac{16+17}{2}=16.5$(시간) … (ii)

채점 기준	비율
(i) 평균, 중앙값, 최빈값 중에서 적절한 대푯값 말하기	50 %
(ii) 중앙값 구하기	50 %

5 ① 준서의 점수의 편차를 x점이라고 하면

편차의 총합은 0이므로

$x+(-3)+2+4+(-1)=0$　　$\therefore x=-2$

② 평균보다 점수가 높은 학생은 편차가 양수인 기현이와 건후의 2명이다.

③ 점수가 가장 높은 학생은 점수의 편차가 가장 큰 건후이다.

④ 하영이와 은찬이의 점수의 편차의 차는

$-1-(-3)=2$(점)이므로 점수 차도 2점이다.

⑤ (편차)=(변량)−(평균)이므로

$2=$(기현이의 점수)-90

$\therefore$ (기현이의 점수)$=2+90=92$(점)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

6 ㄱ. (평균)$=\frac{8+12+10+9+7+9+8}{7}$

$=\frac{63}{7}=9$

ㄴ. (편차의 제곱의 총합)

$=(-1)^2+3^2+1^2+0^2+(-2)^2+0^2+(-1)^2$

$=16$

ㄷ. (분산)$=\frac{16}{7}$

ㄹ. (표준편차)$=\sqrt{\frac{16}{7}}=\frac{4\sqrt{7}}{7}$

따라서 옳은 것은 ㄹ이다.

7 (학생 A의 평균)

$=\frac{8+4.5+8.5+5.5+6.5+7.5+5}{7}$

$=\frac{45.5}{7}=6.5$(시간)

(학생 A의 분산)

$=\frac{1.5^2+(-2)^2+2^2+(-1)^2+0^2+1^2+(-1.5)^2}{7}$

$=\frac{14.5}{7}$

(학생 B의 평균)

$=\frac{5.5+6+6.5+7+7+6+7.5}{7}$

$=\frac{45.5}{7}=6.5$(시간)

(학생 B의 분산)

$=\frac{(-1)^2+(-0.5)^2+0^2+0.5^2+0.5^2+(-0.5)^2+1^2}{7}$

$=\frac{3}{7}$

따라서 학생 B의 분산이 학생 A의 분산보다 작으므로 학생 B의 학습 시간이 학생 A의 학습 시간보다 더 고르다.

8 ① 변량이 모두 같으면 편차가 모두 0이므로 편차의 제곱의 총합은 0이 된다.

④ 변량의 개수가 짝수인 경우 중앙값은 자료에 없는 값일 수도 있다.

⑥ 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다. 평균, 중앙값, 최빈값은 대푯값이다.

⑦ 자료의 변량이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값은 산포도이다.

9 평균이 7이므로

$\frac{10+4+x+7+6+y+5+8}{8}=7$에서

$40+x+y=56$

$\therefore x+y=16$

이때 $x<y$이고, 최빈값이 7이므로 $x=7$, $y=9$

10

자료 A	1, 2, 3, 4, 5
자료 B	2, 4, 6, 8, 10
자료 C	1, 3, 5, 7, 9

(자료 A의 평균)$=\frac{1+2+3+4+5}{5}=\frac{15}{5}=3$

(자료 A의 분산)$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

(자료 B의 평균)$=\frac{2+4+6+8+10}{5}=\frac{30}{5}=6$

(자료 B의 분산)$=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

(자료 C의 평균)$=\frac{1+3+5+7+9}{5}=\frac{25}{5}=5$

(자료 C의 분산)$=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

11 편차의 총합은 0이므로

$-5+x+y+0+(-1)=0$

$\therefore x+y=6$ ⋯ ㉠ ⋯ (i)

표준편차가 $\sqrt{9.2}$ ℃이므로 → 분산은 $(\sqrt{9.2})^2$

$\frac{(-5)^2+x^2+y^2+0^2+(-1)^2}{5}=(\sqrt{9.2})^2$에서

$x^2+y^2=20$ ⋯ ㉡ ⋯ (ii)

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이고

이 식에 ㉠, ㉡을 각각 대입하면

$6^2=20+2xy$ $\therefore xy=8$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $x+y$의 값 구하기	30 %
(ii) x^2+y^2의 값 구하기	40 %
(iii) xy의 값 구하기	30 %

12 학생 4명의 점수를 각각 a점, b점, c점, d점이라 하고, 평균을 m점, 표준편차를 s점이라고 하면

(평균)$=\frac{a+b+c+d}{4}=m$에서 $a+b+c+d=4m$

(분산)$=\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$

2점씩 감점된 점수는 각각

$(a-2)$점, $(b-2)$점, $(c-2)$점, $(d-2)$점이므로

(감점된 후의 평균)

$=\frac{(a-2)+(b-2)+(c-2)+(d-2)}{4}$

$=\frac{(a+b+c+d)-8}{4}=\frac{4m-8}{4}=m-2$(점)

(감점된 후의 분산)

$=\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$

$\therefore$ (감점된 후의 표준편차)$=\sqrt{s^2}=s$(점)

따라서 학생 4명의 점수가 각각 2점씩 감점되면 평균은 2점 내려가고 표준편차는 변함없다.

13 {남학생의 (편차)^{2}의 총합}$=25\times2^2=100$

여학생의 수학 성적의 표준편차를 x점이라고 하면

{여학생의 (편차)^{2}의 총합}$=15\times x^2=15x^2$

(전체 학생의 분산)$=\frac{100+15x^2}{25+15}=4^2$

$100+15x^2=640$, $15x^2=540$

$\therefore x^2=36$

이때 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 여학생의 수학 성적의 표준편차는 6점이다.

14 (A의 평균)$=\frac{6+7+8+9+10}{5}=\frac{40}{5}=8$(점),

(B의 평균)$=\frac{7+7+8+9+9}{5}=\frac{40}{5}=8$(점),

(C의 평균)$=\frac{7+8+8+8+9}{5}=\frac{40}{5}=8$(점)

이므로 A, B, C 세 사람의 평균은 8점으로 모두 같다.

이때 점수들이 평균인 8점 가까이에 모여 있을수록 표준편차가 작다.

따라서 표준편차가 작은 사람부터 차례로 나열하면 C, B, A이다.

15 변량이 5개인 자료 A의 중앙값이 17이므로 a, b 중 적어도 하나는 17이어야 한다. 이때 a, b가 모두 17이면 전체 자료의 중앙값은 17이 되므로 조건을 만족시키지 않는다.

(i) $a=17$일 때

두 자료 A, B를 섞은 전체 자료는 다음과 같다.

12, 14, 15, 17, 17, 22, 23, 25, b, $b+1$

전체 자료의 중앙값이 19이므로 위의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 변량의 평균이 19이다.

즉, b는 17과 22 사이에 있어야 하므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

12, 14, 15, 17, 17, b, $b+1$, 22, 23, 25

$\frac{17+b}{2}=19$에서 $17+b=38$

$\therefore b=21$

(ii) $b=17$일 때

두 자료 A, B를 섞은 전체 자료는 다음과 같다.

12, 14, 15, 17, 18, 22, 23, 25, a, a

전체 자료의 중앙값이 19이므로 위의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 변량의 평균이 19이다.

즉, a는 18과 22 사이에 있어야 하므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

12, 14, 15, 17, 18, a, a, 22, 23, 25

$\frac{18+a}{2}=19$에서 $18+a=38$

$\therefore a=20$

따라서 (i), (ii)에 의해 $a=17$, $b=21$ 또는 $a=20$, $b=17$이므로 $a+b$의 값은 37, 38이다.

16 (1) 실제 4개의 수의 총합은 변함이 없으므로 실제 평균은 변함이 없다.

$\therefore$ (실제 평균)$=5$

(2) 잘못 본 4개의 수를 4, 5, a, b라고 하면

평균이 5이므로

$\frac{4+5+a+b}{4}=5$에서

$a+b=11$ $\cdots$ ㉠

분산이 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{(-1)^2+0^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=\frac{3}{2}$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2=5$ $\cdots$ ㉡

㉠에서 $b=11-a$이고 이를 ㉡에 대입하면

$(a-5)^2+(6-a)^2=5$

$a^2-10a+25+a^2-12a+36=5$, $2a^2-22a+56=0$

$a^2-11a+28=0$, $(a-4)(a-7)=0$

$\therefore$ $a=4$ 또는 $a=7$

즉, $a=4$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=4$

따라서 실제 4개의 수는 3, 4, 6, 7이다.

(3) (실제 분산)$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+1^2+2^2}{4}$

$=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

17 (A 회사의 수익률의 평균)$=\frac{20+30+23+27+25}{5}$

$=\frac{125}{5}=25(\%)$

(A 회사의 수익률의 분산)$=\frac{(-5)^2+5^2+(-2)^2+2^2+0^2}{5}$

$=\frac{58}{5}$

(B 회사의 수익률의 평균)$=\frac{23+24+31+24+23}{5}$

$=\frac{125}{5}=25(\%)$

(B 회사의 수익률의 분산)

$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+6^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\frac{46}{5}$

(C 회사의 수익률의 평균)$=\frac{19+24+27+28+27}{5}$

$=\frac{125}{5}=25(\%)$

(C 회사의 수익률의 분산)$=\frac{(-6)^2+(-1)^2+2^2+3^2+2^2}{5}$

$=\frac{54}{5}$

이때 B 회사의 수익률의 분산이 가장 작으므로 수익률이 가장 안정적인 회사는 B 회사이다.

따라서 B 회사에 투자하는 것이 좋다.

유형 1~4 P. 90~93

1 답 50점

책을 가장 적게 읽은 학생이 읽은 책의 수는 2권이고, 이 학생의 국어 성적은 50점이다.

2 답 8권

국어 성적이 두 번째로 높은 학생의 국어 성적은 90점이고, 이 학생이 읽은 책의 수는 8권이다.

3 답 75점

10권의 책을 읽은 학생은 4명이고, 이들의 국어 성적은 각각 50점, 70점, 80점, 100점이므로

(평균)$=\frac{50+70+80+100}{4}=\frac{300}{4}=75$(점)

4 답 ④

① A의 공부 시간은 2시간, 컴퓨터 사용 시간은 4시간이다.

② B의 컴퓨터 사용 시간은 6시간으로 가장 많지만 공부 시간은 1시간으로 가장 많지 않다.

③ C의 공부 시간은 5시간이고 그 시간이 같은 학생 수는 1명이다.

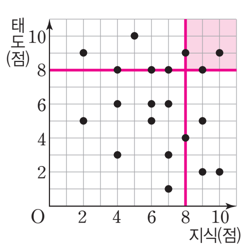
④ D의 공부 시간은 4시간, C의 공부 시간은 5시간이므로 D는 C보다 공부를 더 적게 했다.

⑤ B의 공부 시간은 1시간, 컴퓨터 사용 시간은 6시간이므로 공부 시간이 컴퓨터 사용 시간보다 $6-1=5$(시간) 더 적다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

5 답 15 %

지식 점수와 태도 점수가 모두 8점 이상인 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 3명이다. … (i)



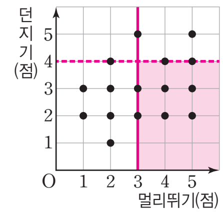
따라서 전체 지원자 수는 20명이므로 합격자는 전체의

$\frac{3}{20}\times100=15(\%)$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) 지식 점수와 태도 점수가 모두 8점 이상인 지원자 수 구하기	60 %
(ii) 합격자는 전체의 몇 %인지 구하기	40 %

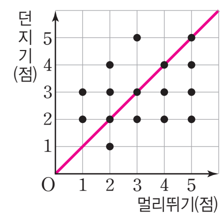
6 답 6명

멀리뛰기 점수가 3점 이상이고 던지기 점수가 4점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 6명이다.



7 답 4명

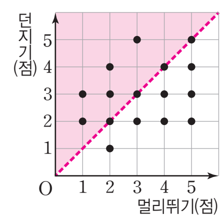
멀리뛰기 점수와 던지기 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 4명이다.



8 답 ②

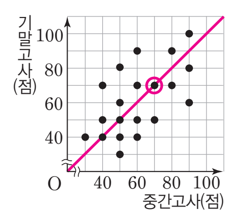
던지기 점수가 멀리뛰기 점수보다 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 5명이다.

따라서 던지기 점수가 멀리뛰기 점수보다 높은 학생의 비율은 $\frac{5}{16}$이다.



9 답 70점

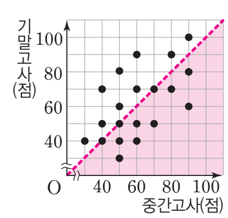
성적의 변화가 없는, 즉 중간고사 성적과 기말고사 성적이 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있다. 이 중에서 성적이 가장 높은 학생의 기말고사 성적은 70점이다.



10 답 ③

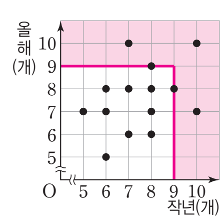
성적이 떨어진, 즉 중간고사 성적보다 기말고사 성적이 낮은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 8명이다.

$\therefore \frac{8}{20}\times100=40(\%)$



11 답 5명

작년과 올해 중 적어도 한 번은 홈런을 9개 이상 친 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이다.



12 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. 열량이 30 kcal인 음료수가 4개로 가장 많으므로 열량의 최빈값은 30 kcal이다.

ㄴ. 당류의 양이 7 g 이하인 음료수는 6개이다.

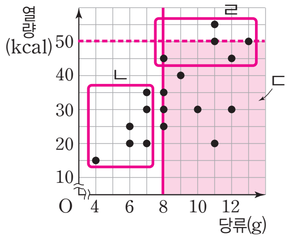
ㄷ. 당류의 양이 8 g 이상이고 열량이 50 kcal 미만인 음료수는 9개이므로

$\frac{9}{18}\times 100=50(\%)$

ㄹ. 열량이 40 kcal 초과인 음료수는 5개이고, 이 음료수들의 당류의 양은 각각 8 g, 11 g, 11 g, 12 g, 13 g이므로

(평균)$=\frac{8+11+11+12+13}{5}=\frac{55}{5}=11(g)$

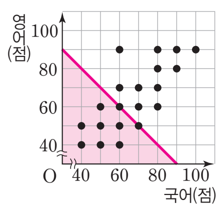
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.



13 답 45 %

두 과목의 성적의 합이 120점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 9명이다.

$\therefore \frac{9}{20}\times 100=45(\%)$

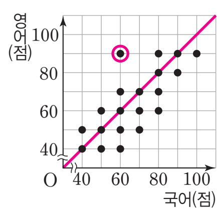


14 답 30점

오른쪽 그림의 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 두 과목의 성적의 차가 크므로 그 차가 가장 큰 학생의 국어 성적은 60점, 영어 성적은 90점이다.

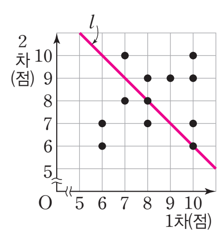
따라서 두 과목의 성적의 차는

$90-60=30$(점)



15 답 2명

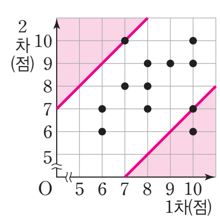
1차와 2차의 점수의 평균이 8점, 즉 두 점수의 합이 $8\times 2=16$(점)인 선수는 오른쪽 그림에서 직선 l 위에 있으므로 2명이다.



16 답 25 %

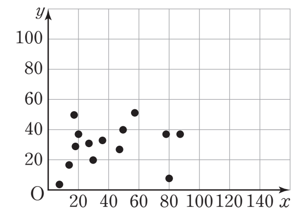
1차와 2차의 점수의 차가 3점 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{12}\times 100=25(\%)$



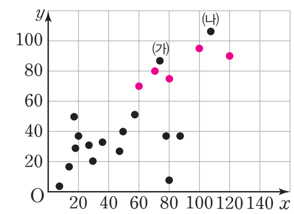
17 답 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계

(1) 주어진 산점도에서 두 점 (가), (나)를 지우면 다음 그림과 같다.



이때 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 증가하는지 감소하는지 분명하지 않으므로 두 변량 사이에는 상관관계가 없다.

(2) 주어진 산점도에 5개의 자료를 추가하면 다음 그림과 같다.



이때 x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

18 답 ④

①, ⑤ 음의 상관관계

② 상관관계가 없다.

③, ④ 양의 상관관계

이때 점들이 한 직선에 가까이 모여 있을수록 상관관계가 강하므로 양의 상관관계가 가장 강한 것은 ④이다.

19 답 ㄹ

주행 중인 자동차가 많을수록 자동차의 평균 주행 속력은 대체로 감소하므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.

따라서 두 변량 x, y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 알맞은 것은 ㄹ이다.

20 답 ⑤

①, ④ 상관관계가 없다.

②, ③ 음의 상관관계

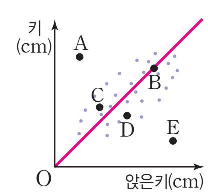
⑤ 양의 상관관계

이때 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타내므로 산점도를 그렸을 때 주어진 그림과 같은 모양이 되는 것은 ⑤이다.

21 답 ①

앉은키에 비해 키가 가장 큰 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.

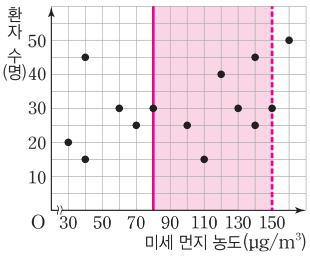
따라서 구하는 학생은 A이다.



22 답 ⑤

ㄱ. 수학 성적과 영어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.
ㄹ. C는 B에 비해 영어 성적이 우수하지 않다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

23 답 **30명**



미세 먼지 상태가 ‘나쁨’인 지역, 즉 미세 먼지 농도가 $80\,\mu g/m^3$ 이상 $150\,\mu g/m^3$ 미만인 지역은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 7곳이다.
이 지역들의 호흡기 질환 환자 수는 각각 15명, 25명, 25명, 30명, 30명, 40명, 45명이므로

$(\text{평균})=\dfrac{15+25+25+30+30+40+45}{7}=\dfrac{210}{7}=30(\text{명})$

24 답 ①

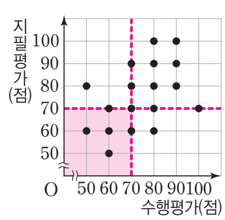
① 주어진 신문 기사에서 과외와 선행 학습량은 성적과 양의 상관관계가 있지 않다.

단원 마무리

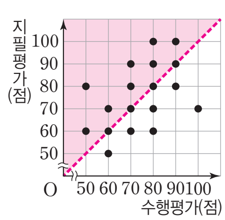
P. 94~96

1 ①	**2** ⑤	**3** ⑤	**4** 9명	**5** ④
6 ②	**7** ⑤	**8** ⑤	**9** ②	**10** ④
11 6점	**12** ⑤	**13** ③	**14** ㄴ, ㄷ	**15** 176.7점
16 2명				

1 두 평가의 성적이 모두 70점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 3명이다.

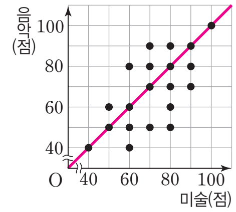


2 수행평가 성적보다 지필평가 성적이 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 8명이다.

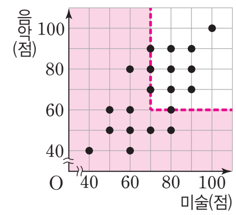


3 미술 성적과 음악 성적이 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 7명이다.

$\therefore \dfrac{7}{20}\times 100=35(\%)$



4 보충 과제를 받는 학생, 즉 음악 성적이 60점 미만이거나 미술 성적이 70점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 9명이다.



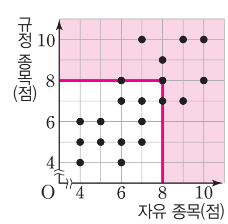
6 ㄱ, ㄷ. 양의 상관관계
ㄴ, ㅁ. 음의 상관관계
ㄹ. 상관관계가 없다.
따라서 음의 상관관계가 있는 것은 ㄴ, ㅁ이다.

7 ①, ②, ④ 두 식당 모두 여름철 평균 기온이 높아질수록 콩국수 판매량은 대체로 늘어나므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
③ 어느 식당의 콩국수가 더 잘 팔리는지는 알 수 없다.
⑤ 식당 A보다 식당 B의 산점도의 점들이 한 직선에서 더 멀리 흩어져 있으므로 더 약한 상관관계를 보인다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

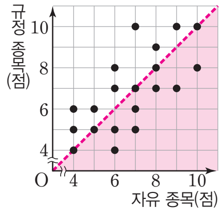
8 ① 산점도는 두 변량의 순서쌍을 좌표평면 위에 점으로 나타낸 그림으로, 산포도를 나타낸 것은 아니다.
② 상관관계가 없을 수도 있다.
③ 산점도에서 점들이 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있으면 음의 상관관계가 있다.
④ 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 점들이 기울기가 양수인 한 직선에 가까이 모여 있다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

9 ② B는 1차 성적과 2차 성적의 차가 거의 없다.

10 자유 종목과 규정 종목 중 적어도 하나는 8점 이상을 받은 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 9명이다.
따라서 그 비율은 $\dfrac{9}{20}$이다.

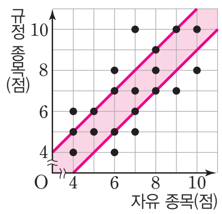


11 규정 종목보다 자유 종목의 점수가 높은 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 7명이다.
이들의 규정 종목의 점수는 각각 4점, 5점, 5점, 6점, 7점, 7점, 8점이므로

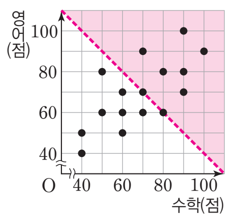


$(\text{평균})=\dfrac{4+5+5+6+7+7+8}{7}=\dfrac{42}{7}=6(\text{점})$

12 자유 종목과 규정 종목의 점수 차가 1점 이하인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 13명이다.

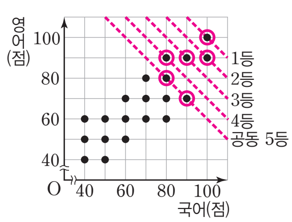


13 두 과목의 성적의 평균이 70점 초과, 즉 두 과목의 성적의 합이 $70\times2=140(\text{점})$ 초과인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.
$\therefore \dfrac{6}{16}\times100=37.5(\%)$



14 ㄱ. 하루 최고 기온이 35 ℃ 미만일 때는 하루 최고 기온이 높을수록 손님 수가 대체로 늘어나는 경향이 있지만 하루 최고 기온이 35 ℃ 이상일 때는 하루 최고 기온이 높을수록 손님 수가 대체로 줄어드는 경향이 있다.
ㄷ. 하루 최고 기온이 35 ℃ 미만일 때, 하루 최고 기온이 높을수록 손님 수가 대체로 늘어나는 경향이 있으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

15 전체 학생 수가 20명이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는 $20\times\dfrac{30}{100}=6(\text{명})$이다.
이때 상위 6명의 학생의 두 과목의 성적의 합은 각각 200점, 190점, 180점, 170점, 160점, 160점이다.
따라서 상위 30 % 이내에 드는 학생들의 두 과목의 성적의 합의 평균은

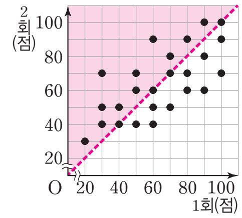


$(\text{평균})=\dfrac{200+190+180+170+160+160}{6}$

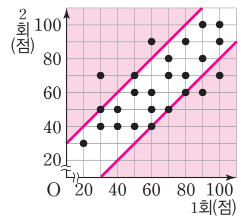
$=\dfrac{1060}{6}=176.66\cdots(\text{점})$

따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하면 176.7점이다.

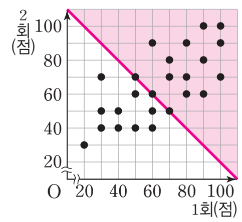
16 (가) 1회보다 2회의 성적이 향상된 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.



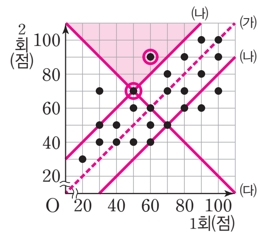
(나) 1회와 2회의 성적의 차가 20점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.



(다) 1회와 2회의 성적의 평균이 60점 이상, 즉 1회와 2회의 성적의 합이 $60\times2=120(\text{점})$ 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.



따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생은 오른쪽 그림에서 ◯ 표시한 2명이다.



유형편 파워

memo